

EINSTEIN E LA RELATIVITÀ

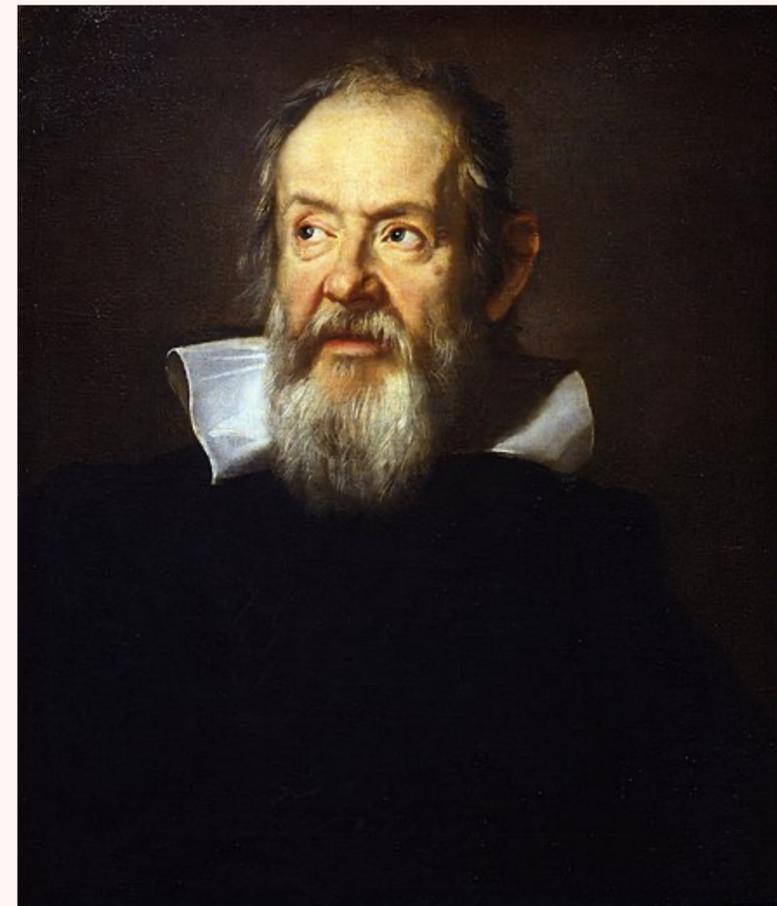
Liceo Artistico "A. Frattini"

7 Febbraio 2025



SOMMARIO

- **Il** Principio di Relatività, **da Galileo a Einstein;**
- **Il “cambio di paradigma” di Einstein: la** Relatività Speciale, **o ristretta;**
- **Il** Principio di Equivalenza;
- **La** Teoria Generale della Relatività.



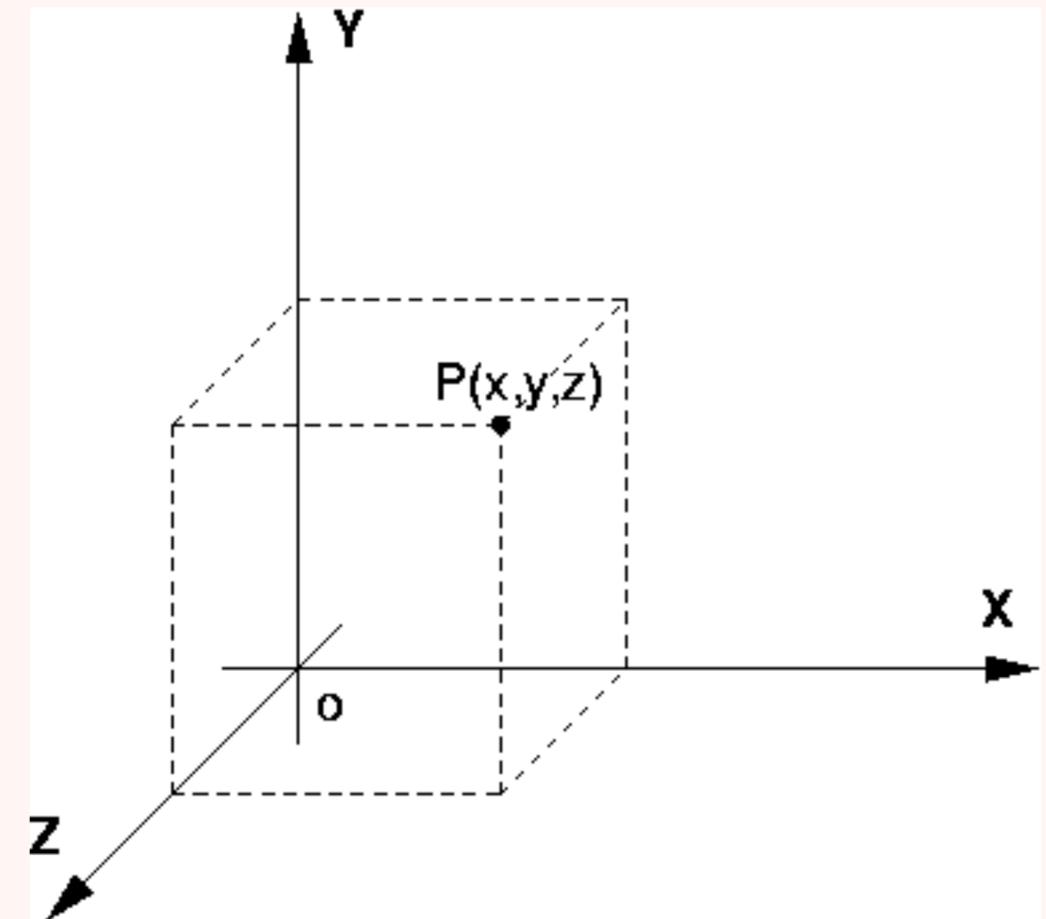
UNO STRUMENTO BASILARE: IL SISTEMA DI RIFERIMENTO

Ci serve per descrivere, ad esempio, il movimento di un corpo dando senso ad affermazioni del tipo: il corpo si trova in tale posizione, con tale velocità, ...

Sono informazioni date rispetto a un sistema di riferimento.

Tuttavia, i fenomeni naturali avvengono senza “preoccuparsi” della nostra scelta di un riferimento.

A destra abbiamo un riferimento “spaziale”, in tre dimensioni. Dovremo aggiungerne una quarta...



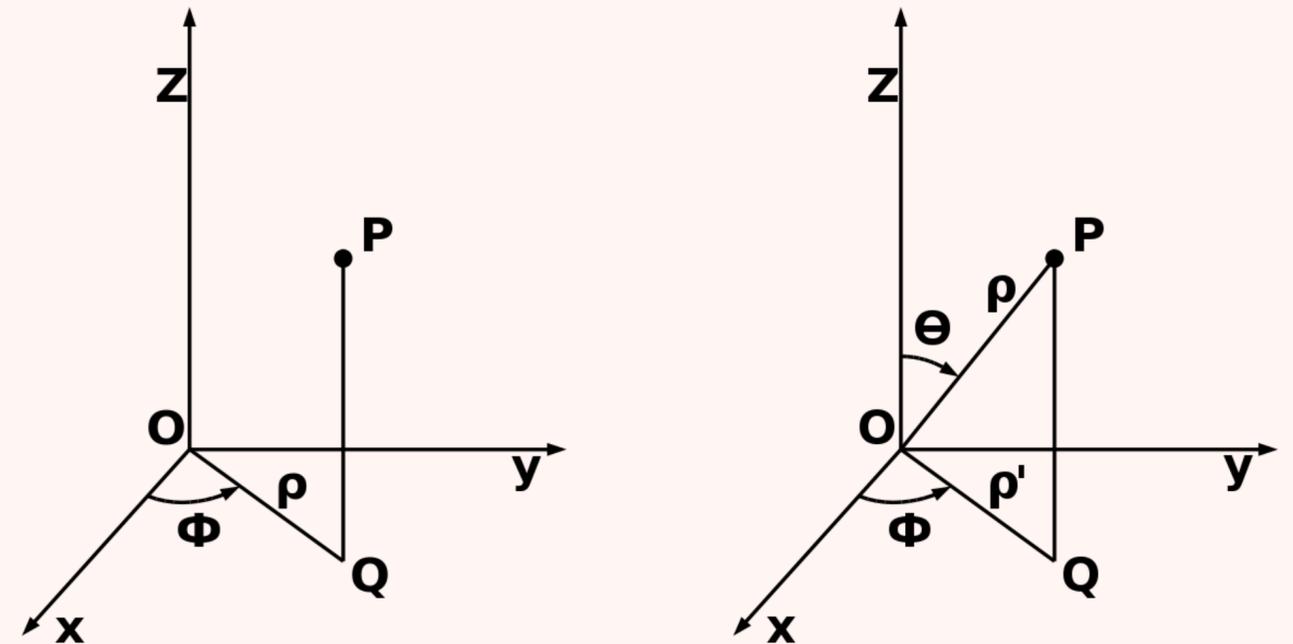
CAMBI DI RIFERIMENTO

Dal punto di vista matematico, il punto P può avere coordinate diverse, ma la sua posizione sarà sempre la stessa.

Lo spazio esiste in modo “assoluto”, cioè svincolato dalla scelta di un riferimento.

Dal punto di vista fisico, invece, il concetto di spazio assoluto non è affatto evidente.

Questo perché i riferimenti fisici sono legati alla materia e alle sue interazioni (si pensi al “brancolare” in una stanza buia).



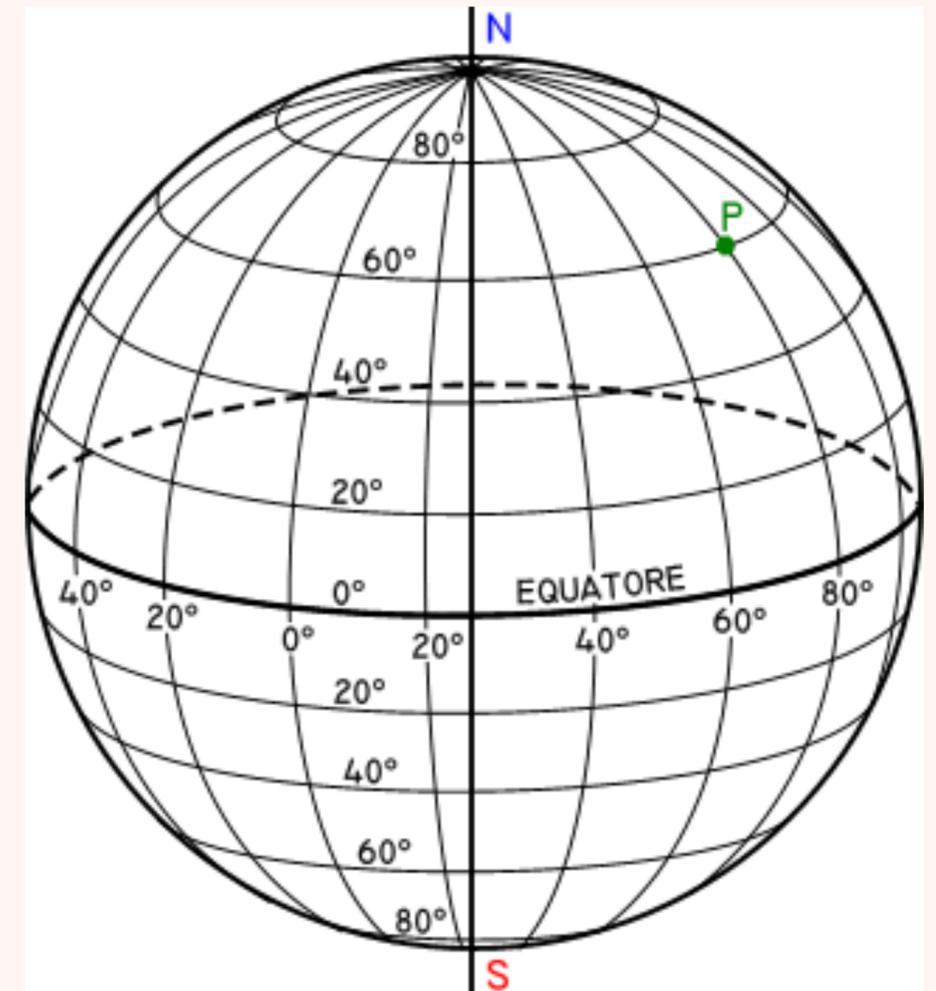
ALTRI RIFERIMENTI

Sulla Terra usiamo latitudine e longitudine (chiaramente la Terra esiste indipendentemente dalle due).

Alle volte siamo in grado di scambiare informazioni a prescindere dal riferimento (per darci appuntamento di solito non specifichiamo il luogo con latitudine e longitudine).

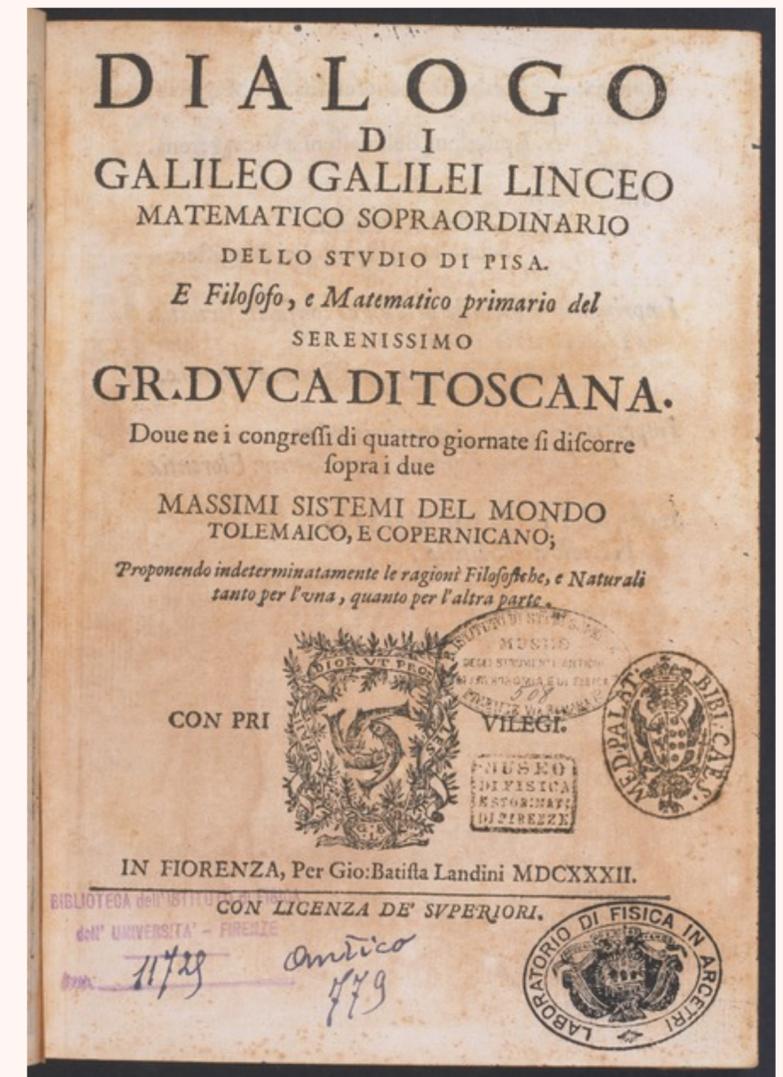
Anche il tempo ha i suoi riferimenti (per esempio la nascita di Cristo o l'*Egira*, per i calendari).

