

## 6. Su di un punto di vista euristico concernente la generazione e la trasformazione della luce\*

di A. Einstein

---

Tra i modelli teorici che i fisici si sono formati riguardo ai gas e ad altri corpi ponderabili e la teoria maxwelliana dei processi elettromagnetici nel cosiddetto spazio vuoto risiede una profonda differenza formale. Infatti, mentre consideriamo lo stato di un corpo come completamente determinabile attraverso le posizioni e le velocità di un numero certamente grande, ma finito, di atomi ed elettroni, ci serviamo invece di funzioni spaziali continue per la determinazione dello stato elettromagnetico di uno spazio, cosicché dunque un numero finito di grandezze non è da considerarsi sufficiente per la completa determinazione dello stato elettromagnetico di uno spazio. Secondo la teoria maxwelliana, in tutti i fenomeni puramente elettromagnetici, dunque anche per la luce, l'energia è da interpretarsi come una funzione continua dello spazio, mentre l'energia di un corpo ponderabile è da rappresentare, secondo l'interpretazione attuale dei fisici, come una somma delle energie degli atomi e degli elettroni. L'energia di un corpo ponderabile non può dividersi in un numero arbitrario di parti piccole a piacere, mentre l'energia della radiazione luminosa emessa da una sorgente puntiforme, secondo la teoria maxwelliana della luce (o più in generale secondo una qualunque teoria ondulatoria), si distribuisce continuamente su di un volume sempre più grande.

La teoria ondulatoria della luce che fa uso di funzioni continue dello spazio si è affermata in modo eccezionale quanto alla rappresentazione dei puri fenomeni ottici e non verrà certamente mai rimpiazzata da un'altra teoria. Bisogna considerare, però, che le osservazioni ottiche si relazionano a valori medi nel tempo, non a valori istantanei, e quindi è ben possibile pensare, nonostante la completa conferma della teoria della diffrazione, riflessione, rifrazione, dispersione, etc. che la teoria della luce basata su funzioni continue dello spazio porti a contraddizioni con l'esperienza qualora la si applicasse ai fenomeni della generazione e della trasformazione della luce.

Difatti, mi sembra che le osservazioni sulla "radiazione di corpo nero", fotoluminescenza, la generazione di raggi catodici attraverso la luce ultravioletta e altri gruppi di fenomeni che interessano la produzione o la trasformazione della luce appaiano più comprensibili sotto l'ipotesi che l'energia della luce sia distribuita nello spazio in maniera discontinua. Secondo l'ipotesi da prendere qui in considerazione, l'energia della radiazione luminosa emessa da un punto non viene distribuita,

---

\*Titolo originale: *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*. Pubblicato in: *Annalen der Physik* 17 (1905): 132–148. Tradotto da Oliver F. Piattella.

durante la propagazione, su di uno spazio via via sempre più grande, ma tale radiazione è formata da un numero finito di quanti di energia localizzati in punti dello spazio, che si muovono senza scomporsi e possono venire assorbiti ed emessi solamente come un tutto.

Nel seguito voglio esporre il ragionamento e citare i fatti che mi hanno portato su questo cammino, nella speranza che il punto di vista che sarà presentato possa dimostrarsi utile ad alcuni ricercatori nelle loro investigazioni.

## § 1. Su di una difficoltà che affligge la teoria della “radiazione di corpo nero”.

Per prima cosa ci mettiamo nell’ambito della teoria maxwelliana e della teoria dell’elettrone e osserviamo la seguente situazione. In uno spazio racchiuso da pareti perfettamente riflettenti si trova un certo numero di molecole di gas e di elettroni, i quali si muovono liberamente ed esercitano gli uni sugli altri delle forze conservative quando si trovano molto vicini gli uni agli altri, ovvero possono scontrarsi come fanno le molecole di gas secondo la teoria cinetica dei gas.<sup>1)</sup> Siano inoltre un certo numero di elettroni vincolati a punti distanti dello spazio per mezzo di forze direzionate verso questi punti e proporzionali alle distanze. Anche questi elettroni devono interagire conservativamente con gli elettroni liberi e con le molecole libere, quando questi ultimi si trovano molto vicini a quelli. Chiamiamo “risonatori” gli elettroni vincolati ad un punto spaziale; essi emettono ed assorbono onde elettromagnetiche di un certo periodo.

Secondo l’attuale teoria della generazione della luce, la radiazione nello spazio considerato, come si trova basandosi sulla teoria maxwelliana nel caso di equilibrio dinamico, dovrebbe essere identica alla “radiazione di corpo nero” — per lo meno se ci sono risonatori di tutte le frequenze da prendere in considerazione.

