

Eletrônica de Potência

Parte 1 - retificadores monofásicos de meia onda, tiristores e gradadores



Jose Roberto Marques

1 Retificadores monofásicos de meia onda

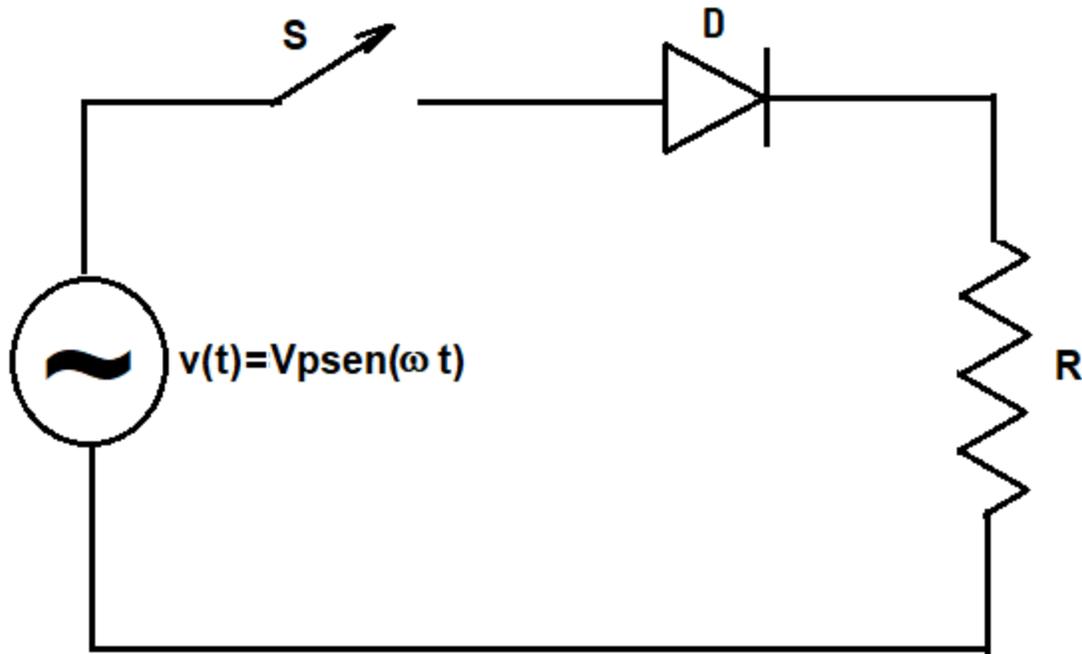
Retificadores monofásicos de meia onda são circuitos eletrônicos que convertem uma corrente alternada (AC) em uma corrente contínua (DC), permitindo que um aparelho eletrônico opere em uma fonte de alimentação DC. Nesse tipo de retificador, apenas metade da onda de entrada é retificada, ou seja, apenas metade da onda é utilizada para produzir a saída DC.

O funcionamento básico do retificador monofásico de meia onda é o seguinte: a corrente alternada entra no circuito e passa por um diodo retificador, que permite a passagem da corrente em apenas uma direção. Como resultado, apenas a parte positiva da onda é transmitida para o circuito de saída, enquanto a parte negativa é bloqueada. Em seguida, um filtro de saída, geralmente um capacitor, é usado para suavizar a saída DC, tornando-a mais estável.

No entanto, um dos principais problemas dos retificadores monofásicos de meia onda é que eles produzem uma saída pulsante, com uma frequência igual à frequência da corrente alternada de entrada. Além disso, a eficiência desse tipo de retificador é relativamente baixa, uma vez que apenas metade da onda é aproveitada.

Apesar dessas limitações, os retificadores monofásicos de meia onda são amplamente utilizados em aplicações de baixa potência, como em fontes de alimentação para dispositivos eletrônicos de consumo, onde a eficiência não é uma preocupação tão grande.

1-1 Retificador monofásico de meia onda com carga resistiva



Admita que a chave S fecha exatamente quando a tensão $v(t)$ passa por zero no sentido positivo.