Anche per il tempo ci si può riferire al tempo assoluto: una entità immutabile che scorre ugualmente per tutto e per tutti.



IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ SECONDO GALILEO

Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti: siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. [...] Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia mentre il vascello sta fermo non debbano succedere così: fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur di moto uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina, o pure sta ferma.



IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ SECONDO GALILEO



OGGI VERIFICHIAMO IL PENSIERO DI GALILEO ANCHE IN AEREO, OLTRE CHE SU “NAVILII”.

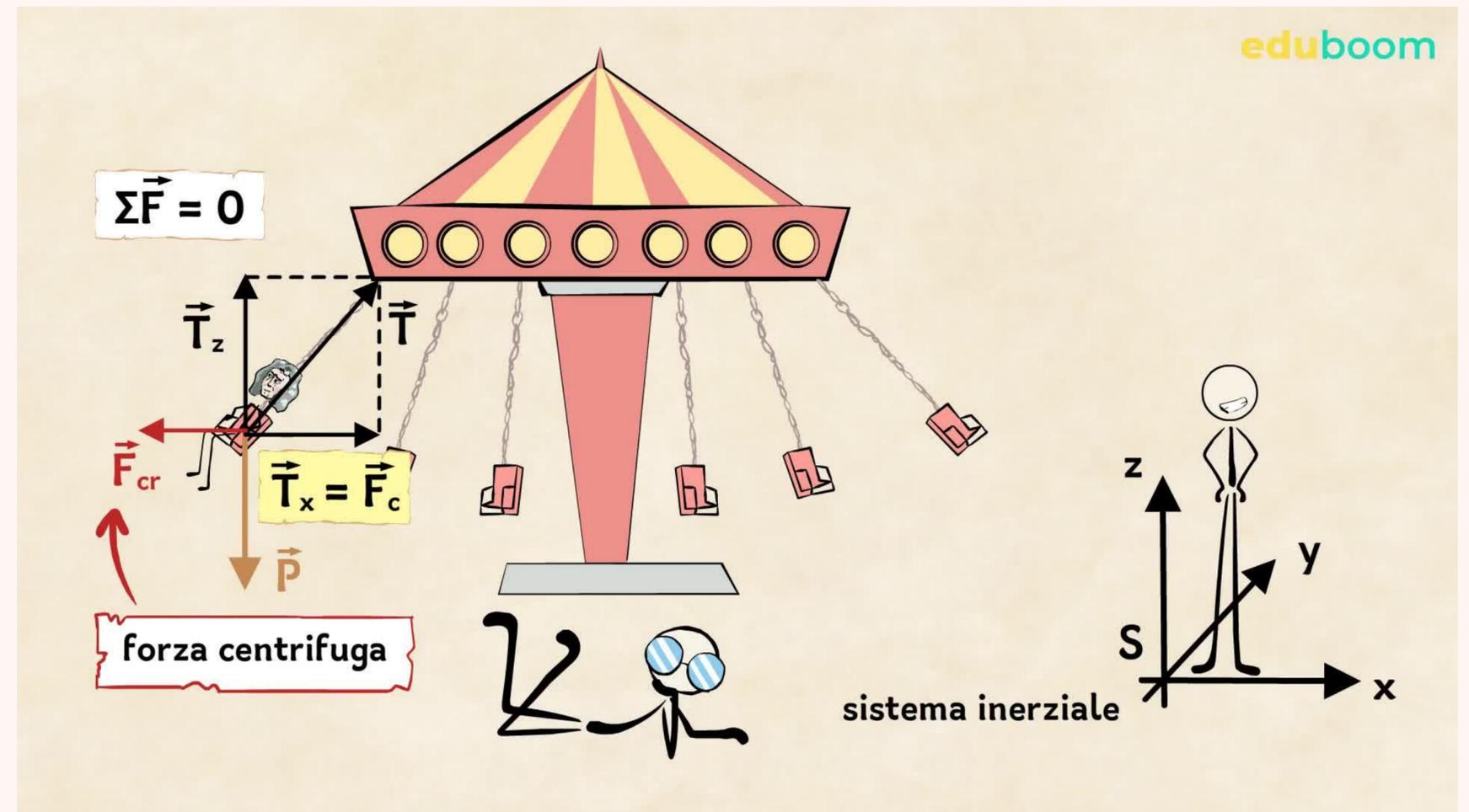


FORZE FITTIZIE

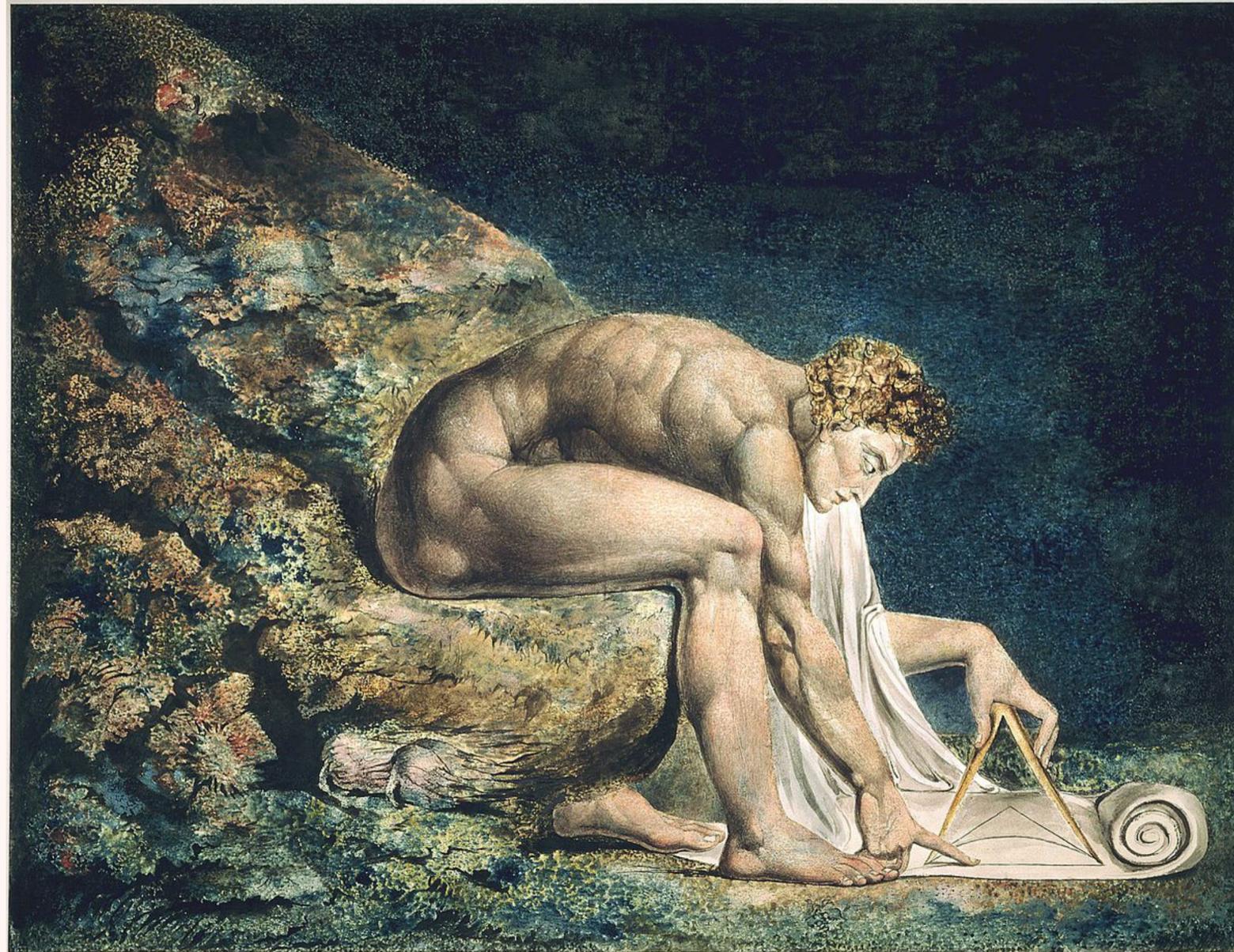
L'osservazione di Galileo è fondamentale: non siamo in grado di stabilire, dalla sola osservazione del movimento di un corpo, con quale velocità il "navilio" si stia muovendo.

Se il moto della nave non è uniforme, tuttavia, ce ne accorgiamo. Difatti, lo notiamo dalle cosiddette "forze fittizie" (ad esempio, la forza centrifuga).

Le forze fittizie sono il punto di partenza per la teoria generale della relatività.



NEWTON



PRINCIPIA DI NEWTON

Definizione I: massa m

Definizione II: momento (quantità di moto), $p = mv$. (Già usando la moderna notazione vettoriale).

Definizione III: massa inerziale, quella che un corpo oppone resistendo a un cambiamento nel suo movimento.

Definizione IV: forza, l'agente che tende a cambiare lo stato di movimento di un corpo.

Annotazione (Scholium): Spazio e tempo sono assoluti. Questo concetto sarà attaccato da Ernst Mach verso la fine del XIX secolo e poi affondato da Einstein con la teoria della relatività.

LEGGI DEL MOVIMENTO

Legge I (principio di inerzia): ogni corpo rimane in uno stato di riposo o di movimento uniforme, se non ci sono forze che agiscono su di esso.

Legge II: la variazione del movimento è proporzionale alla forza esercitata e avviene nella stessa direzione di questa forza. In notazione moderna (queste equazioni non appaiono nei *Principia*):

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} ,$$

oppure, se la massa è una costante,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} .$$

Legge III: ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e opposta. Le azioni di due corpi l'uno sull'altro sono uguali e avvengono in direzioni opposte.

Corollario III: conservazione del momento. (Esercizio)

SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI

I sistemi di riferimento inerziali sono detti quelli in cui non si presentano forze fittizie. Tali riferimenti si muovono relativamente di moto uniforme.

Il problema è specificare, nei riferimenti in cui si presentano forze fittizie, rispetto a che cosa questi accelerino. Secondo Newton, queste sorgono dall'accelerazione rispetto allo spazio assoluto.

Secondo Mach (seconda metà del secolo XIX) dall'accelerazione rispetto alla materia (cioè non esiste uno spazio assoluto, tutti i movimenti sono relativi).



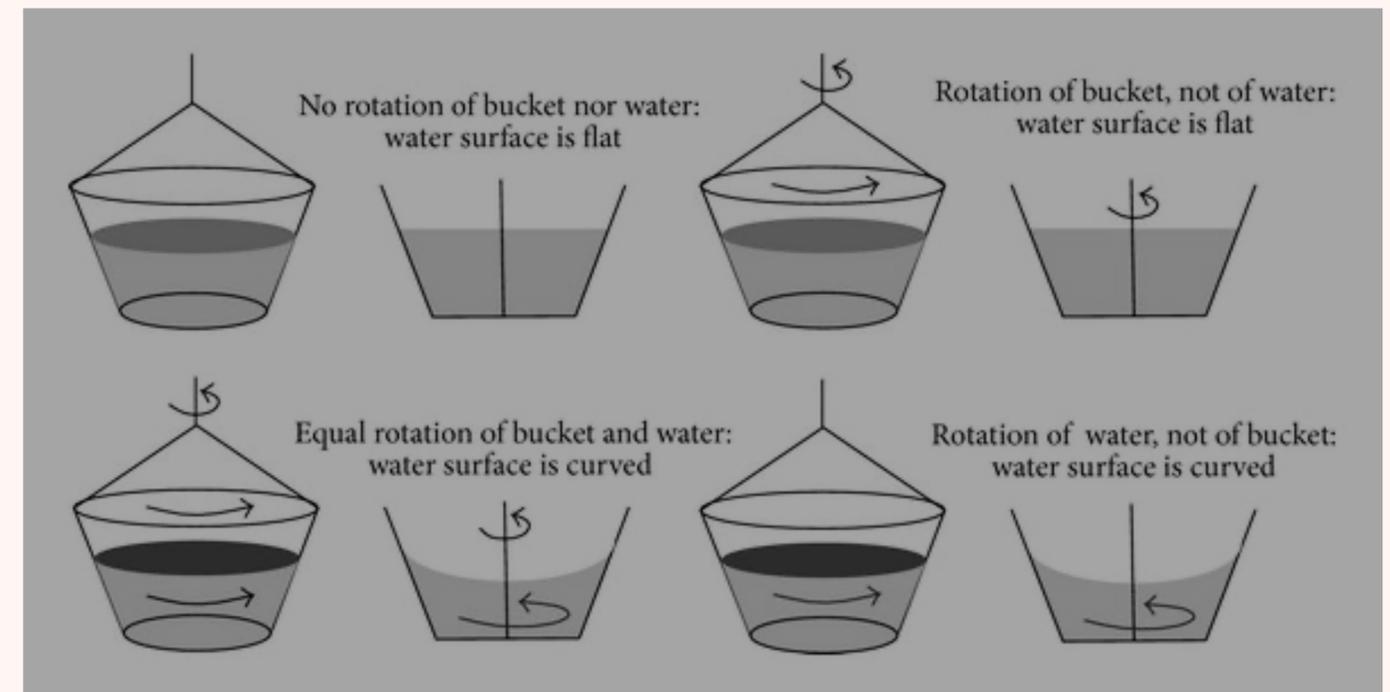
SECCHIO DI NEWTON

È un famoso esperimento proposto da Newton nei suoi *Principia*.

Il movimento relativo tra acqua e secchio è sempre lo stesso, cioè nullo perché o non ruotano o ruotano in maniera solidale, rispetto al riferimento della Terra.

In un caso la superficie dell'acqua rimane piana, nell'altro invece si incurva sotto l'azione della forza centrifuga.

Quindi Newton conclude che è l'accelerazione rispetto allo spazio assoluto a produrre le forze fittizie, non un movimento relativo.