Non ci occupiamo per il momento della radiazione emessa ed assorbita dai risonatori e ci domandiamo riguardo alla condizione per l’equilibrio dinamico corrispondente all’interazione (agli scontri) tra molecole ed elettroni. La teoria cinetica dei gas dà per questo la condizione secondo cui la forza viva<sup>2</sup> media di un risonatore deve essere uguale all’energia cinetica media del movimento di una molecola di gas. Se scomponiamo il movimento di un elettrone risonatore in tre movimenti di oscillazione mutuamente ortogonali, troviamo per il valore medio  $\bar{E}$  dell’energia di un tale movimento oscillatorio lineare:

$$\bar{E} = \frac{R}{N}T, \quad (1)$$

dove  $R$  è la costante assoluta dei gas,  $N$  è il numero delle “molecole reali” in un equivalente in grammi e  $T$  è la temperatura assoluta. L’energia  $\bar{E}$  è cioè, a

---

<sup>1</sup>Questa assunzione è equivalente al presupposto che le energie cinetiche medie delle molecole di gas e degli elettroni sono uguali tra loro quando si ha equilibrio termico. Con l’aiuto dell’ultima ipotesi H. Drude ha derivato teoricamente, com’è noto, la relazione tra la capacità termica e quella elettrica dei metalli.

<sup>2</sup>**Nota del traduttore:** credo che Einstein usi qui “forza viva” e energia cinetica come sinonimi.

causa dell'uguaglianza dei valori medi temporali dell'energia cinetica e potenziale del risonatore, i 2/3 della forza viva di una molecola di gas monoatomica libera.<sup>3</sup> Per un qualche motivo — nel nostro caso per via dei processi di radiazione — succeda ora che l'energia di un risonatore possieda un valore medio temporale maggiore o minore di  $\bar{E}$ , allora le collisioni con gli elettroni e le molecole liberi porterebbero a una cessione di energia al gas, o ad una sottrazione di energia dal gas, in media differente da zero. Nel caso che consideriamo l'equilibrio dinamico è dunque possibile solamente se tutti i risonatori hanno la stessa energia media  $\bar{E}$ .

Ora facciamo un ragionamento simile riguardo l'interazione tra i risonatori e la radiazione presente nello spazio. Il signor Planck ha derivato la condizione dell'equilibrio dinamico per questo caso<sup>4</sup>) sotto la premessa che la radiazione possa essere considerata come un processo il più disordinato possibile.<sup>5</sup>) Egli trovò:

$$\bar{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2} \varrho_\nu . \quad (5)$$

Qui  $\bar{E}_\nu$  è l'energia media di un risonatore di frequenza propria  $\nu$  (per componente di oscillazione),  $L$  è la velocità della luce,  $\nu$  è la frequenza e  $\varrho_\nu d\nu$  è l'energia per unità di volume di quella parte della radiazione la cui frequenza si trova tra  $\nu$  e  $\nu + d\nu$ .

Dovendo l'energia di radiazione di frequenza  $\nu$ , complessivamente, non essere

---

<sup>3</sup>**Nota del traduttore:**  $R/N$  si può anche scrivere come  $k$ , la costante di Boltzmann. Il teorema dell'equipartizione dell'energia dice che in un bagno termico a temperatura  $T$ , ad ogni grado di libertà spetta  $kT/2$  di energia. L'oscillatore armonico lineare (monodimensionale) ha due gradi di libertà (uno di movimento e uno potenziale), quindi abbiamo l'equazione (1). Invece una particella libera nello spazio ha tre gradi di libertà, quindi  $3kT/2$ .

<sup>4</sup>M. Planck, Ann. d. Phys. **1**, p. 99. 1900.

<sup>5</sup>Questo presupposto si può formulare nel seguente modo. Sviluppiamo la componente  $Z$  della forza elettrica ( $Z$ ) in un punto arbitrario dello spazio in questione tra i limiti temporali  $t = 0$  e  $t = T$  (dove  $T$  rappresenta un tempo grande rispetto a tutti i periodi di oscillazione in questione) in una serie di Fourier:

$$Z = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} A_\nu \sin \left( 2\pi\nu \frac{t}{T} + \alpha_\nu \right) , \quad (2)$$

dove  $A_\nu \geq 0$  e  $0 \leq \alpha_\nu \leq 2\pi$ . Immaginandosi un tale sviluppo realizzato nello stesso punto dello spazio quante volte si voglia per valori iniziali del tempo arbitrariamente scelti, si ottiene dunque sistemi di valori differenti per le grandezze  $A_\nu$  e  $\alpha_\nu$ . Esistono quindi per le frequenze con cui si presentano le differenti combinazioni di valori delle grandezze  $A_\nu$  e  $\alpha_\nu$  delle probabilità (statistiche) della forma:

$$dW = f(A_1, A_2 \dots \alpha_1, \alpha_2 \dots) dA_1 dA_2 \dots d\alpha_1 d\alpha_2 \dots \quad (3)$$