Figura 1

Questões relevantes:

Qual é a potência que o resistor R dissipa?

Qual é o valor do fator de zumbido na carga (ripple)?

Qual é a relação entre o valor médio da corrente/tensão e seus valores eficazes?

Qual é a distorção harmônica total (THD) da corrente da fonte?

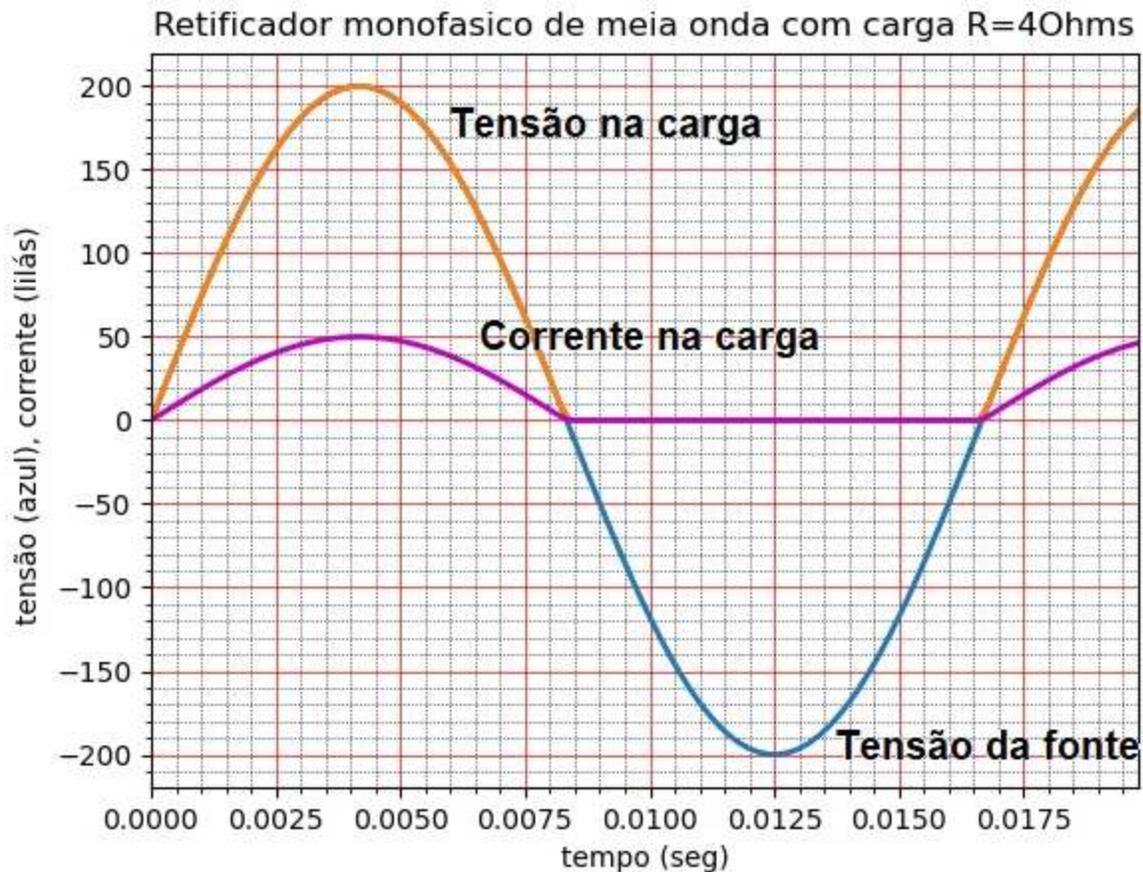


Figura 2: Formas de onda da tensão e corrente na carga

Tensão média na carga (:

A tensão média na carga pode ser obtida pela equação :

Corrente média na carga (I_{LCC})

A corrente média na carga pode ser obtida por processo direto utilizando a lei de Ohm, como mostra a expressão:

$$I_{LCC} = \frac{V_{L-CC}}{R}$$

Corrente eficaz na carga (I_{LRMS})