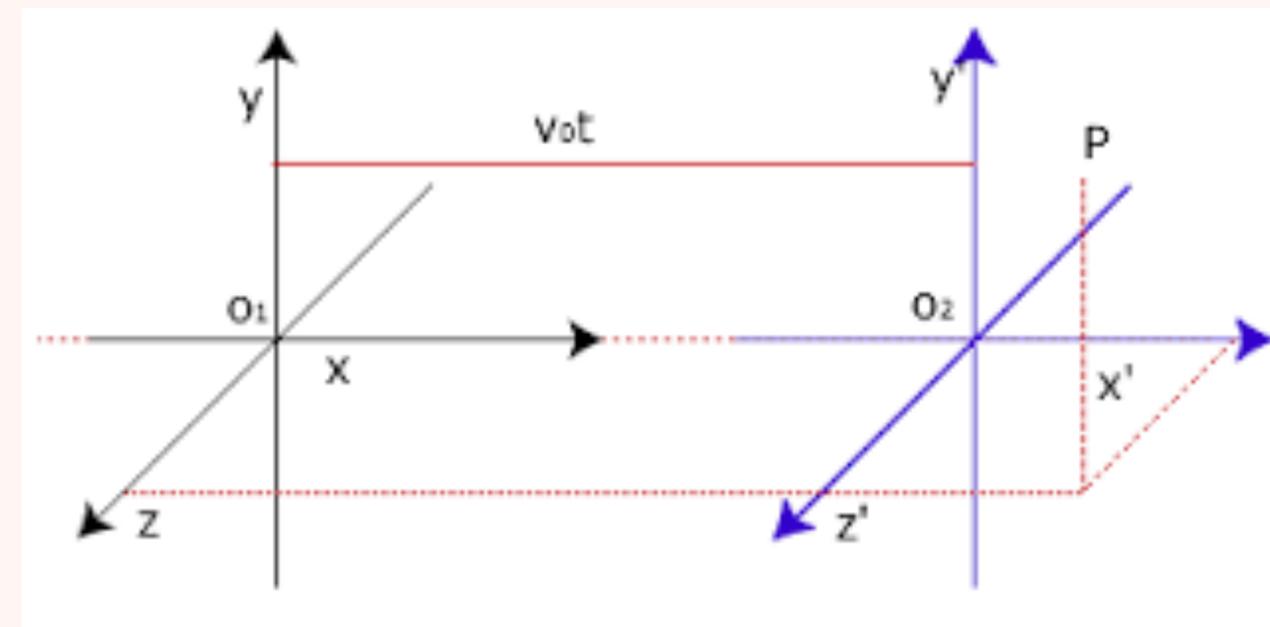


LE TRASFORMAZIONI DI GALILEO

Le trasformazioni di coordinate tra due sistemi inerziali in movimento relativo lungo l'asse x sono scritte sotto.

$$\begin{cases} x = x' + v_0 t \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \iff \begin{cases} x' = x - v_0 t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

primo osservatore secondo osservatore



LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ SECONDO GALILEO

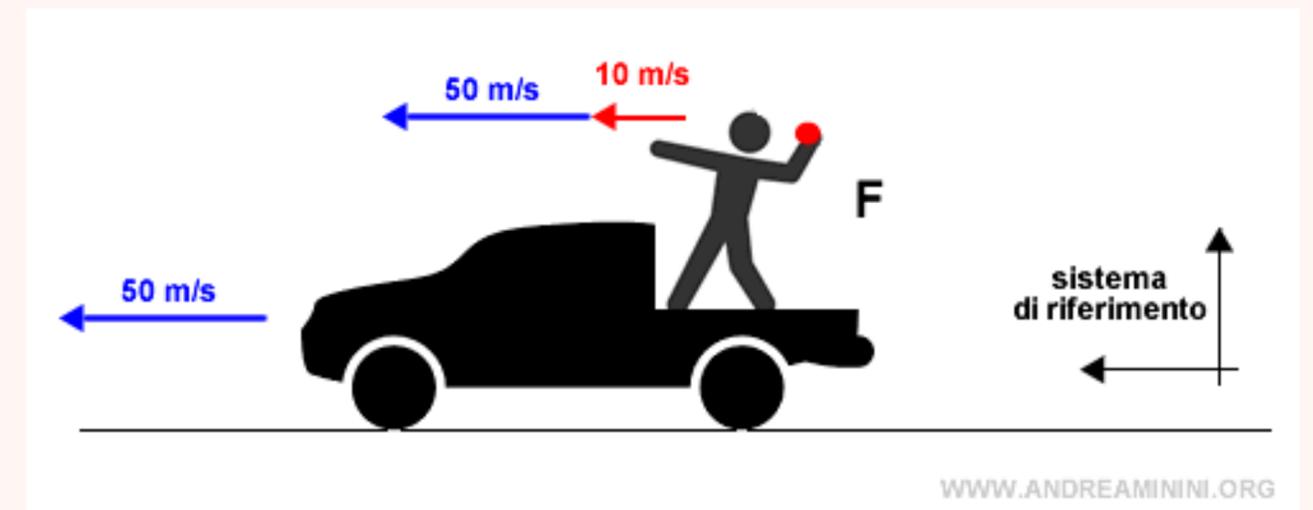
Una immediata conseguenza delle trasformazioni di Galileo è la legge di composizione delle velocità.

Queste si sommano. Difatti, partiamo da $x = x' + v_0 t$.

La derivata rispetto al tempo ci dà la velocità:

$$v = v' + v_0.$$

Ciò sarà un problema quando si scoprirà che la velocità della luce non si può superare.



L'INVARIANZA DELLE LEGGI DELLA DINAMICA SOTTO LE TRASFORMAZIONI DI GALILEO

Un'altra immediata conseguenza delle trasformazioni di Galileo è che la seconda legge di Newton non cambia.

Quindi la dinamica non risente del valore della velocità del riferimento (purché quella sia costante).

La formula a destra (la seconda legge di Newton) quindi rimane identica cambiando di riferimento inerziale in riferimento inerziale.

Perciò, la quantità che chiamiamo massa (o inerzia o massa inerziale) è detta invariante.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Siccome:

$$v = v' + v_0$$

Si ha che:

$$a = a'$$

Dato che v_0 è costante.

I FENOMENI ELETTROMAGNETICI

Le equazioni di Maxwell, a destra, descrivono tutti i fenomeni elettromagnetici.

In particolare, spiegano che la luce è un'onda, formata da oscillazioni dei campi elettrico e magnetico. E così le onde radio, le microonde, i raggi UV, i raggi X e i raggi gamma (spettro elettromagnetico).

Queste onde si propagano con velocità c , quella scritta in basso a destra. Questa è detta velocità della luce nel vuoto e vale all'incirca 300 mila km/s.

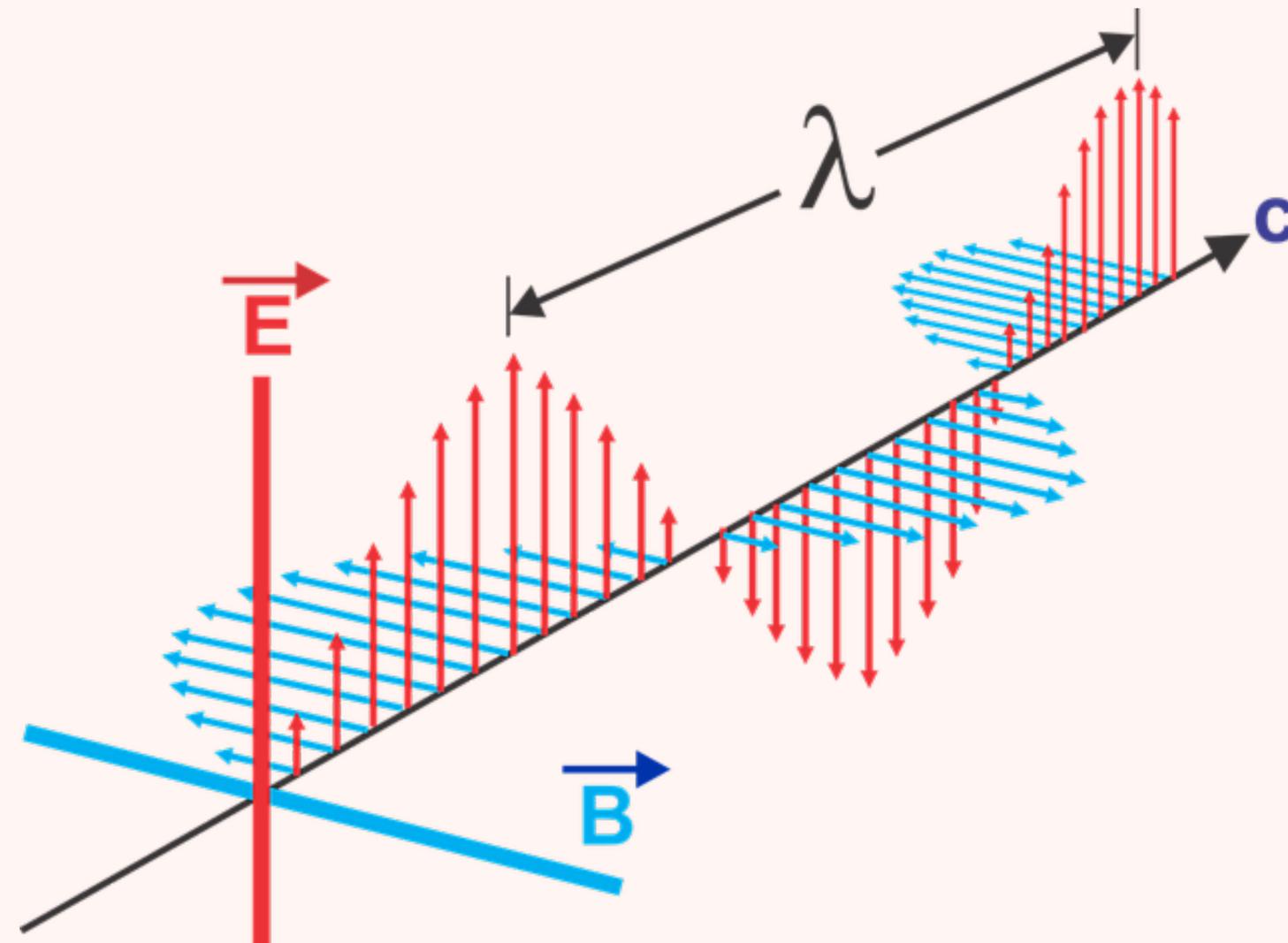
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

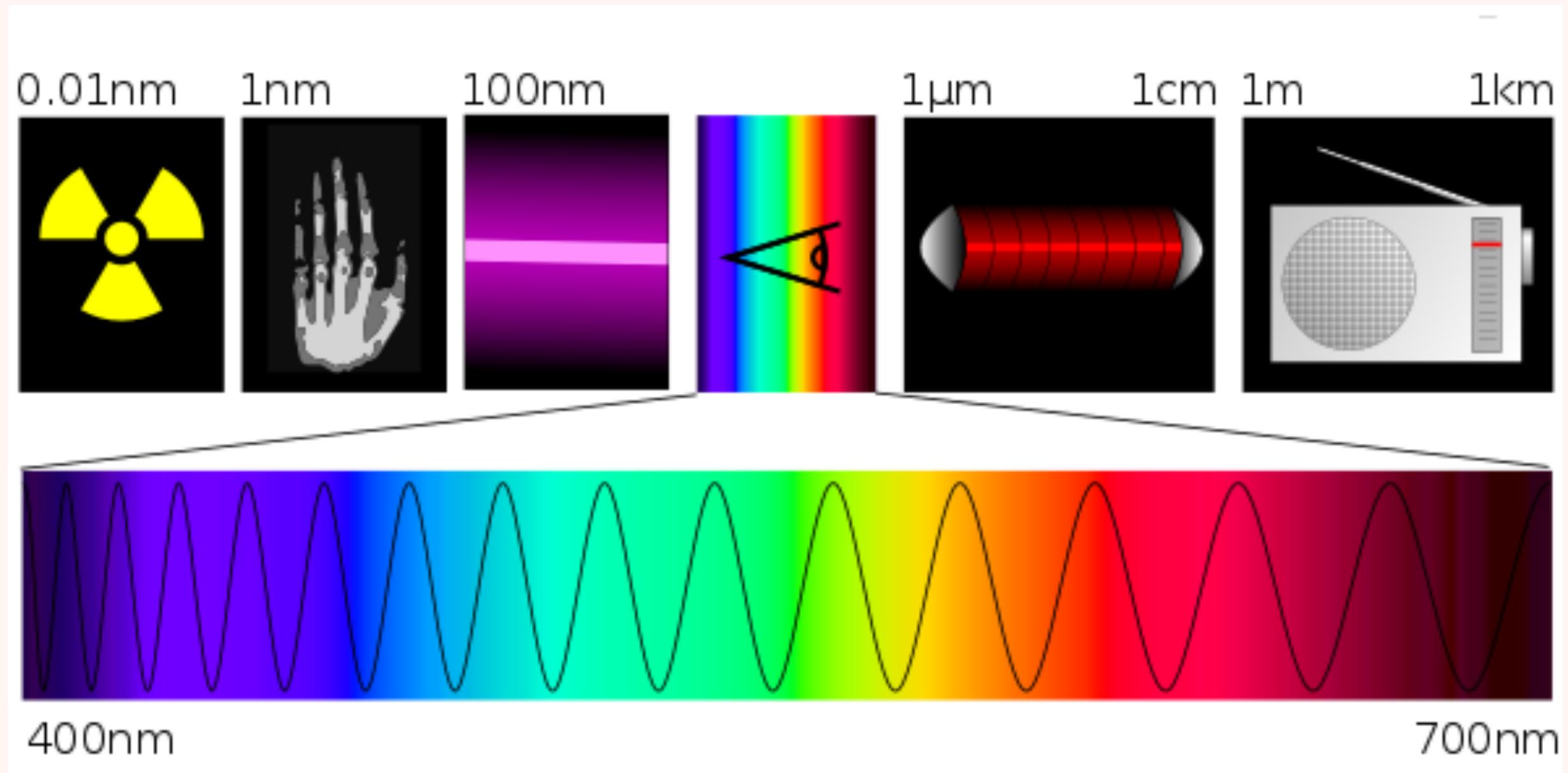
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

ONDE ELETTROMAGNETICHE



SPETTRO ELETTROMAGNETICO



EQUAZIONI DI MAXWELL E TRASFORMAZIONI DI GALILEO

Che succede alle equazioni di Maxwell quando sottoposte a una trasformazione di Galileo?

Non rimangono immutate, così come fa $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

Ci sono tre modi per spiegare questa mancata invarianza:

- 1. Sono sbagliate le equazioni di Maxwell;**
- 2. Vale il principio di relatività, ma le trasformazioni di Galileo sono sbagliate;**
- 3. Non vale il principio di relatività, e le trasformazioni di Galileo sono corrette.**

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

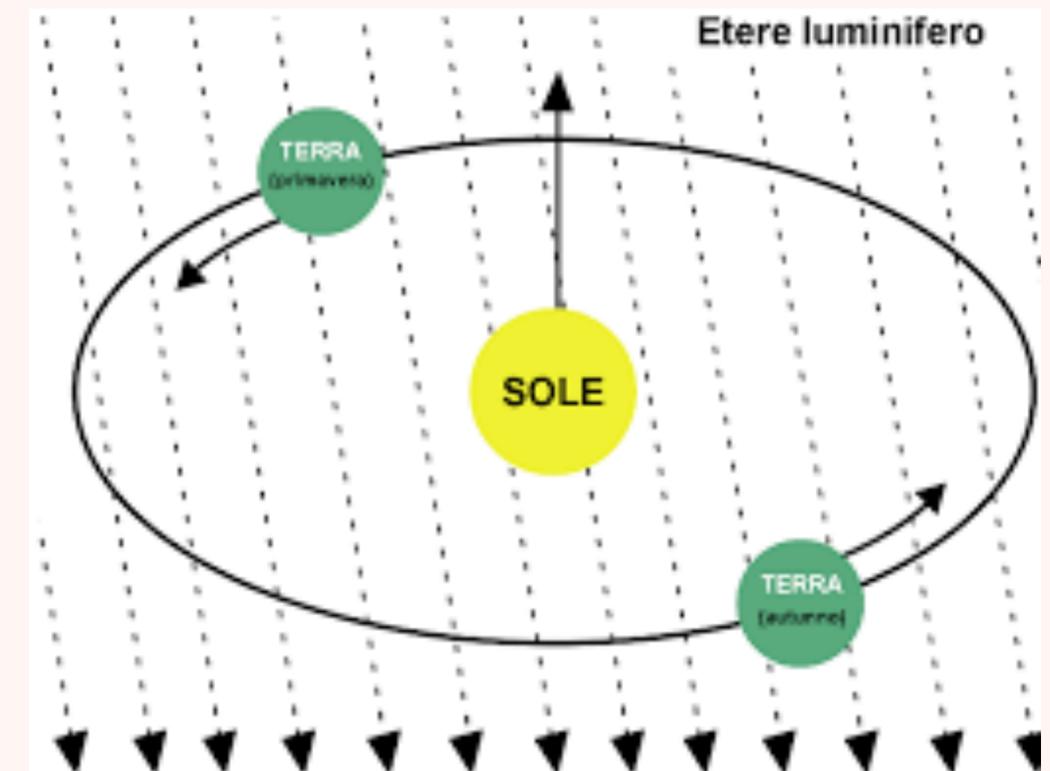
NON VALE IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ

Prima di Einstein, l'ipotesi scelta fu quella della perdita della relatività.