La radiazione è la più disordinata possibile quando:

$$f(A_1, A_2 \dots \alpha_1, \alpha_2 \dots) = F_1(A_1)F_2(A_2) \dots f_1(\alpha_1)f_2(\alpha_2) \dots , \quad (4)$$

cioè quando la probabilità di avere un certo valore di una delle grandezze  $A$  e  $\alpha$  è indipendente da quali valori le altre grandezze  $A$  e  $\alpha$  possiedono. Con quanta più approssimazione viene soddisfatta la condizione per cui le singole coppie di grandezze  $A$  e  $\alpha$  dipendono dai processi di emissione e assorbimento di *particolari* gruppi di risonatori, tanto migliore diventa l'approssimazione secondo cui possiamo considerare la radiazione nel nostro caso come "più disordinata possibile".

né diminuita né aumentata, deve quindi valere:

$$\frac{R}{N}T = \bar{E} = \bar{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2}\varrho_\nu, \quad (6)$$

$$\varrho_\nu = \frac{R}{N} \frac{8\pi\nu^2}{L^3} T. \quad (7)$$

Questa relazione trovata come condizione dell'equilibrio dinamico non manca solamente dell'accordo con l'esperienza, ma indica anche che nella nostra teoria non ci può essere la possibilità di una certa distribuzione di energia tra materia e etere. Difatti, quanto più esteso viene scelto il dominio delle frequenze dei risonatori, tanto maggiore diventa l'energia di radiazione dello spazio, e troviamo nel limite:

$$\varrho_\nu = \int_0^\infty \varrho_\nu d\nu = \frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} T \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty. \quad (8)$$

## § 2. Sulla determinazione planckiana dei quanti elementari.

Vogliamo mostrare nel seguito che la determinazione dei quanti elementari data dal Sig. Planck è indipendente, fino a un certo punto, dalla teoria della "radiazione di corpo nero" da lui elaborata.

La formula di Planck,<sup>6)</sup> verificata sperimentalmente fino ad oggi, è

$$\varrho_\nu = \frac{\alpha\nu^3}{\frac{\beta\nu}{e^{\frac{\nu}{T}} - 1}}, \quad (9)$$

dove

$$\alpha = 6,10 \cdot 10^{-56}, \quad (10)$$

$$\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}. \quad (11)$$

Per valori grandi di  $T/\nu$ , ovvero per grandi lunghezze d'onda e densità di radiazione, questa formula diventa nel limite come segue:

$$\varrho_\nu = \frac{\alpha}{\beta} \nu^2 T. \quad (12)$$

Si riconosce che questa formula è in accordo con quella del § 1, sviluppata a partire dalla teoria maxwelliana e dell'elettrone. Equiparando i coefficienti delle due formule si ottiene:

$$\frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (13)$$

o

$$N = \frac{\beta}{\alpha} \frac{8\pi R}{L^3} = 6,17 \cdot 10^{23}, \quad (14)$$

<sup>6)</sup>M. Planck, Ann. d. Phys. **4**, p. 561. 1900.

che significa che un atomo di idrogeno pesa  $1/N$  grammi =  $1,62 \cdot 10^{-24}$  g. Questo è esattamente il valore trovato dal Sig. Planck, valore che è in accordo soddisfacente con i valori per questa grandezza trovati con altri metodi.

Giungiamo quindi alla conclusione: quanto maggiore è la densità di energia e la lunghezza d'onda di una radiazione, tanto più adatti si dimostrano i fondamenti teorici da noi utilizzati; questi stessi però falliscono completamente per piccole lunghezze d'onda e piccole densità di radiazione.

Nel seguito, la “radiazione di corpo nero” sarà considerata in relazione all'esperienza, senza il presupposto di una teoria sulla produzione e propagazione della radiazione.

### § 3. Sull'entropia della radiazione.

La seguente considerazione è contenuta in un famoso lavoro del Sig. Wien e trova posto qui solo per ragioni di completezza.