A corrente eficaz na carga é obtida pela expressão:

$$I_{L_{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{\sqrt{2}V_s \text{sen}(\omega t)}{R} \right)^2 d(\omega t)}$$

$$I_{L_{RMS}} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2R}$$

A potência na carga (P_L)

A potência média na carga corresponde a potência dissipada pelo resistor por efeito joule, como mostra a expressão abaixo:

$$P_L = R \times (I_{L_{RMS}})^2$$

A potência aparente do gerador é calculada a partir de:

$$S = V_s I_s = V_s I_{L_{rms}}$$

O fator de potência (FP) é obtido de:

$$FP = \frac{P_L}{S}$$

O fator de zumbido (ripple) na carga (FR)

Ripple é uma palavra em inglês que significa "ondulação" ou "saliência", e é frequentemente usada em eletrônica para descrever a flutuação ou variação residual de uma tensão contínua após a retificação de uma corrente alternada por um retificador.

Em português, o termo "ripple" pode ser traduzido como "ondulação" ou "rugosidade". Quando falamos em "rectifiers", estamos nos referindo aos retificadores, que são componentes eletrônicos utilizados para converter corrente alternada em corrente contínua.

Matematicamente o fator de zumbido relaciona o conteúdo harmônico da corrente ou tensão na carga em relação ao valor médio na mesma, Assim para o caso da corrente:

$$FR = \frac{\sqrt{\sum I_{harmonca}^2}}{I_{CC}} = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{CC}^2}}{I_{CC}}$$

Para a tensão a relação é a mesma com as devidas variáveis em termos de tensões.

A THD da corrente.

THD é uma sigla em inglês que significa "Total Harmonic Distortion", que em português pode ser traduzido como "Distorção Harmônica Total".

A THD da corrente traduz a quantidade de distorção provocada na corrente da fundamental da fonte de tensão e relação a corrente da fundamental, matematicamente:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum I_{harmonca}^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}} = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}}$$

Onde I_{s1} é o valor eficaz da corrente da fundamental.

A I_{s1} pode ser obtida do desenvolvimento da série de Fourier da equação da corrente na carga, $i(\omega t)$ da seguinte forma considerando apenas a fundamental:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_T i(\omega t) \cos(\omega t) d(\omega t)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_T i(\omega t) \text{sen}(\omega t) d(\omega t)$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{a_1^2 + b_1^2}{2}}$$

Exemplo 1:

Vamos admitir que no circuito da figura 1 a tensão de pico da fonte seja 200V e a resistência da carga 10Ω. Com isso temos as figuras relevantes para o circuito:

$$V_{CC} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi} = \frac{200}{2\pi} = \frac{100}{\pi} \text{ V}$$

$$I_{CC} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R} = \frac{200}{2\pi \times 10} = \frac{100}{10\pi} = \frac{10}{\pi} \text{ A}$$

$$I_{ef} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2R} = \frac{200}{2 \times 10} = 10 \text{ A}$$

$$P_L = R \times (I_{L_{RMS}})^2 = 10 \times 10^2 = 1000 \text{ W}$$

$$FP = \frac{P_L}{S} = \frac{1000}{\frac{200}{\sqrt{2}} \times 10} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$$

$$FR = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{CC}^2}}{I_{CC}} = \frac{\sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{\pi}\right)^2}}{\frac{10}{\pi}}$$

Para a THD temos:

1-2 Retificador monofásico de meia onda com carga RL

Um retificador não controlado monofásico de meia onda com carga resistivo-indutiva é um circuito elétrico que converte uma tensão alternada de entrada em uma tensão contínua de saída, por meio da utilização de um diodo retificador e uma carga resistiva-indutiva, vide a figura 3.