Quindi, per i fenomeni elettromagnetici esiste un sistema di riferimento privilegiato: quello del cosiddetto "etere luminifero".

Il motivo della scelta si trovava nella necessità di avere un mezzo di propagazione per le onde elettromagnetiche.

Qualsiasi fenomeno ondulatorio si sapeva avere un mezzo di propagazione (l'aria, l'acqua, una corda, una membrana, ...)

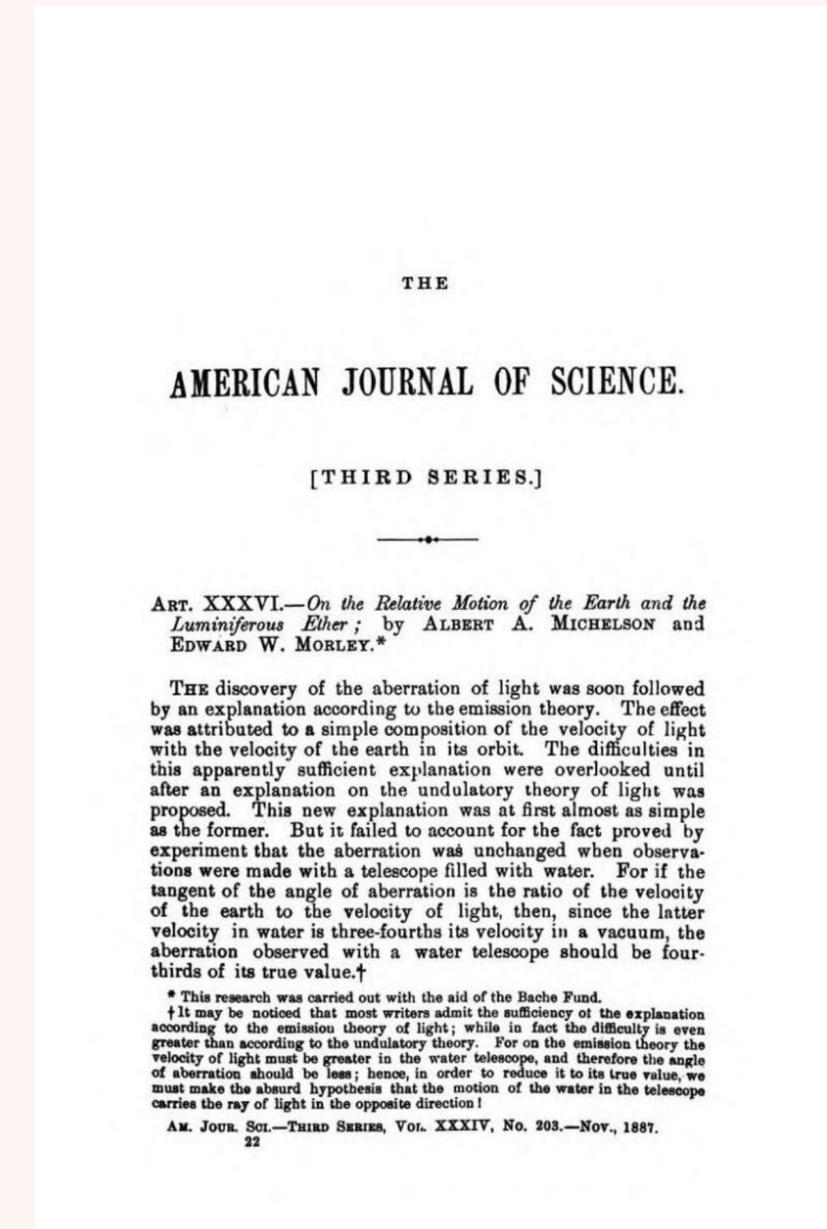


L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY

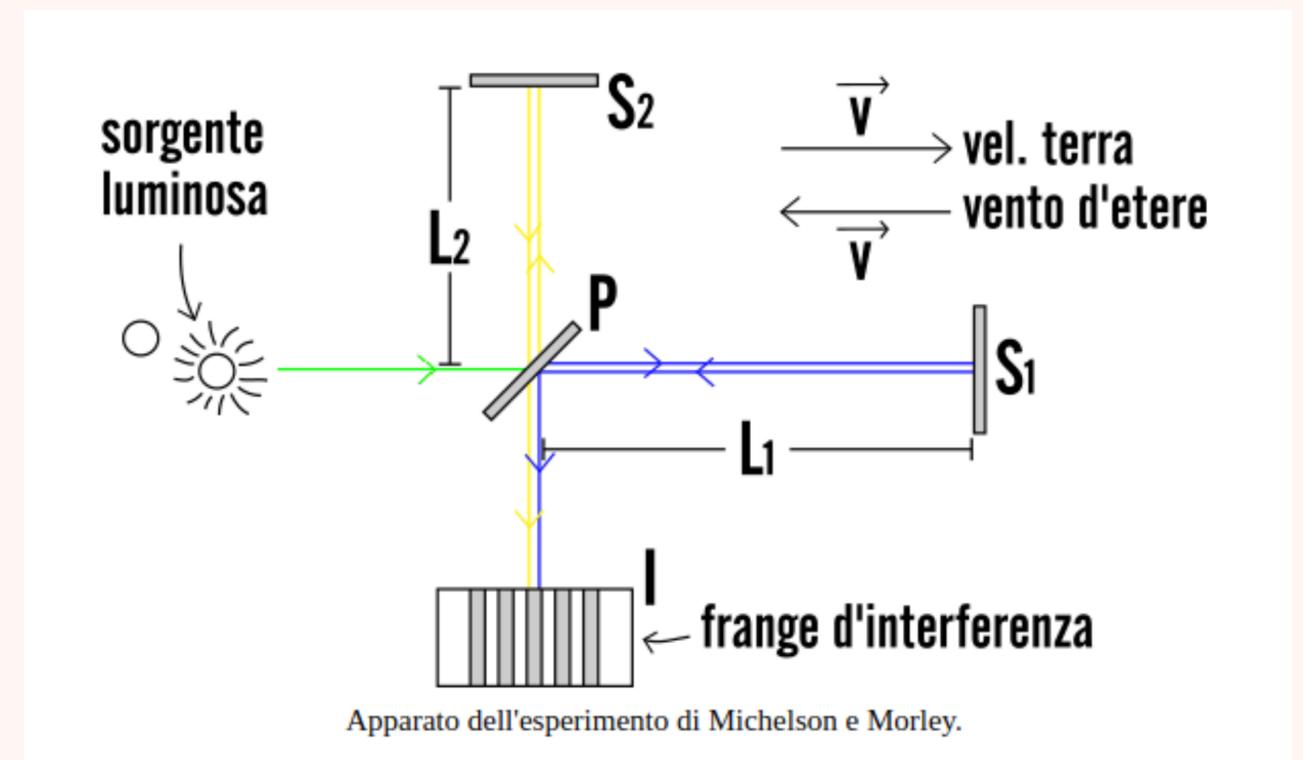
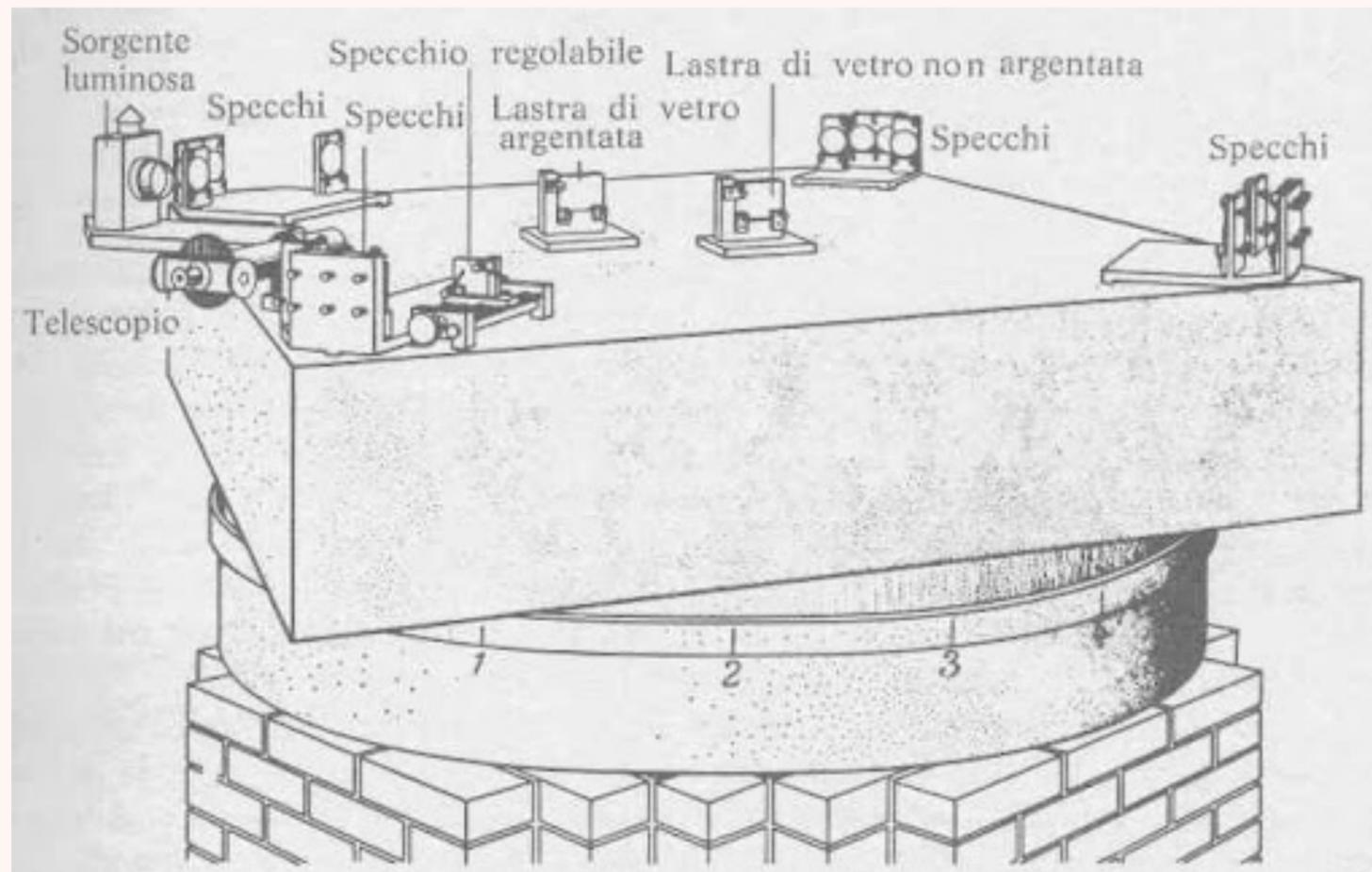
Nel suo orbitare intorno al Sole, la Terra si muoverebbe attraverso l'etere luminifero. Dovrebbe esistere quindi un movimento relativo tra Terra ed etere, un "vento d'etere".

Ci aspettiamo dunque che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche, della luce di una certa stella, varii periodicamente lungo l'anno.

Così non è, però. La velocità rimane sempre c .



L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY



LA RELATIVITÀ DI EINSTEIN

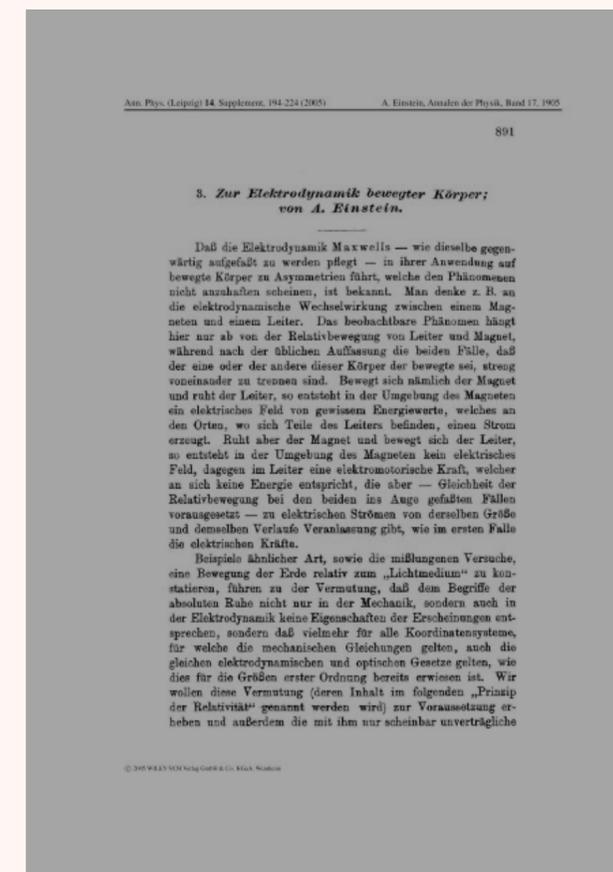
Nel 1905 (il cosiddetto *annus mirabilis*) Einstein propone una soluzione al problema.

Innanzitutto, l'etere luminifero non esiste.

Il principio di relatività continua a valere, anche per i fenomeni elettromagnetici.

Quindi le equazioni di Maxwell devono rimanere immutate se passiamo da un sistema di riferimento inerziale ad un altro.

Pertanto le trasformazioni di Galileo non possono essere corrette. Per lo meno, non per i fenomeni elettromagnetici.



LA COSTANZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

C'è una conseguenza molto sorprendente del principio di relatività, quando osserviamo le equazioni di Maxwell.

Siccome le equazioni mantengono la stessa forma, allora c è un invariante! Cioè, ha lo stesso valore in tutti i sistemi riferimento inerziali.

Ma c è una velocità! Come può rimanere invariata? Certamente allora la legge galileiana di composizione delle velocità non è corretta. E quindi nemmeno le trasformazioni di Galileo possono esserlo, dato che la prima è derivata dalle seconde.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

Le trasformazioni di Lorentz sono quelle corrette tra riferimenti inerziali.

Si nota subito che pure il tempo viene trasformato. Quindi non può esistere il tempo assoluto. Dobbiamo passare a ragionare in quattro dimensioni, non più 3.

C'è un cambio di paradigma.

Nella nostra quotidianità $v \ll c$, e in questa approssimazione recuperiamo le trasformazioni di Galileo. Queste non sono quindi "sbagliate", ma hanno un limite di applicazione.