Si consideri una radiazione che occupi il volume  $v$ . Supponiamo che le caratteristiche misurabili della radiazione in questione siano completamente determinate se la densità di radiazione  $\varrho(\nu)$  è data per tutte le frequenze.<sup>1)</sup> Siccome le radiazioni di frequenze diverse sono da considerarsi separabili una dall'altra senza esecuzione di lavoro e senza scambio di calore, l'entropia della radiazione è rappresentabile nella forma

$$S = v \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, \nu) d\nu \quad (15)$$

dove  $\varphi$  è una funzione delle variabili  $\varrho$  e  $\nu$ . Si può ridurre  $\varphi$  a una funzione di una sola variabile formulando l'ipotesi per cui la compressione adiabatica di una radiazione tra pareti riflettenti, non muta la sua entropia. Non vogliamo però entrare in tale questione, ma investigare subito come la funzione  $\varphi$  può essere determinata dalla legge di radiazione del corpo nero.

Per la “radiazione di corpo nero”  $\varrho$  è una funzione di  $\nu$  tale che l'entropia, per una data energia, è massima, cioè

$$\delta \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, \nu) d\nu = 0, \quad (16)$$

se

$$\delta \int_0^{\infty} \varrho d\nu = 0. \quad (17)$$

Da qui segue che per ogni scelta di  $\delta\varrho$  come funzione di  $\nu$

$$\int_0^{\infty} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} - \lambda \right) \delta\varrho d\nu = 0, \quad (18)$$

dove  $\lambda$  è indipendente da  $\nu$ . Per la radiazione di corpo nero quindi  $\partial\varphi/\partial\varrho$  è indipendente da  $\nu$ .

---

<sup>1</sup>Questa assunzione è arbitraria. Naturalmente ci si atterrà a questa semplicissima assunzione fintanto che l'esperimento non ci forzerà ad abbandonarla.

Per l'aumento di temperatura di una radiazione di corpo nero di volume  $v = 1$  di  $dT$  vale l'equazione:

$$dS = \int_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} d\varrho d\nu, \quad (19)$$

o, siccome  $\partial \varphi / \partial \varrho$  è indipendente da  $\nu$ :

$$dS = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} dE. \quad (20)$$

Siccome  $dE$  è uguale al calore scambiato e il processo è reversibile, vale anche:

$$dS = \frac{1}{T} dE. \quad (21)$$

Per confronto si ottiene:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} = \frac{1}{T}. \quad (22)$$

Questa è la legge della radiazione di corpo nero. Si può quindi determinare la legge della radiazione del corpo nero dalla funzione  $\varphi$  e, viceversa, la funzione  $\varphi$  dalla legge della radiazione del corpo nero per integrazione, tenendo conto che  $\varphi$  diventa zero per  $\varrho = 0$ .

## § 4. Legge limite per l'entropia della radiazione monocromatica per piccole densità di radiazione.

Dalle osservazioni sulla "radiazione di corpo nero" effettuate fino ad oggi risulta certamente che la legge proposta originariamente dal Sig. W. Wien per la "radiazione di corpo nero"

$$\varrho = \alpha \nu^3 e^{-\beta \frac{\nu}{T}} \quad (23)$$

non vale esattamente. La stessa è stata però confermata pienamente dall'esperimento per grandi valori di  $\nu/T$ . Prendiamo questa formula come base per i nostri calcoli, ma teniamo sempre a mente che i nostri risultati valgono solamente dentro di certi limiti.

Da questa formula si ricava per prima cosa:

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta \nu} \lg \frac{\varrho}{\alpha \nu^3} \quad (24)$$

e in seguito, usando le relazioni trovate nel paragrafo precedente

$$\varphi(\varrho, \nu) = -\frac{\varrho}{\beta \nu} \left\{ \lg \frac{\varrho}{\alpha \nu^3} - 1 \right\}. \quad (25)$$

Sia data ora una radiazione di energia  $E$ , la cui frequenza si trova tra  $\nu$  e  $\nu + d\nu$ . La radiazione occupa il volume  $v$ . L'entropia di questa radiazione è:

$$S = v \varphi(\varrho, \nu) d\nu = -\frac{E}{\beta \nu} \left\{ \lg \frac{E}{v \alpha \nu^3 d\nu} - 1 \right\}. \quad (26)$$

Limitandoci a investigare la dipendenza dell'entropia dal volume occupato dalla radiazione, e indicando l'entropia della radiazione con  $S_0$  quando la stessa occupa il volume  $v_0$ , otteniamo così:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \lg \left( \frac{v}{v_0} \right) . \quad (27)$$

Questa equazione mostra che l'entropia di una radiazione monocromatica di densità sufficientemente piccola varia con il volume secondo la stessa legge con cui varia l'entropia di un gas ideale o di una soluzione diluita. L'equazione appena trovata verrà interpretata nel seguito con base nel principio introdotto in fisica dal Sig. Boltzmann, secondo cui l'entropia di un sistema è funzione della probabilità del suo stato.