O circuito é composto por uma fonte CA ou um transformador de entrada, um diodo retificador, um resistor de carga e um indutor em série com o resistor. No caso do transformador a tensão alternada de entrada é aplicada ao primário do transformador e é transformada em uma tensão alternada no secundário do transformador. A tensão alternada retificada é aplicada ao diodo, que permite a passagem da metade positiva da tensão de entrada, alimentando o resistor, que aquece por efeito Joule, e armazenado energia no campo magnético do indutor. Na inversão da polaridade da tensão da fonte, enquanto houver energia no campo magnético do indutor, o mesmo tende a manter a corrente fluindo mantendo a condução do diodo para além da inversão da tensão da fonte CA como mostra a figura 4. Parte superior do formulário Parte inferior do formulário

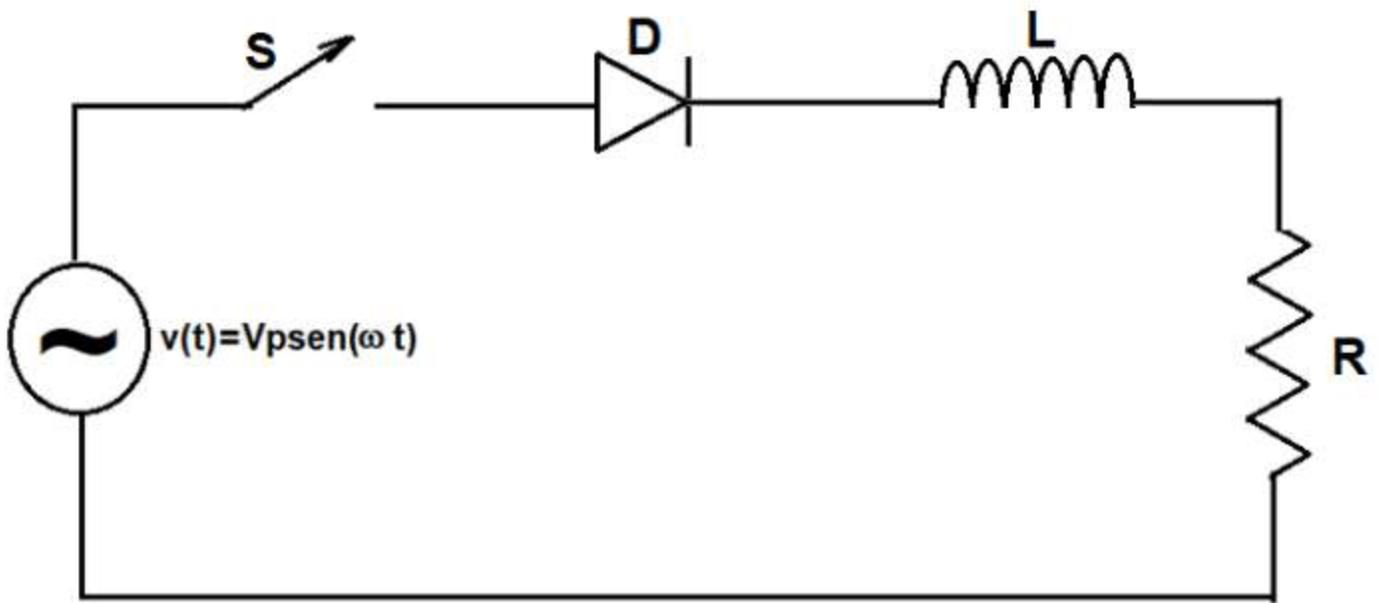


Figura 3

Exemplo 2:

No circuito da figura 3 admita que $V_p=100\text{V}$, $R=5\Omega$ e $L=20\text{ mH}$. Determinar as figuras de mérito da retificador, considerando os diodos e a fonte CA ideais.

$$i(\omega t) = 11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}\right)}$$

O ângulo de extinção da corrente é:

$$i(\beta) = 0 = 11,05\text{sen}(\beta - 0,9852) + 9,21e^{-\left(\frac{\beta}{1,5078}\right)}$$

$$\beta = 4,1789 \text{ rad} \equiv 239,4^\circ$$

$$V_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{4,1789} 100\text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 24,0 \text{ V}$$

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{4,1789} \left(11,05\text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right) d(\omega t) = 4,80 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{4,1789} \left(11,05\text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right)^2 d(\omega t)} = 6,87 \text{ A}$$

$$P_L = R \times (I_{ef})^2 = 5 \times 6,87^2 = 236 \text{ W}$$

$$FP = \frac{P_L}{S} = \frac{236}{\frac{100}{\sqrt{2}} \times 6,87} = 0,485$$

$$FR = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{CC}^2}}{I_{CC}} = \frac{\sqrt{6,87^2 - 4,80^2}}{4,80} = 1,024$$