Trasformazioni di Lorentz

$$t' = \frac{\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{(x - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

Trasformazioni di Galileo

$$t' = t$$

$$x' = (x - vt)$$

$$y' = y$$

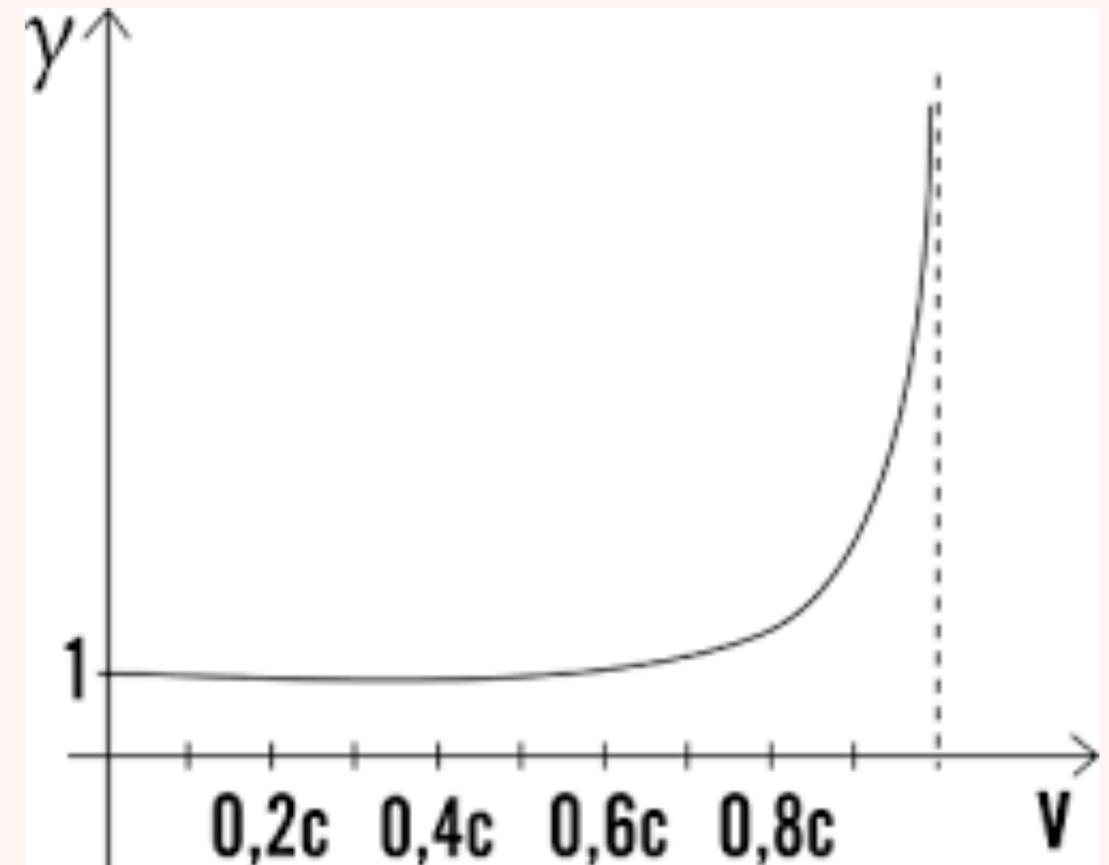
$$z' = z$$

IL FATTORE DI LORENTZ

Nelle trasformazioni di Lorentz troviamo il cosiddetto fattore di Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

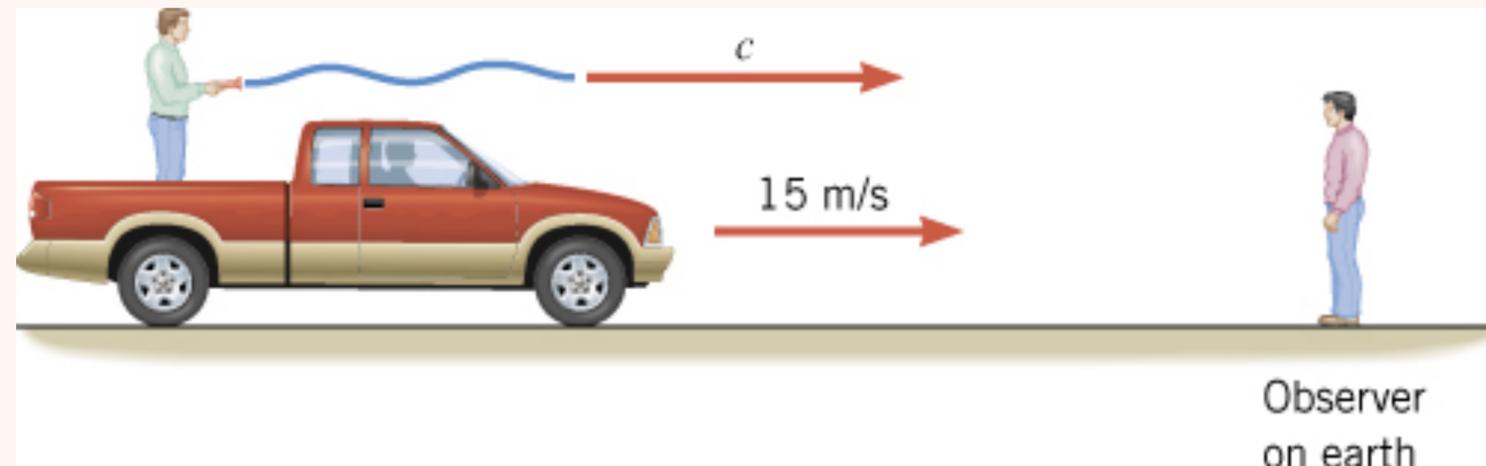
Ci dà informazioni su quanto un movimento sia relativistico.



LA COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ

Se la velocità della luce è invariante sotto trasformazioni di Lorentz, questo vuol dire che non importa con che velocità relativa ci muoviamo rispetto a una sorgente di luce. Misureremo sempre una velocità di 300 mila km/s.

Di conseguenza, la somma delle velocità non avviene in modo semplice, come per Galileo.



$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

nota come legge di composizione relativistica delle velocità.

NON POSSIAMO SUPERARE LA VELOCITÀ DELLA LUCE

Facciamo un esempio, usando la formula di prima:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

Prendiamo $v' = c$.

Abbiamo:

$$v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = c$$

Come del resto ci aspettavamo dal principio di relatività applicato alle equazioni di Maxwell.

DA DOVE HA TRATTO ISPIRAZIONE EINSTEIN

Nella prima parte del suo articolo del 1905, Einstein menziona una coincidenza che interessa i fenomeni elettromagnetici.

Si tratta dell'induzione elettrica (la legge di Faraday) e della forza di Lorentz.

Due situazioni fisiche diverse, con spiegazioni diverse, ma che danno origine allo stesso fenomeno osservato.

7.2.1 Faraday's Law

In 1831 Michael Faraday reported on a series of experiments, including three that (with some violence to history) can be characterized as follows:

Experiment 1. He pulled a loop of wire to the right through a magnetic field (Fig. 7.20a). A current flowed in the loop.

Experiment 2. He moved the *magnet* to the *left*, holding the loop still (Fig. 7.20b). Again, a current flowed in the loop.

Experiment 3. With both the loop and the magnet at rest (Fig. 7.20c), he changed the *strength* of the field (he used an electromagnet, and varied the current in the coil). Once again, current flowed in the loop.

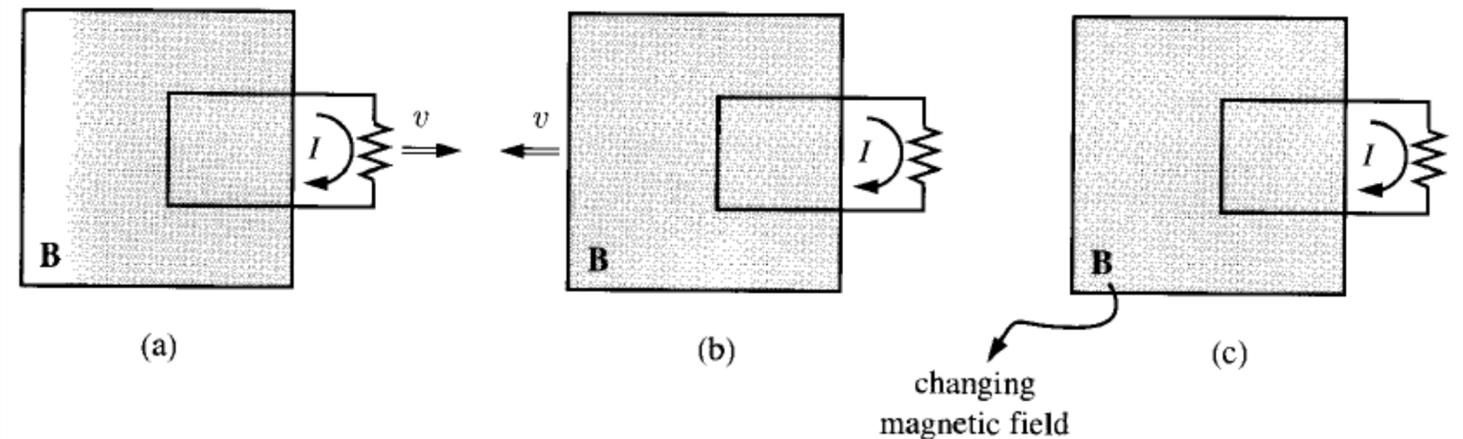


Figure 7.20

CONSEGUENZE DELLA COSTANZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

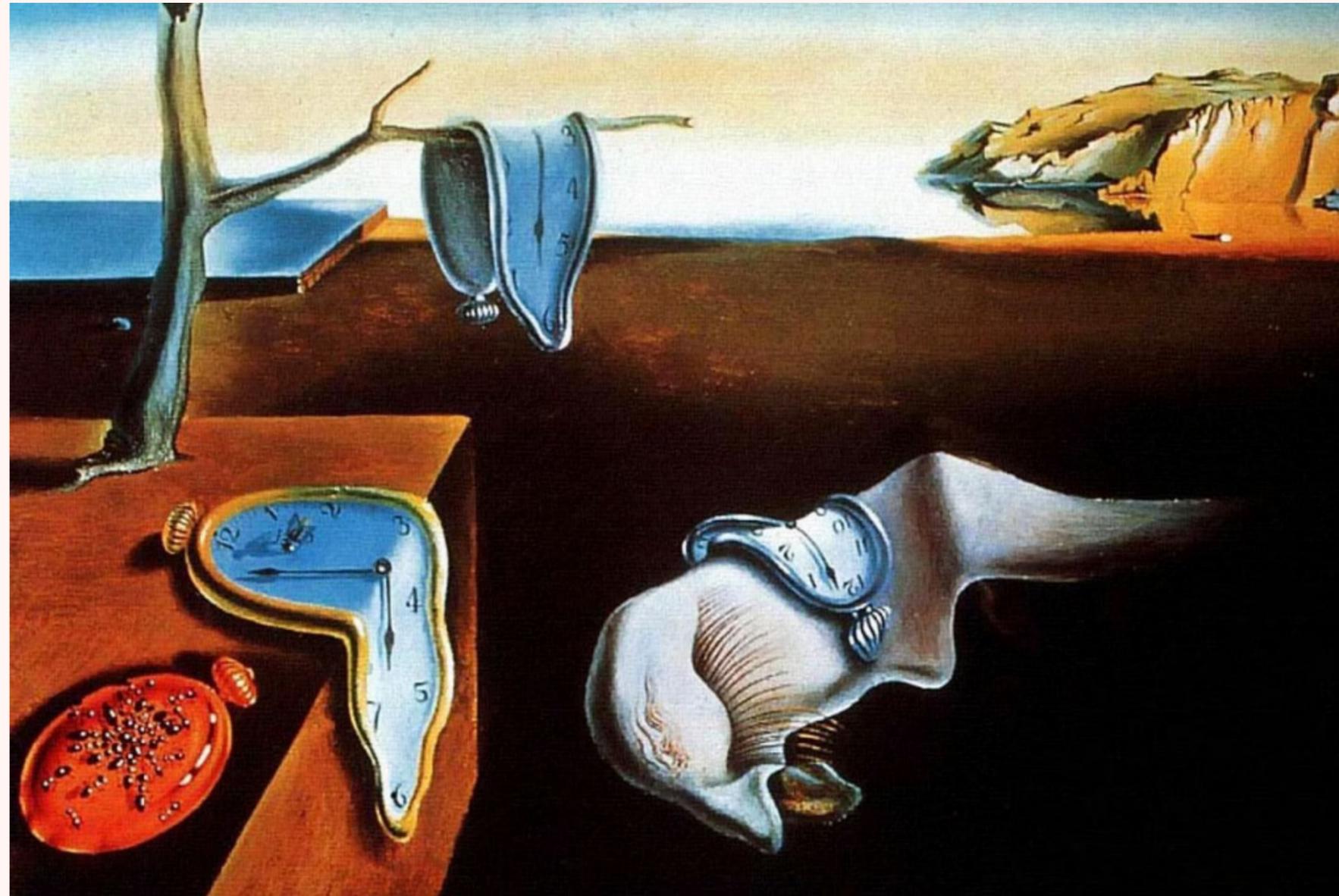
Le conseguenze del fatto che la velocità della luce sia invariante sono sorprendenti. Abbiamo:

- **L'inesistenza della simultaneità;**
- **La dilatazione dei tempi;**
- **La contrazione delle lunghezze;**
- **La causalità.**

The diagram shows the time dilation formula: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Labels with arrows point to each part: Δt is labeled 'tempo in un sistema in movimento a velocità costante'; Δt_0 is labeled 'tempo in un sistema in stato di quiete'; v^2 is labeled 'velocità del sistema'; c^2 is labeled 'velocità della luce'. The website address WWW.ANDREAMININI.ORG is at the bottom right.

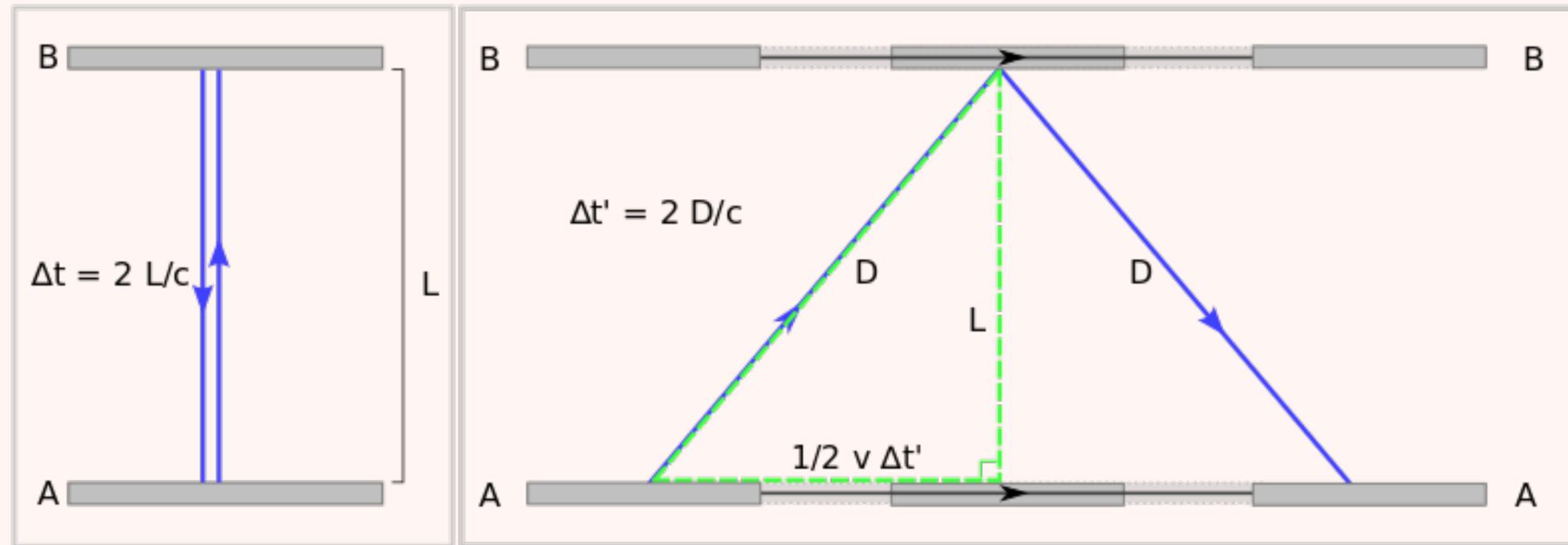
La più sorprendente, e stimolatrice di film di fantascienza, è certamente la dilatazione dei tempi.