## § 5. Studio basato sulla teoria molecolare della dipendenza dal volume dell'entropia dei gas e di soluzioni diluite.

Nel calcolo dell'entropia secondo metodi di teoria molecolare viene spesso usata la parola "probabilità" con un significato che non coincide con la definizione della probabilità che viene data nel calcolo delle probabilità. In particolare, vengono spesso ipotizzati gli "eventi equiprobabili" in quei casi in cui i modelli teorici impiegati siano sufficientemente precisi per dare una deduzione invece di quella supposizione. Mostrerò in un altro lavoro che lo studio dei processi termici può essere effettuato completamente con la cosiddetta "probabilità statistica" e con ciò spero di rimuovere una difficoltà logica che ancora ostacola l'applicazione del principio di Boltzmann. Qui però verrà presentata e applicata quella formulazione generale solo per casi particolari.

Se ha senso parlare della probabilità di uno stato di un sistema, e se inoltre ogni aumento di entropia può essere interpretato come un passaggio a uno stato più probabile, allora l'entropia  $S_1$  di un sistema è una funzione della probabilità  $W_1$  del suo stato momentaneo. Si considerino quindi due sistemi  $S_1$  e  $S_2$  stazionari e non interagenti uno con l'altro, cosicché si può stabilire:

$$S_1 = \varphi_1(W_1) , \quad (28)$$

$$S_2 = \varphi_2(W_2) . \quad (29)$$

Se si considerano questi due sistemi come uno solo di entropia  $S$  e di probabilità  $W$ , si ha dunque:

$$S = S_1 + S_2 = \varphi(W) \quad (30)$$

e

$$W = W_1 \cdot W_2 . \quad (31)$$

L'ultima relazione esprime il fatto che gli stati dei due sistemi sono eventi indipendenti uno dall'altro.

Da queste equazioni segue che:

$$\varphi(W_1 \cdot W_2) = \varphi_1(W_1) + \varphi_2(W_2) \quad (32)$$

e da qui finalmente

$$\varphi_1(W_1) = C \lg(W_1) + \text{cost.} , \quad (33)$$

$$\varphi_2(W_2) = C \lg(W_2) + \text{cost.} , \quad (34)$$

$$\varphi(W) = C \lg(W) + \text{cost.} \quad (35)$$

La grandezza  $C$  è dunque una costante universale; essa possiede il valore  $R/N$ , come segue dalla teoria cinetica dei gas, dove le costanti  $R$  e  $N$  hanno lo stesso significato di sopra. Indicando con  $S_0$  l'entropia di un certo stato iniziale di un sistema sotto osservazione e  $W$  la probabilità relativa di uno stato di entropia  $S$ , otteniamo così in generale:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg W . \quad (36)$$

Trattiamo per primo il seguente caso speciale. In un volume  $v_0$  sia dato un numero ( $n$ ) di punti in movimento (per esempio molecole), ai quali si riferirà il nostro ragionamento. Oltre a questi possono essere dati a piacere nello spazio ancora molti altri punti di un qualche tipo. Sulla legge secondo la quale i punti considerati si muovono nello spazio non c'è niente di prestabilito, a parte il fatto che in relazione a questo movimento non c'è nessuna porzione di spazio (e nessuna direzione) privilegiata. Il numero di punti in movimento considerati (i primi menzionati sopra) sia inoltre così piccolo che l'effetto dei punti gli uni sugli altri può essere trascurato.

Al sistema considerato, che può essere per esempio un gas ideale o una soluzione diluita, spetta una certa entropia  $S_0$ . Immaginiamoci una porzione del volume  $v_0$  di grandezza  $v$  e tutti gli  $n$  punti in movimento messi nel volume  $v$ , senza che venga però modificato altro nel sistema. A questa configurazione spetta evidentemente un altro valore dell'entropia ( $S$ ) e vogliamo ora determinare la differenza dell'entropia con l'aiuto del principio di Boltzmann.

Ci chiediamo: quanto vale la probabilità dell'ultimo stato relativamente a quello vecchio? Oppure: quanto vale la probabilità che in un istante di tempo scelto a caso tutti gli  $n$  punti che si muovono in un dato volume  $v_0$  indipendentemente l'uno dall'altro si trovino (per caso) nel volume  $v$ ?

Per questa probabilità, che è una "probabilità statistica", si ottiene evidentemente il valore:

$$W = \left( \frac{v}{v_0} \right)^n ; \quad (37)$$

si ottiene da qui usando il principio di Boltzmann:

$$S - S_0 = R \left( \frac{n}{N} \right) \lg \left( \frac{v}{v_0} \right) . \quad (38)$$

È degno di nota che per la derivazione di questa equazione, dalla quale si ottiene facilmente, in ambito termodinamico, la legge di Boyle-Gay-Lussac e la legge della



pressione osmotica,<sup>7)</sup> non sia abbia bisogno di fare nessun presupposto sulla legge del movimento delle molecole.

## § 6. Interpretazione dell'espressione per la dipendenza dell'entropia della radiazione monocromatica dal volume secondo il principio di Boltzmann.

Abbiamo trovato nel § 4 l'espressione per la dipendenza dell'entropia della radiazione monocromatica dal volume:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \lg \left( \frac{v}{v_0} \right) . \quad (41)$$

Scrivendo questa espressione nella forma:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg \left[ \left( \frac{v}{v_0} \right) \frac{N}{R} \frac{E}{\beta\nu} \right] . \quad (42)$$

e paragonandola con la formula generale che esprime il principio di Boltzmann

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \lg W , \quad (43)$$

si arriva alla seguente conclusione:

Se una radiazione monocromatica di frequenza  $\nu$  ed energia  $E$  si trova racchiusa (per mezzo di pareti riflettenti) nel volume  $v_0$ , allora la probabilità che in un istante di tempo arbitrariamente scelto tutta l'energia di radiazione si trovi nella porzione di volume  $v$  del volume  $v_0$  è:

$$W = \left( \frac{v}{v_0} \right) \frac{N}{R} \frac{E}{\beta\nu} . \quad (44)$$

Da qui concludiamo inoltre:

La radiazione monocromatica di bassa densità (dentro il regime di validità della formula di radiazione di Wien) si comporta, in relazione alla teoria del calore, così come se essa fosse costituita da quanti di energia di grandezza  $R\beta\nu/N$ , indipendenti gli uni dagli altri.

---

<sup>7)</sup>Essendo  $E$  l'energia del sistema, si ottiene:

$$-d(E - TS) = pdv = TdS = TR \frac{n}{N} \frac{dv}{v} ; \quad (39)$$

dunque

$$pv = R \frac{n}{N} T . \quad (40)$$

Vogliamo inoltre paragonare la grandezza media dei quanti di energia della “radiazione di corpo nero” con la forza viva media del centro di gravità di una molecola, sotto la stessa temperatura. L’ultima è  $\frac{3}{2}(R/N)T$ , mentre per la grandezza media del quanto di energia, basandosi sulla formula di Wien, si ottiene:

$$\frac{\int_0^\infty \alpha \nu^3 e^{-\frac{\beta \nu}{T}} d\nu}{\int_0^\infty \frac{N}{R\beta \nu} \alpha \nu^3 e^{-\frac{\beta \nu}{T}} d\nu} = 3 \frac{R}{N} T . \quad (45)$$

Ora, se la radiazione monocromatica (di densità sufficientemente piccola) in relazione alla dipendenza dell’entropia dal volume si comporta come un mezzo discontinuo, che è formato da quanti di energia di grandezza  $R\beta\nu/N$ , allora il passo è breve per andare a investigare se anche le leggi della produzione e della trasformazione della luce sono siffatte, come se la luce fosse formata da quel tipo di quanti di energia. Ci vogliamo occupare di tale questione nel seguito.

## § 7. Sulla regola di Stokes.

Una luce monocromatica venga trasformata per luminescenza in luce di un’altra frequenza e si assuma, secondo il risultato appena ottenuto, che sia la luce produttrice che la luce prodotta siano formate da quanti di energia di grandezza  $(R/N)\beta\nu$ , dove  $\nu$  è la frequenza in questione. Il processo di trasformazione sarà dunque da interpretarsi come segue. Ogni quanto di energia produttrice di frequenza  $\nu_1$  viene assorbito e dà di per sé solo — per lo meno per densità di distribuzione sufficientemente piccole dei quanti produttori — la possibilità di originare un quanto di luce di frequenza  $\nu_2$ ; eventualmente durante l’assorbimento del quanto produttore possono sorgere allo stesso tempo anche quanti di luce di frequenze  $\nu_3, \nu_4$ , etc. così come energia di altro tipo (per esempio calore). Sotto la mediazione di quali processi intermedi si realizzi questo risultato finale, è indifferente. Se la sostanza fotoluminescente non può essere vista come una fonte continua di energia, allora, secondo il principio dell’energia, l’energia di un quanto prodotto non può essere maggiore di quella di un quanto produttore; deve quindi valere la relazione:

$$\frac{R}{N}\beta\nu_2 \leq \frac{R}{N}\beta\nu_1 \quad (46)$$

o

$$\nu_2 \leq \nu_1 . \quad (47)$$

Questa è la nota regola di Stokes.