DILATAZIONE DEI TEMPI



DILATAZIONE DEI TEMPI

Einstein nel 1905 la descrive efficacemente con l'esempio del treno e di un orologio che funziona tramite scambio di segnali luminosi.

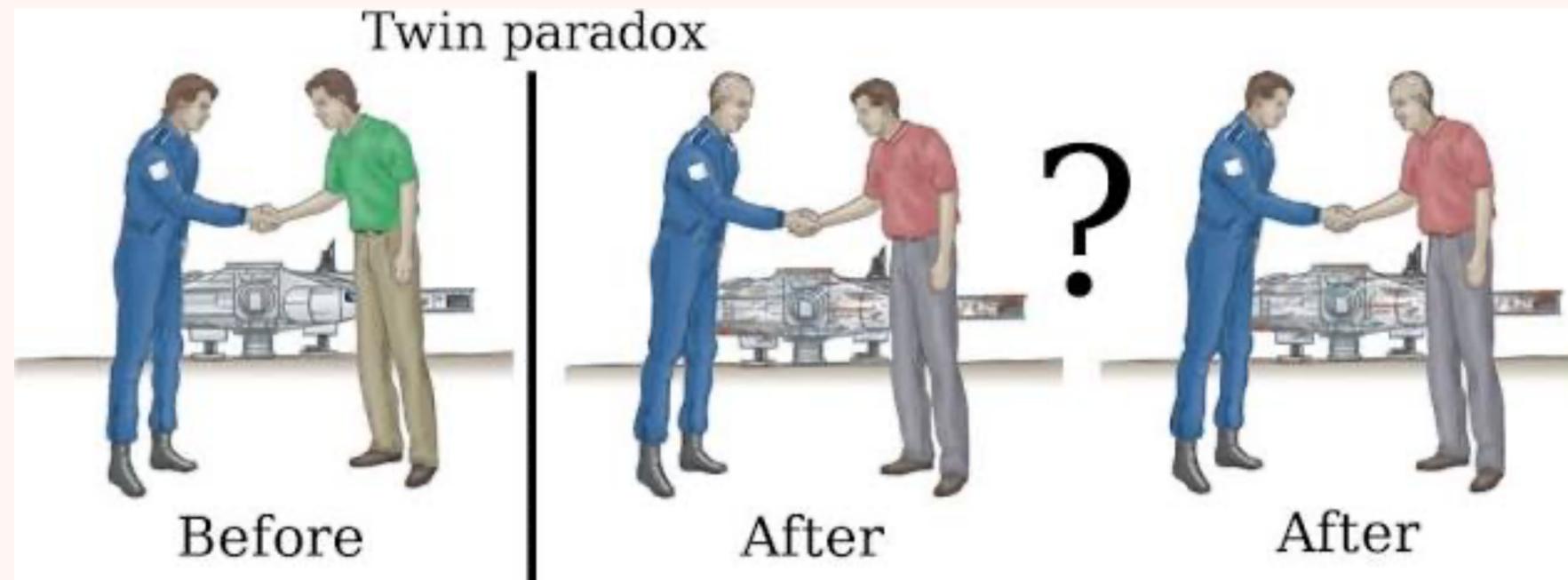


$$\frac{c^2 \Delta t'^2}{4} = D^2 = L^2 + \frac{1}{4} v^2 \Delta t'^2. \text{ Quindi } (c^2 - v^2) \Delta t'^2 = 4L^2 = c^2 \Delta t^2. \text{ Da cui } \Delta t'^2 = \frac{\Delta t^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

PARADOSSI

Le novità introdotte dalla relatività speciale di Einstein danno origine a molti (apparenti) paradossi. Forse il più famoso è quello dei gemelli.

Quale dei due gemelli sarà più vecchio al rientro da un viaggio interstellare?



CAUSALITÀ

Il non poter superare la velocità della luce è anche garanzia di causalità. Cioè che la causa precede l'effetto, indipendentemente dall'osservatore.

Nelle formule a lato: se $t_2 - t_1 > 0$ è l'intervallo di tempo tra due eventi (ad esempio, un calcio al pallone e il gol), allora si vede che se v diventa troppo grande $t'_2 - t'_1$ può diventare negativo.

Cioè, per un osservatore inerziale che si muove a velocità superiore a quella della luce rispetto al primo, l'effetto viene prima della causa (prima il gol e poi il tiro).

$$\begin{aligned}\Delta t' &= t'_2 - t'_1 = \\ &= \gamma \left(t_2 - \frac{v}{c^2} x_2 \right) - \gamma \left(t_1 - \frac{v}{c^2} x_1 \right) = \\ &= \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \right]\end{aligned}$$

SPAZIOTEMPO

Dovendo tenere conto anche del tempo nelle trasformazioni tra riferimenti inerziali, Minkowski propone nel 1908 una interpretazione geometrica dei risultati di Einstein.

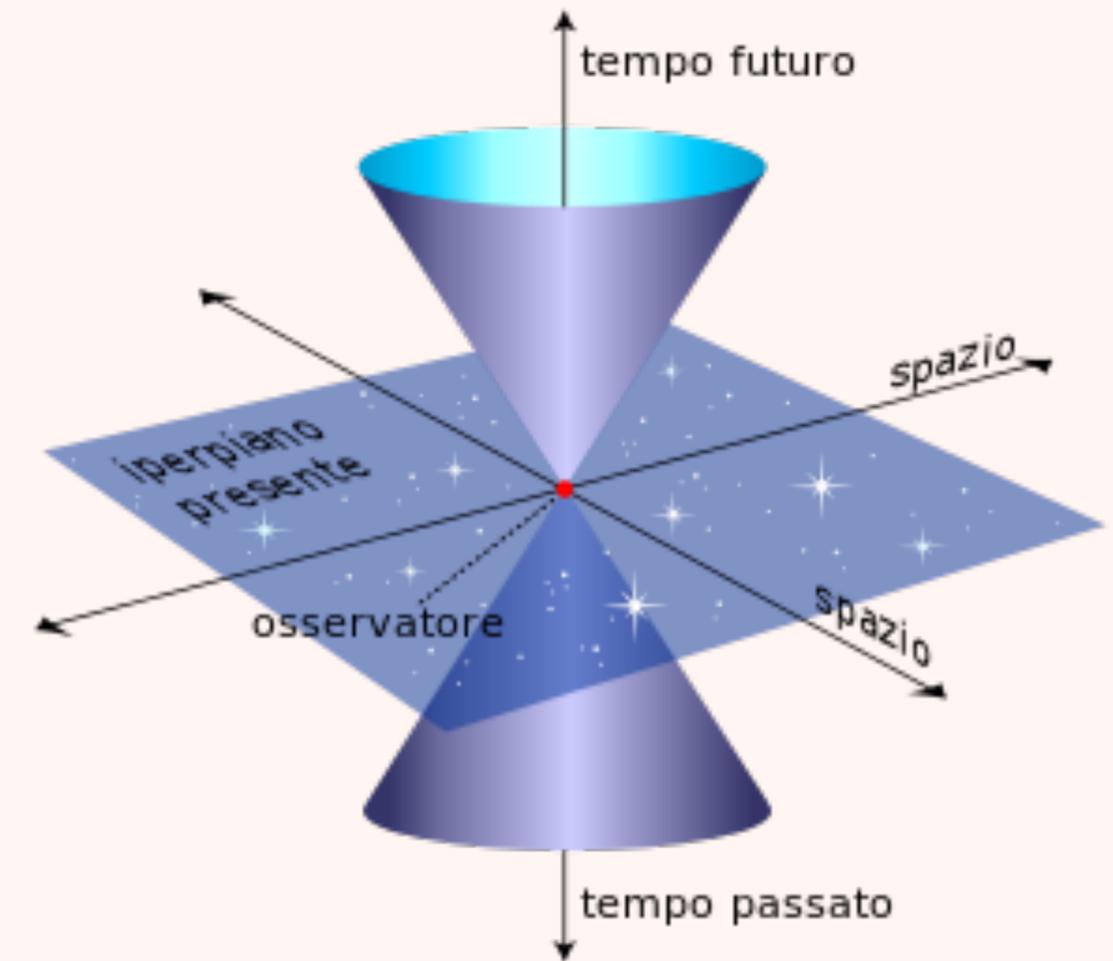
Nello spaziotempo vale una sorta di teorema di Pitagora:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Dove il tempo entra col “segno sbagliato”. Per fare prima, scriviamo:

$$ds^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu . \text{ Con } \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1,1,1,1) .$$

E questa $\eta_{\mu\nu}$ la chiamiamo metrica (di Minkowski).



$$E = mc^2$$

Ora abbiamo riferimenti nello spaziotempo, non più nello spazio. E definiamo vettori con 4 componenti, non più 3.

Il vettore velocità diventa quindi il quadri-vettore velocità e il vettore momento (quantità di moto) diventa il quadri-vettore momento.

Ma quali sono le nuove componenti, quelle riferite al tempo?

Per il quadrimomento, si mostra che la componente temporale è:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Da cui la nota formula $E = mc^2$, per un corpo a riposo ($v = 0$).

LA RELATIVITÀ RISTRETTA NELLA VITA DI TUTTI I GIORNI

Effetti relativistici dovuti al movimento si manifestano apprezzabilmente solo quando le velocità si approssimano a quelle della luce.

Nel nostro quotidiano le velocità tipiche sono molto inferiori, quindi non ci sono effetti rilevanti.

Ad esempio, la stazione spaziale internazionale orbita a una velocità di circa 8 km/s. Questa velocità corrisponde a un fattore di Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8^2}{300000^2}}} = 1 + 3,6 \times 10^{-10}$$

Ciò vuol dire che, dopo 10^{10} secondi, cioè circa 317 anni, l'astronauta si ritroverà più giovane di 3,6 secondi rispetto a un suo collega rimasto a Terra.

LA RELATIVITÀ RISTRETTA NELLA VITA DI TUTTI I GIORNI

La nota formula $E = mc^2$ ha avuto e ha invece un impatto importante nella nostra storia contemporanea.

La materia è formata da atomi e questi da nuclei di protoni e neutroni, particelle fondamentali di cui conosciamo la massa. Sappiamo (incredibilmente) “pesarle”, nonostante siano invisibili, e sappiamo anche pesare gli atomi.

Uno si aspetterebbe che la somma delle masse di protoni e neutroni equivalga la massa dell'atomo in questione. Ma non è così, è sempre minore. Questo è il difetto di massa. Si tratta dell'energia di legame che mantiene unito il nucleo, la quale è negativa e per cui $E = mc^2$ ci dice che corrisponde a una massa negativa, che in effetti verifichiamo.

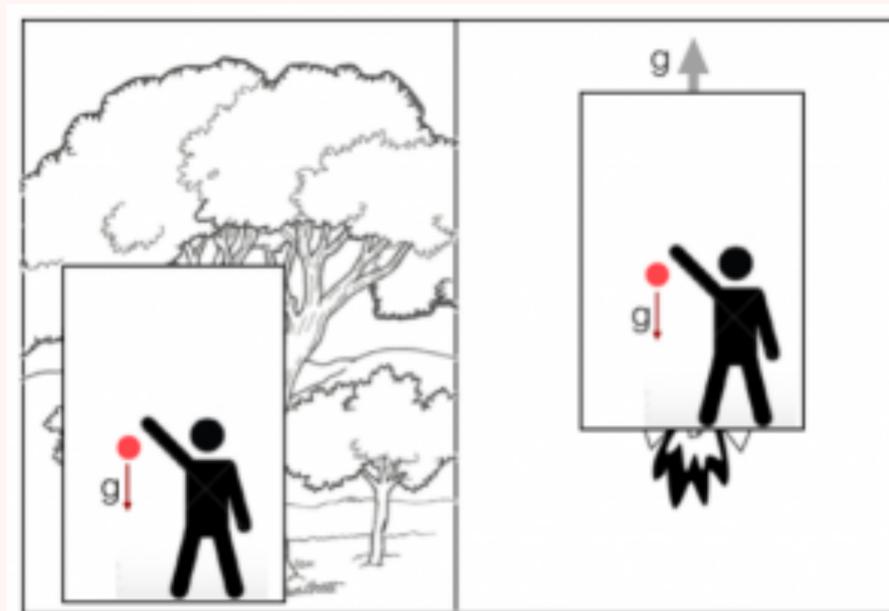
La $E = mc^2$ dell'energia di legame è quella che ricaviamo nelle centrali nucleari. È anche quella che rende devastanti le bombe nucleari.

IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Einstein (sempre lui) nel 1911 realizza che in caduta libera non sentiamo più il campo gravitazionale.

In un sistema di riferimento, lontano da masse enormi (pianeti e stelle), e accelerato con accelerazione g pesiamo esattamente come sulla Terra.

Sembra una versione avanzata del principio di Galileo, che abbiamo visto all'inizio.

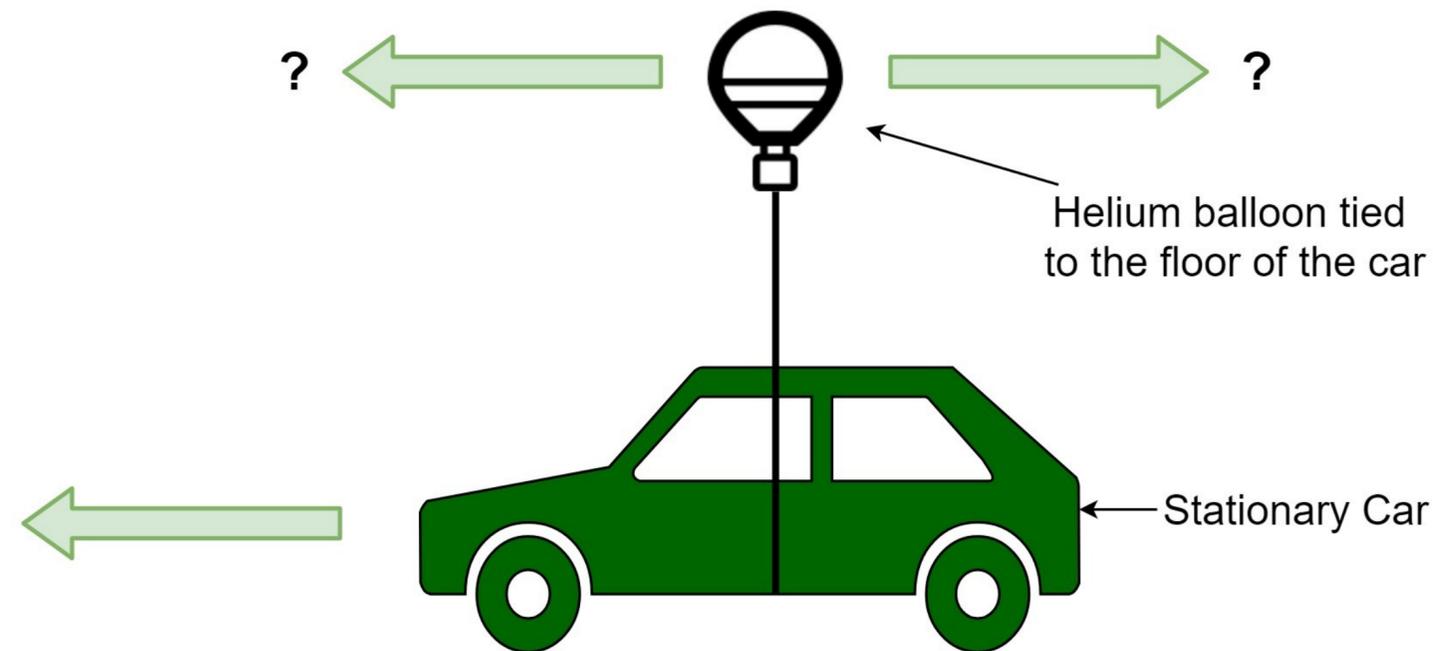


ALTRO ESEMPIO

Un palloncino gonfiato ad elio in che direzione si muove quando l'auto accelera?

Puzzle | Car and Helium Balloon motion

If the car moves forward, in which direction will the balloon move?



LA METRICA

L'equivalenza non è globale, ma vale localmente (in un punto). Quindi la gravità è come una forza inerziale, ma non esattamente (nel senso che non è fittizia).

Scegliendo un sistema di riferimento opportuno (detto inerziale o in caduta libera) eliminiamo quindi gli effetti della gravità e ritorniamo alla relatività ristretta:

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} d\xi^\mu d\xi^\nu .$$

Questo vale solo in un punto. In assenza di altre interazioni abbiamo quindi la relatività ristretta. Cambiando le coordinate (covarianza generale) abbiamo:

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu, \rho, \sigma=0}^3 \eta_{\mu\nu} \frac{\partial \xi^\mu}{\partial x^\rho} dx^\rho \frac{\partial \xi^\nu}{\partial x^\sigma} dx^\sigma , \implies ds^2 = \sum_{\rho, \sigma=0}^3 g_{\rho\sigma} dx^\rho dx^\sigma .$$

Il campo gravitazionale è quindi descritto dalla metrica $g_{\rho\sigma}$. Non c'è quindi 1 potenziale, ma 10!

LA RELATIVITÀ GENERALE

Dopo molto lavoro, e con l'aiuto del suo amico matematico Marcel Grossmann, nel 1916 Einstein pubblica un articolo contenente la teoria della relatività generale.

Il principio di equivalenza permette di assimilare il movimento di una particella soggetta a un campo gravitazionale a quello di una particella libera in movimento in uno spaziotempo curvo.

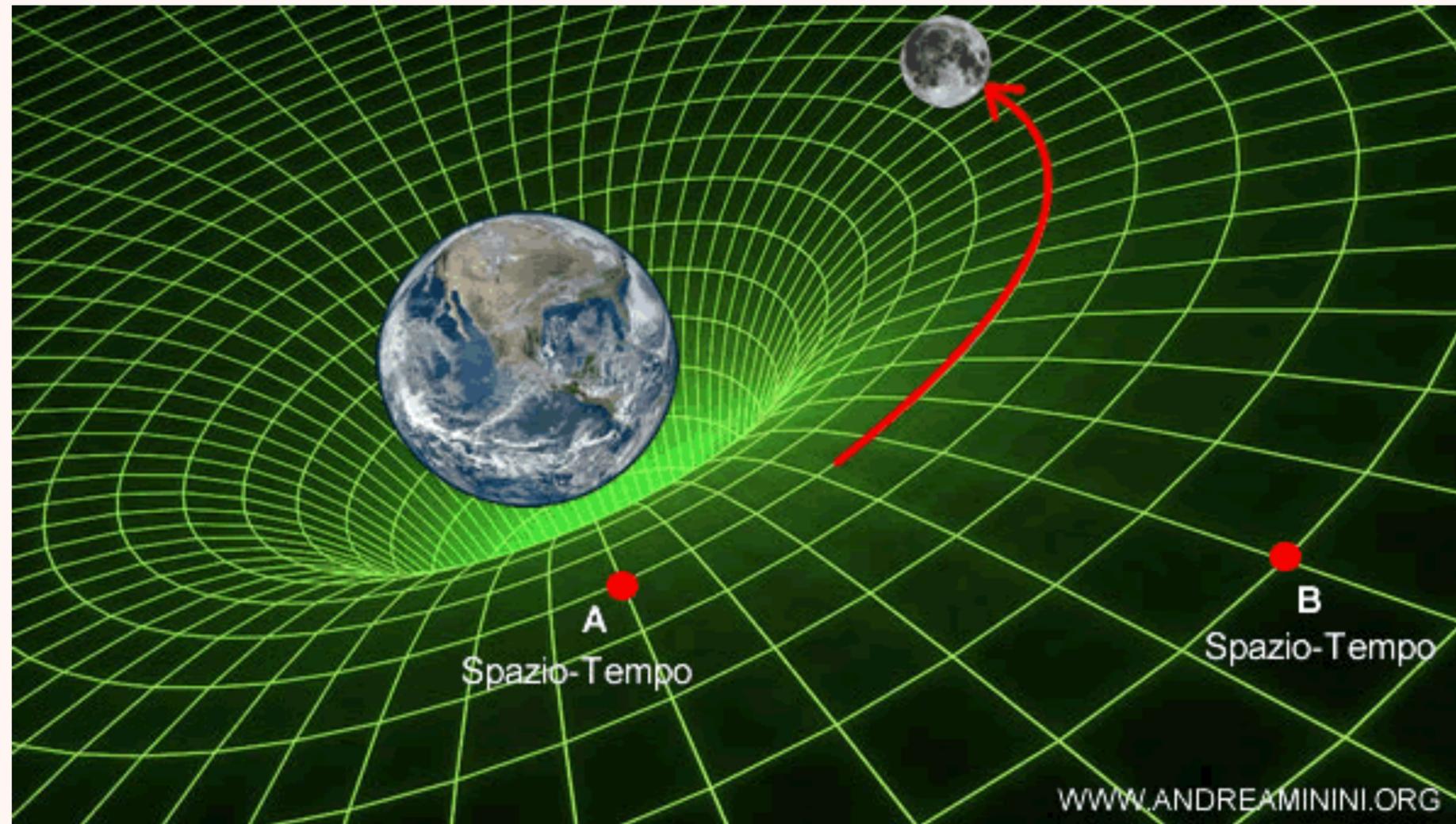
$$\frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} = 0 .$$

Cambiando le coordinate (covarianza generale) abbiamo:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0 , \quad \Gamma_{\nu\rho}^\mu \equiv \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\nu \partial x^\rho} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} \left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\sigma} \right) .$$

Questa equazione era già nota prima di Einstein. Questo descrive il percorso più breve in uno spazio curvo.

LO SPAZIOTEMPO CURVO

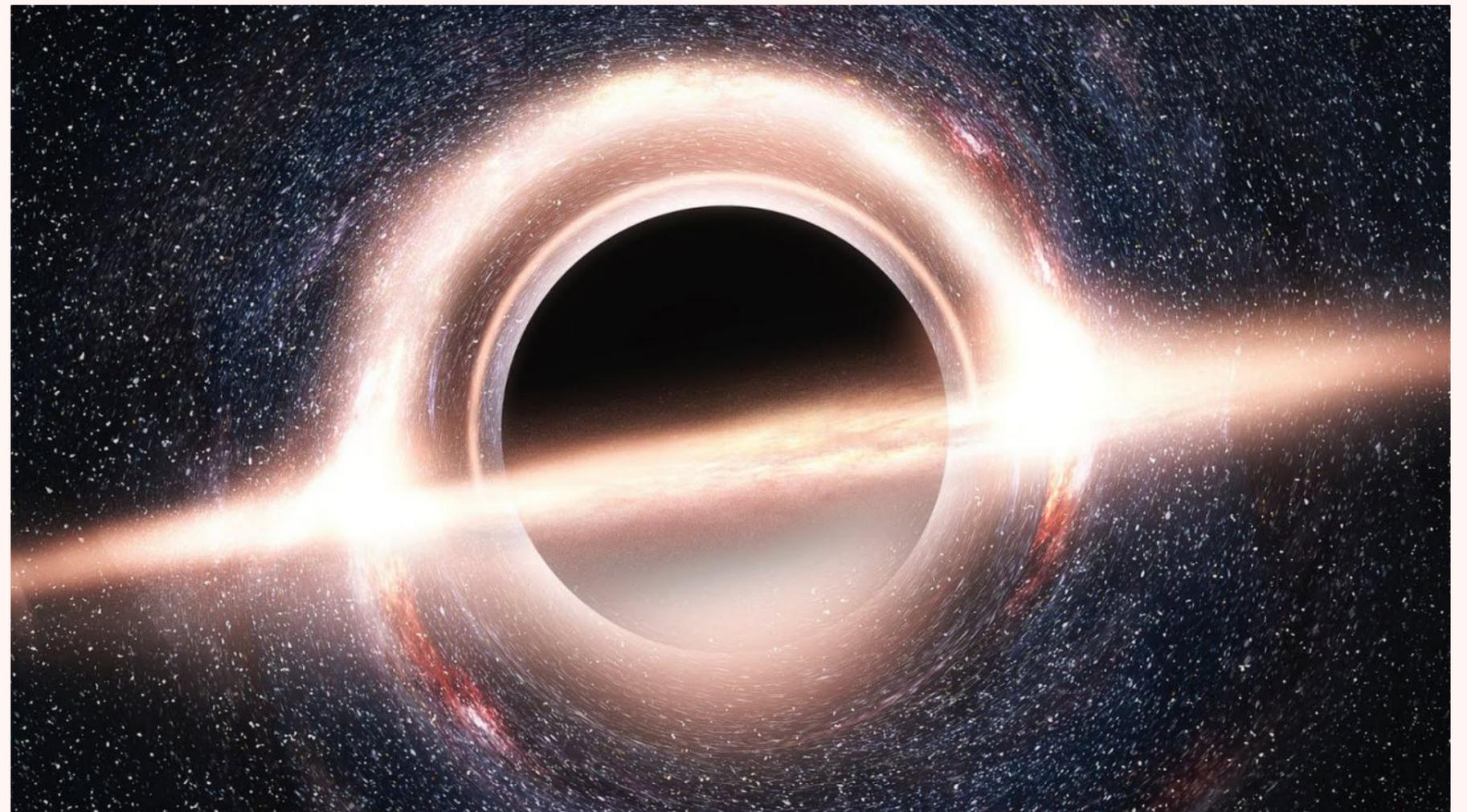


PREDIZIONI SCONCERTANTI DELLA RELATIVITÀ GENERALE: OGGETTI COMPATTI COME I BUCHI NERI

Le stelle sono ingenti ammassi di gas, per lo più idrogeno, che, tramite fusione nucleare sostengono il loro peso.

Stelle molto grandi (circa dieci volte il Sole), una volta esaurito il loro combustibile nucleare collassano a formare oggetti sostanzialmente sconosciuti, noti come stelle di neutroni e buchi neri.

La velocità di fuga di questi oggetti è prossima alla velocità della luce.

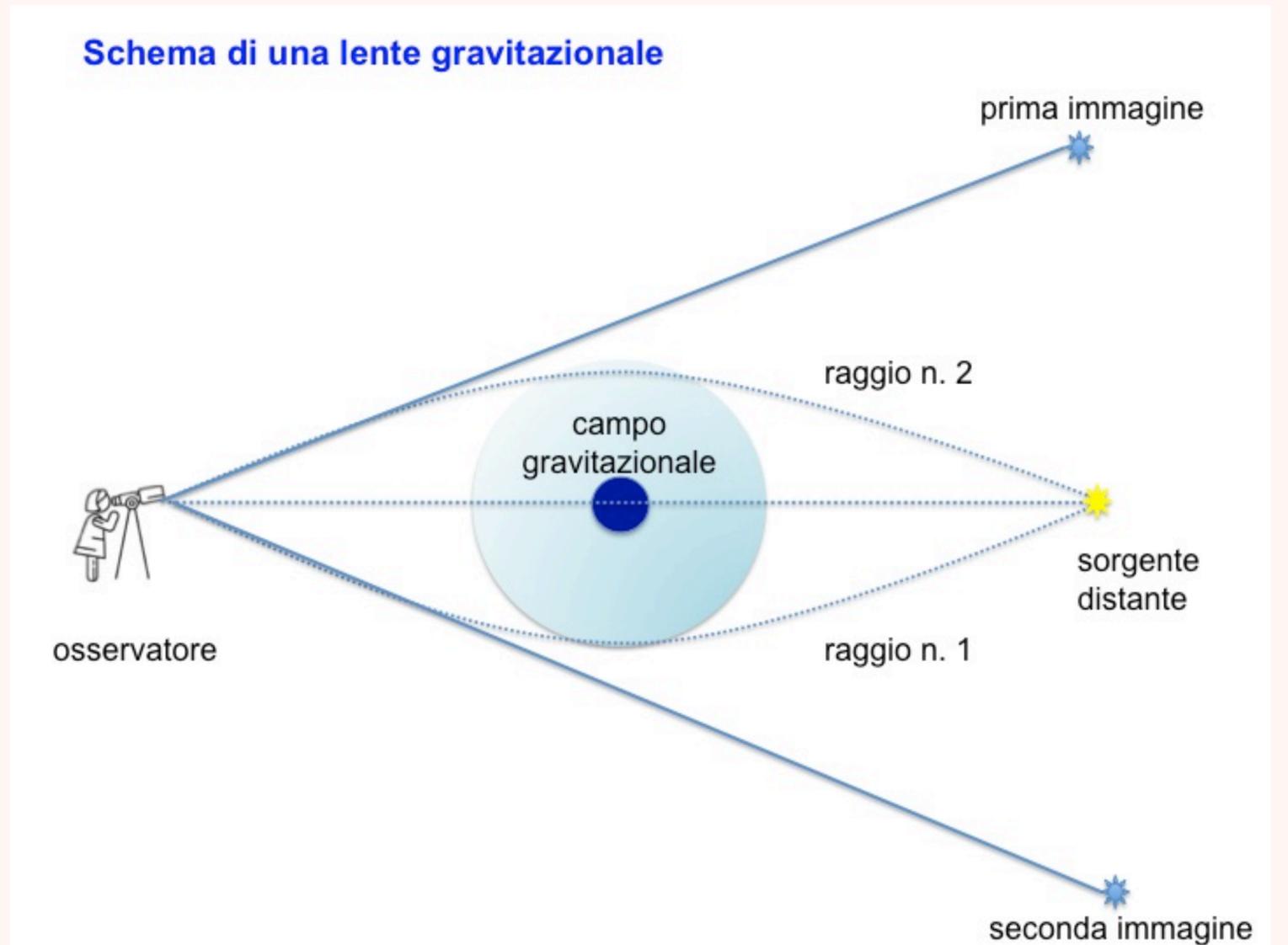


LE LENTI GRAVITAZIONALI

Seguendo la curvatura dello spazio, i raggi di luce non si propagano più "in linea retta".

Passando vicini a masse molto grandi, la curvatura dello spaziotempo modifica la loro traiettoria.

Così, sorgenti (stelle o galassie) ci appaiono in posizioni che in realtà non occupano. Inoltre, ci appaiono deformate.