È da sottolinearsi in modo speciale che nel caso di un’esposizione debole, ma altrimenti sotto identiche circostanze, secondo la nostra interpretazione la quantità di luce prodotta deve essere proporzionale all’intensità luminosa stimolante, dato che ogni quanto di energia stimolante provocherà un processo elementare del tipo accennato sopra, indipendentemente dall’effetto degli altri quanti di energia stimolanti. In particolare, non ci sarà nessun limite inferiore per l’intensità della

luce stimolante, a parte quella per cui la luce fosse inadatta ad agire come luce stimolante.

Deviazioni dalla regola di Stokes sono immaginabili, secondo l'interpretazione qui esposta dei fenomeni, nei casi seguenti:

1. quando il numero dei quanti di energia che si trovano in trasformazione allo stesso momento è per unità di volume così grande che un quanto di energia della luce prodotta può ricevere la sua energia da più quanti di energia producenti;

2. quando la luce producente (o prodotta) non è di quella natura energetica che corrisponda a una "radiazione di corpo nero" nel regime di validità della legge di Wien, quando dunque per esempio la luce eccitante è prodotta da un corpo di così alta temperatura che per le lunghezze d'onda che vengono a essere considerate la legge di Wien non è più valida.

La possibilità menzionata per ultima acquisisce un certo interesse. Secondo l'interpretazione sviluppata non è infatti da escludersi che una "radiazione non di Wien" anche in grande diluizione si comporti diversamente, in relazione all'energia, da una "radiazione di corpo nero" nel regime di validità della legge di Wien.

## § 8. Sulla produzione di raggi catodici attraverso l'illuminazione di corpi rigidi.

L'interpretazione comune secondo cui l'energia della luce sia distribuita in maniera continua sullo spazio irraggiato trova nel tentativo di spiegare i fenomeni fotoelettrici difficoltà eccezionalmente grandi che sono descritte in un pionieristico lavoro del Sig. Lenard.<sup>8)</sup>

Secondo l'interpretazione per cui la luce stimolante è composta da quanti di energia  $(R/N)\beta\nu$ , si può interpretare la produzione di raggi catodici attraverso la luce nella seguente maniera. Quanti di energia penetrano lo strato superficiale del corpo e la loro energia si trasforma, almeno in parte, in energia cinetica degli elettroni. L'idea più semplice è che un quanto di luce ceda tutta la sua energia a un singolo elettrone; vogliamo assumere che ciò accada. Non è tuttavia da escludere che gli elettroni assorbano solo parzialmente l'energia dei quanti di luce. Un elettrone nell'interno del corpo provvisto di energia cinetica, quando ha raggiunto la superficie, avrà perso parte della sua energia cinetica. Sarà inoltre da ipotizzarsi che ogni elettrone, all'abbandono del corpo abbia da esercitare un lavoro  $P$  (caratteristico per il corpo), quando lascia il corpo. Con la velocità normale più grande abbandoneranno il corpo gli elettroni eccitati che si trovano immediatamente sulla superficie. L'energia cinetica di tali elettroni è:

$$\frac{R}{N}\beta\nu - P. \quad (48)$$

Se il corpo è carico con potenziale  $\Pi$  e circondato da conduttori con potenziale nullo e se  $\Pi$  è pure in grado di impedire una perdita di elettricità dal corpo, allora si deve avere:

$$\Pi\varepsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - P, \quad (49)$$

---

<sup>8)</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **8**. p. 169. u. 170. 1902.

dove  $\varepsilon$  indica la massa elettrica dell'elettrone, o

$$\Pi E = R\beta\nu - P' , \quad (50)$$

dove  $E$  indica la carica di un equivalente in grammi di uno ione monovalente e  $P'$  il potenziale di questa quantità di elettricità negativa in relazione al corpo.<sup>9)</sup>

Ponendo  $E = 9,6 \cdot 10^3$ , allora  $\Pi \cdot 10^{-3}$  è il potenziale in Volt che il corpo acquisisce nel vuoto quando irradiato.

Per prima cosa, per vedere se la relazione derivata concorda nell'ordine di grandezza con l'esperienza, mettiamo  $P' = 0$ ,  $\nu = 1,03 \cdot 10^{15}$  (corrispondente al limite dello spettro solare, verso l'ultravioletto) e  $\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}$ . Otteniamo  $\Pi \cdot 10^7 = 4,3$  Volt, il quale risultato concorda nell'ordine di grandezza con i risultati del Sig. Lenard.<sup>10)</sup>

Se la formula ottenuta è corretta, allora  $\Pi$  deve essere una retta quando rappresentato come funzione della frequenza della luce stimolante in coordinate cartesiane, la cui pendenza è indipendente dalla natura della sostanza investigata.

La nostra interpretazione, fin dove posso vedere, non si trova in contraddizione con le caratteristiche dell'effetto fotoelettrico osservate dal Sig. Lenard. Se ogni quanto di energia della luce stimolante cede la sua energia agli elettroni indipendentemente da tutti gli altri, allora la distribuzione di velocità degli elettroni, cioè la qualità della radiazione catodica prodotta, sarà indipendente dall'intensità della luce stimolante; d'altra parte, il numero degli elettroni che abbandona il corpo sarà proporzionale all'intensità della luce stimolante sotto circostanze altrimenti identiche.<sup>11)</sup>

Sui presunti limiti di validità delle conseguenze menzionate ci sarebbero da fare commenti simili a quelli relativi alle possibili deviazioni dalla regola di Stokes.

Fino ad ora si è assunto che l'energia di almeno di una parte di ciascuno dei quanti di energia della luce stimolante venga completamente ceduta a un singolo elettrone. Se non si fa questa evidente ipotesi, si ottiene invece dell'equazione sopra la seguente

$$\Pi E + P' \leq R\beta\nu . \quad (51)$$

Per la luminescenza catodica, che rappresenta il processo inverso a quello appena considerato, si ottiene attraverso un'analisi analoga a quella fatta:

$$\Pi E + P' \geq R\beta\nu . \quad (52)$$

Per le sostanze studiate dal Sig. Lenard  $PE$  è sempre significativamente maggiore di  $R\beta\nu$ , dato che la tensione che i raggi catodici devono aver circolato per poter generare luce appena visibile ammonta in alcuni casi a centinaia, in altri a migliaia di Volt.<sup>12)</sup> È dunque da supporre che l'energia cinetica di un elettrone viene impiegata per la produzione di molti quanti di energia.

<sup>9)</sup>Se si assume che il singolo elettrone debba essere liberato dalla luce da una molecola neutra col dispendio di un certo lavoro, allora non c'è niente da modificare nella relazione derivata; solo,  $P'$  è quindi da intendersi come somma di due addendi.

<sup>10)</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **8**. p. 165. u. 184. Tab. I, Fig. 2. 1902.

<sup>11)</sup>P. Lenard, l. c. p. 150 e p. 166-168.

<sup>12)</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **12**. p. 469. 1903.

## § 9. Sulla ionizzazione dei gas attraverso luce ultravioletta.

Dovremo assumere che per la ionizzazione di un gas attraverso luce ultravioletta ciascun quanto di energia viene impiegato per la ionizzazione di ciascuna molecola. Da qui segue per prima cosa che il lavoro di ionizzazione (cioè il lavoro in teoria necessario per la ionizzazione) di una molecola non può essere maggiore dell'energia di un quanto di energia luminosa effettivamente assorbito. Indicando con  $J$  il lavoro di ionizzazione (teorico) per equivalente in grammi, dev'essere dunque:

$$R\beta\nu \geq J. \quad (53)$$

Secondo misure di Lenard la più grande lunghezza d'onda effettiva per l'aria è di circa  $1,9 \cdot 10^{-5}$  cm, quindi:

$$R\beta\nu = 6,4 \cdot 10^{12} \text{ Erg} \geq J. \quad (54)$$

Si ottiene un limite superiore per il lavoro di ionizzazione anche dalla tensione di ionizzazione in gas diluiti. Secondo J. Stark<sup>13</sup>) la più piccola tensione di ionizzazione misurata (ad anodi di platino) per l'aria è di circa 10 Volt.<sup>14</sup>) Si ottiene quindi per  $J$  il limite superiore di  $9,6 \cdot 10^{12}$ , che è praticamente uguale a quello appena trovato. Si evince anche un'altra conseguenza, la cui prova attraverso l'esperimento mi sembra essere di maggiore importanza. Se ogni quanto di energia luminosa assorbito ionizza una molecola, allora deve esistere tra la quantità di luce assorbita  $L$  e il numero  $j$  delle grammomolecole da quella ionizzate la relazione:

$$j = \frac{L}{R\beta\nu}. \quad (55)$$

Questa relazione, se la nostra interpretazione corrisponde alla realtà, deve valere per ogni gas che (per una certa frequenza) non presenta alcun assorbimento rilevante accompagnato da ionizzazione.

Berna, il 17 marzo 1905

(Ricevuto il 18 marzo 1905)

---

<sup>13</sup>J. Stark, l'elettricità nei gas p. 57. Lipsia 1902.

<sup>14</sup>All'interno del gas la tensione di ionizzazione è però cinque volte maggiore per ioni negativi.