LE LENTI GRAVITAZIONALI



MERCURIO

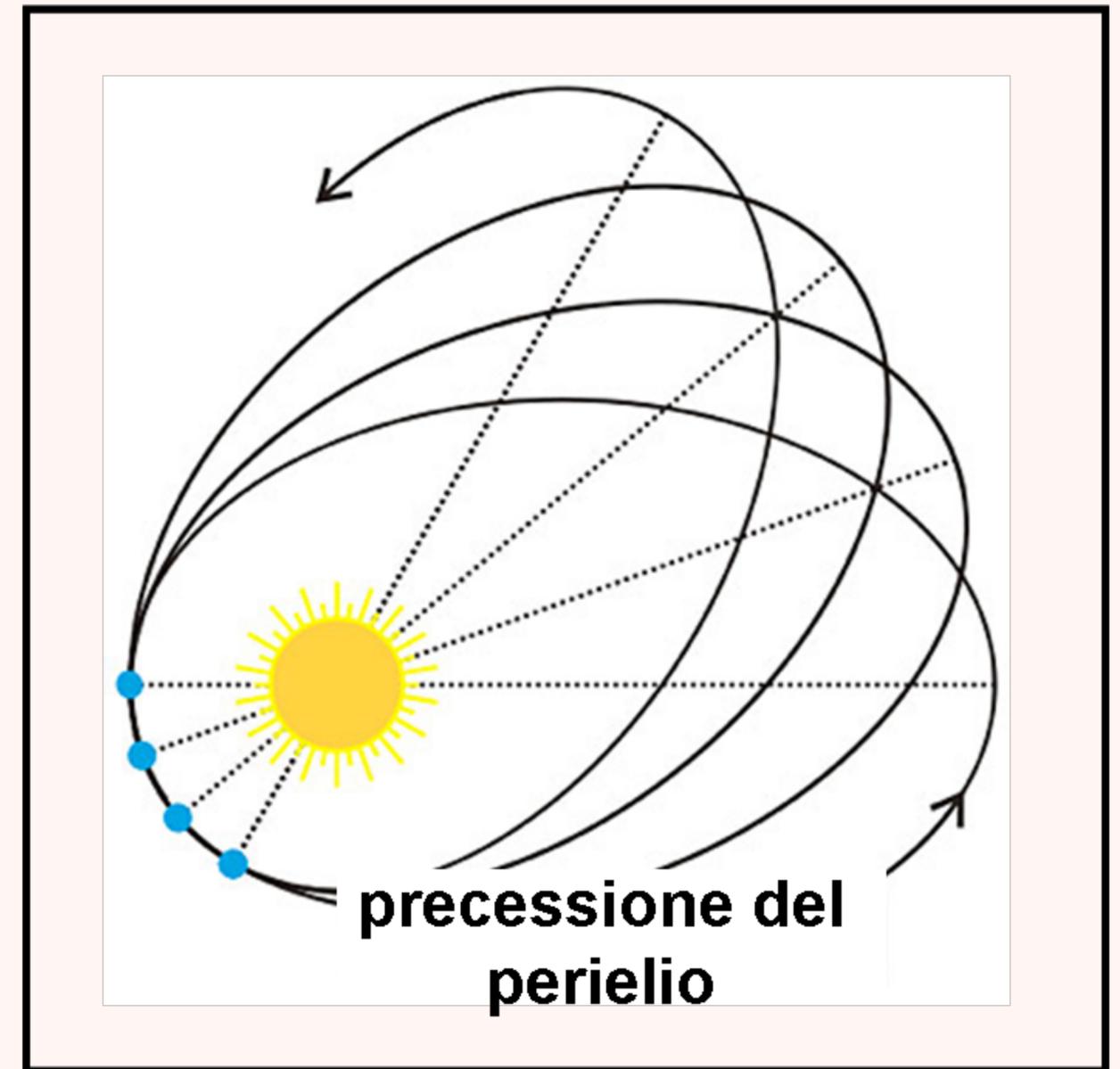
Un'altra predizione della relatività generale è che le leggi di Keplero in realtà non sono valide. L'orbita di un pianeta intorno alla sua stella avviene come in figura.

Anche la teoria di Newton predice un'orbita simile, quando si considerano gli effetti gravitazionali degli altri pianeti.

La precessione del perielio di Mercurio osservata è di circa 575 secondi d'arco per secolo.

Tuttavia, solo 532 secondi d'arco possono essere spiegati dagli effetti gravitazionali di altri pianeti.

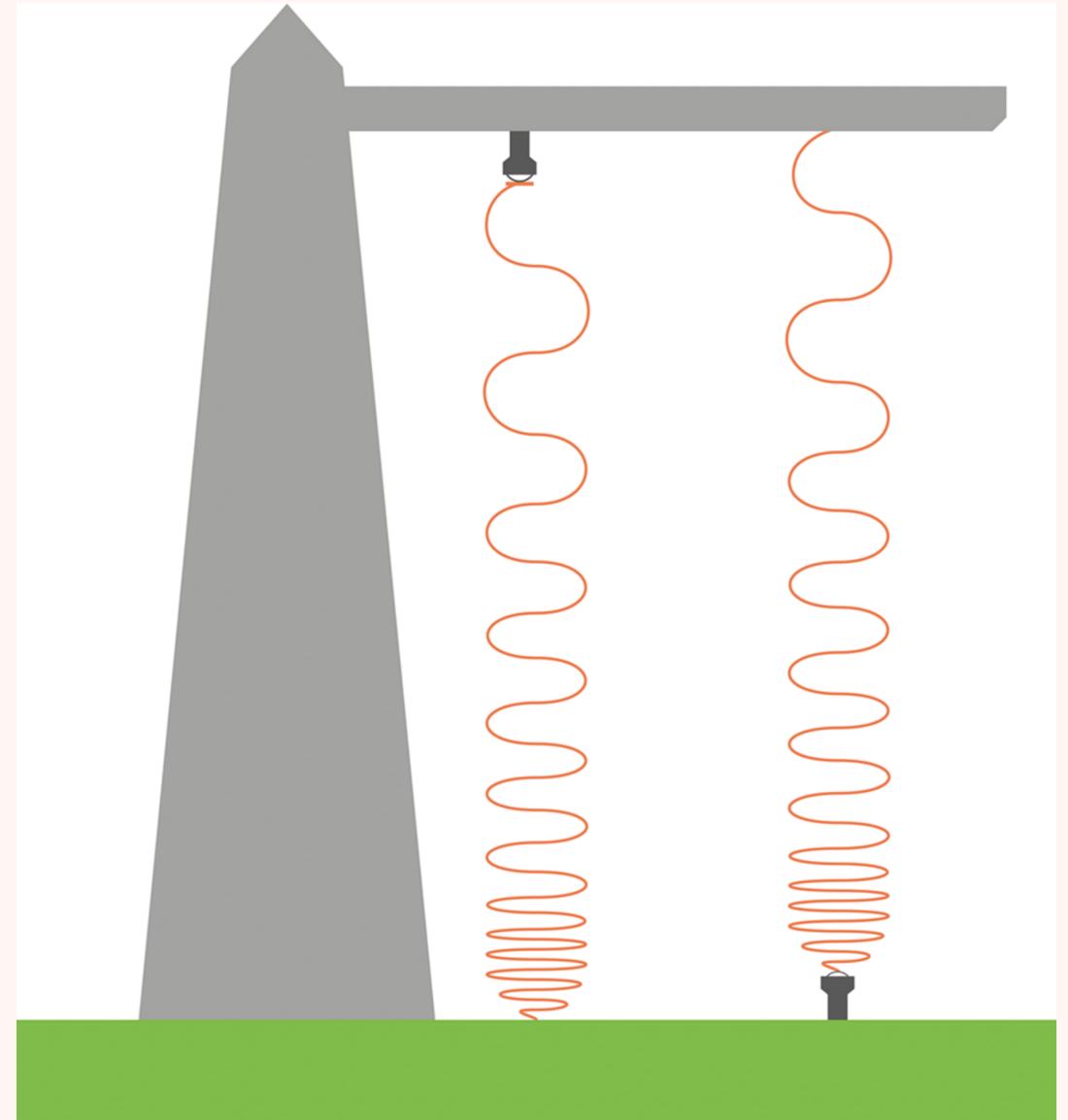
Mancano 43 secondi d'arco al secolo che la teoria di Einstein è in grado di spiegare.



SPOSTAMENTO VERSO IL ROSSO

Un'altra predizione della relatività generale è che luce in uscita da un campo gravitazionale perde energia e quindi la sua frequenza diminuisce.

Questo è lo "spostamento verso il rosso".

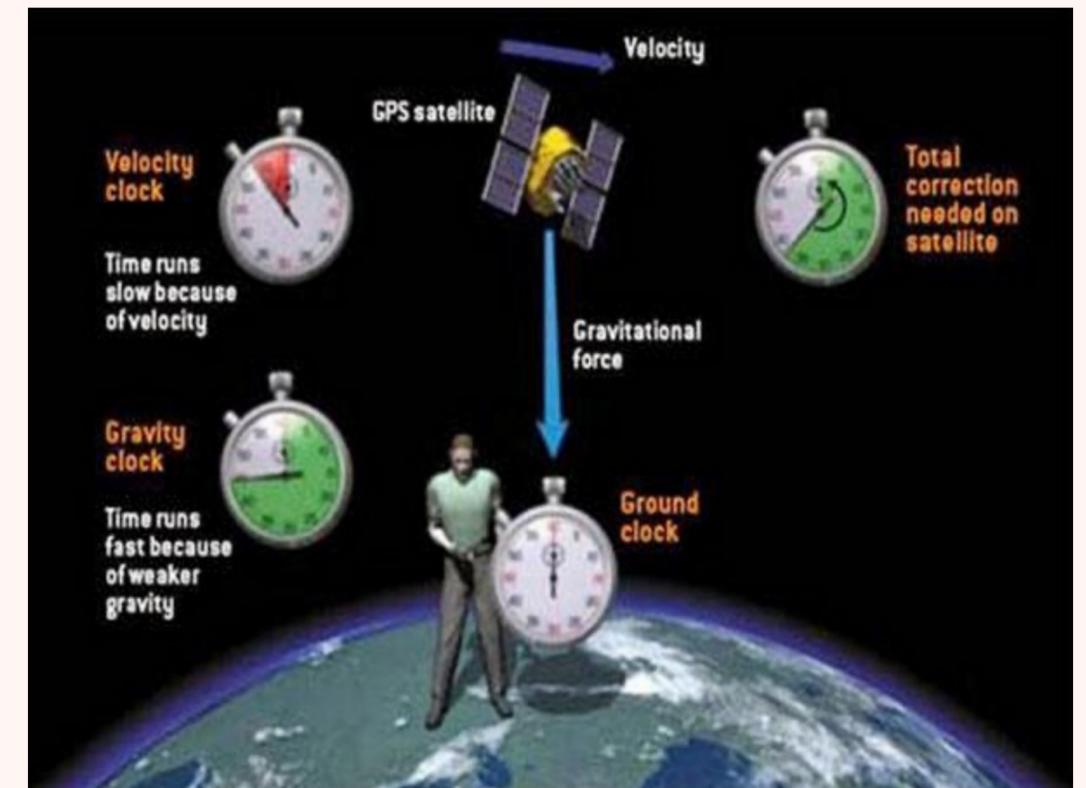


DILATAZIONE DEI TEMPI

Anche la gravità provoca una dilatazione temporale.

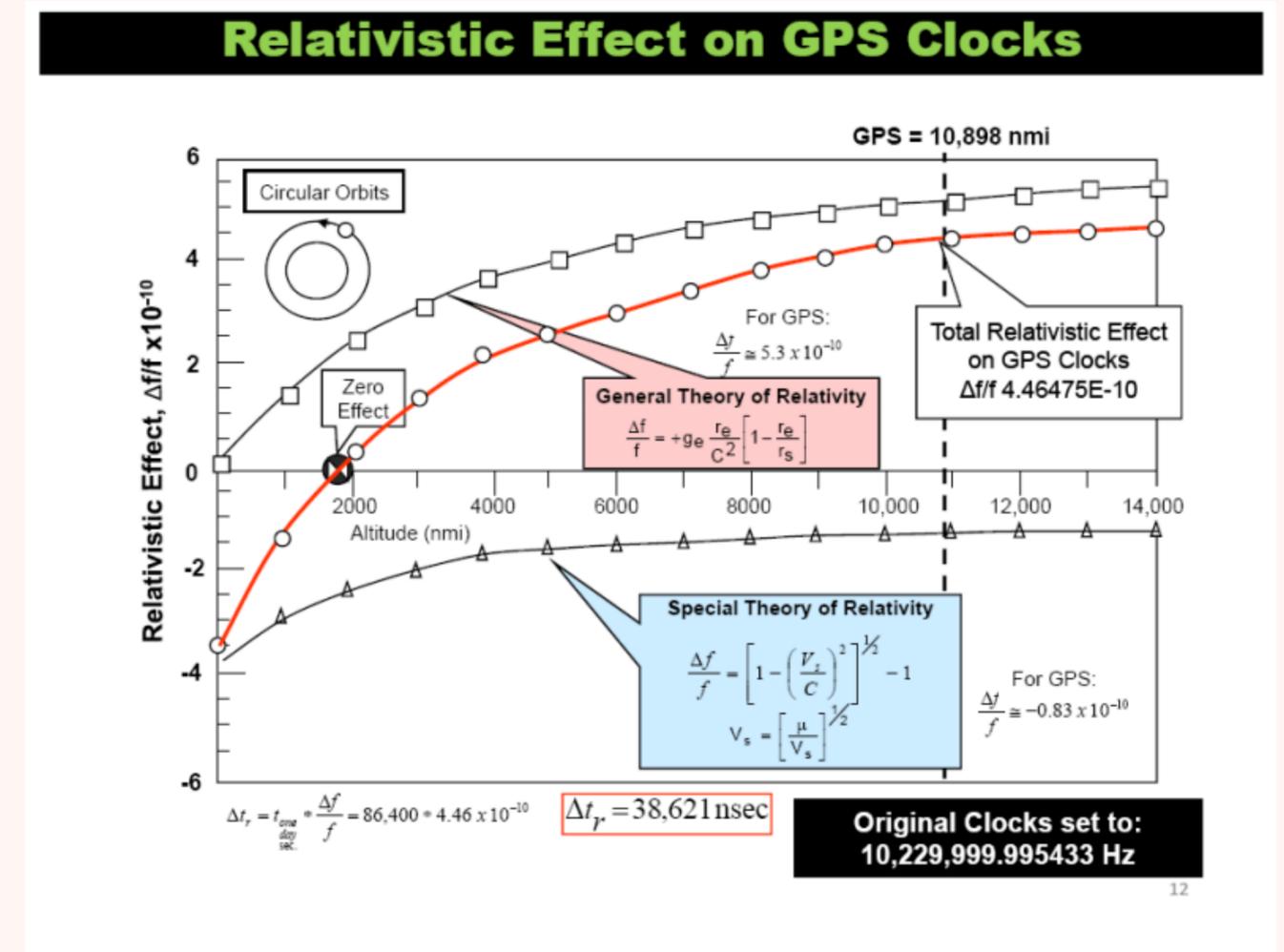
Orologi immersi in un campo gravitazionale più intenso ritardano rispetto ad orologi immersi in un campo gravitazionale meno intenso.

Bisogna stare attenti al seguente punto: il rallentare o accelerare del tempo è sempre relativo, non assoluto. Non si ringiovanisce con la relatività.



LA RELATIVITÀ GENERALE NEL QUOTIDIANO: IL SISTEMA GPS

Gli effetti di dilatazione temporale devono essere tenuti in conto dal sistema di posizionamento globale in modo da fornire misurazioni precise (dell'ordine di grandezza del metro).



GRAZIE PER L'ATTENZIONE