Para a THD temos:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{4,1789} \left(11,05\text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right) \cos(\omega t) d(\omega t) = -4,764$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{4,1789} \left(11,05\text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right) \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 4,723$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{(-4,764)^2 + 4,723^2}{2}} = 4,74 \text{ A}$$

$$THD = \frac{\sqrt{6,87^2 - 4,74^2}}{4,74} = 1,049 \text{ ou } 104,9\%$$

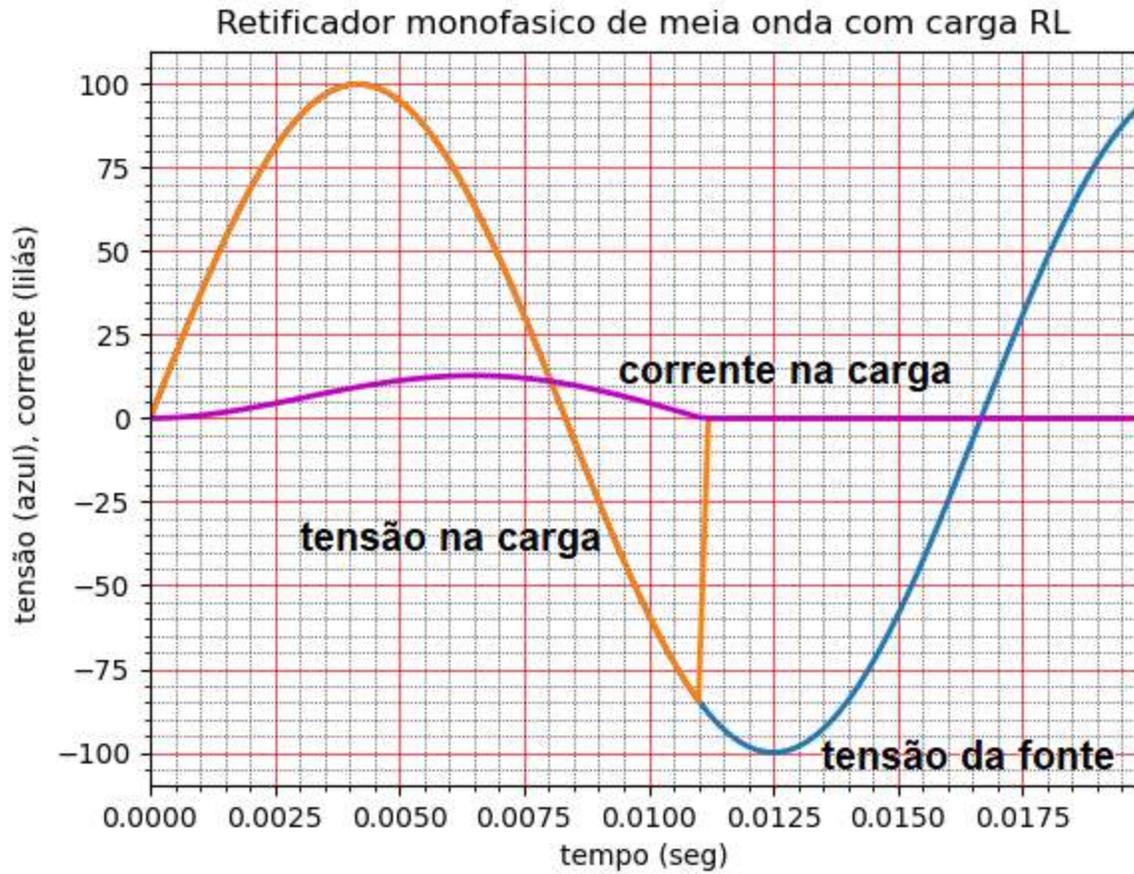


Figura 4

Retificador monofásico de meia onda com diodo de bypass

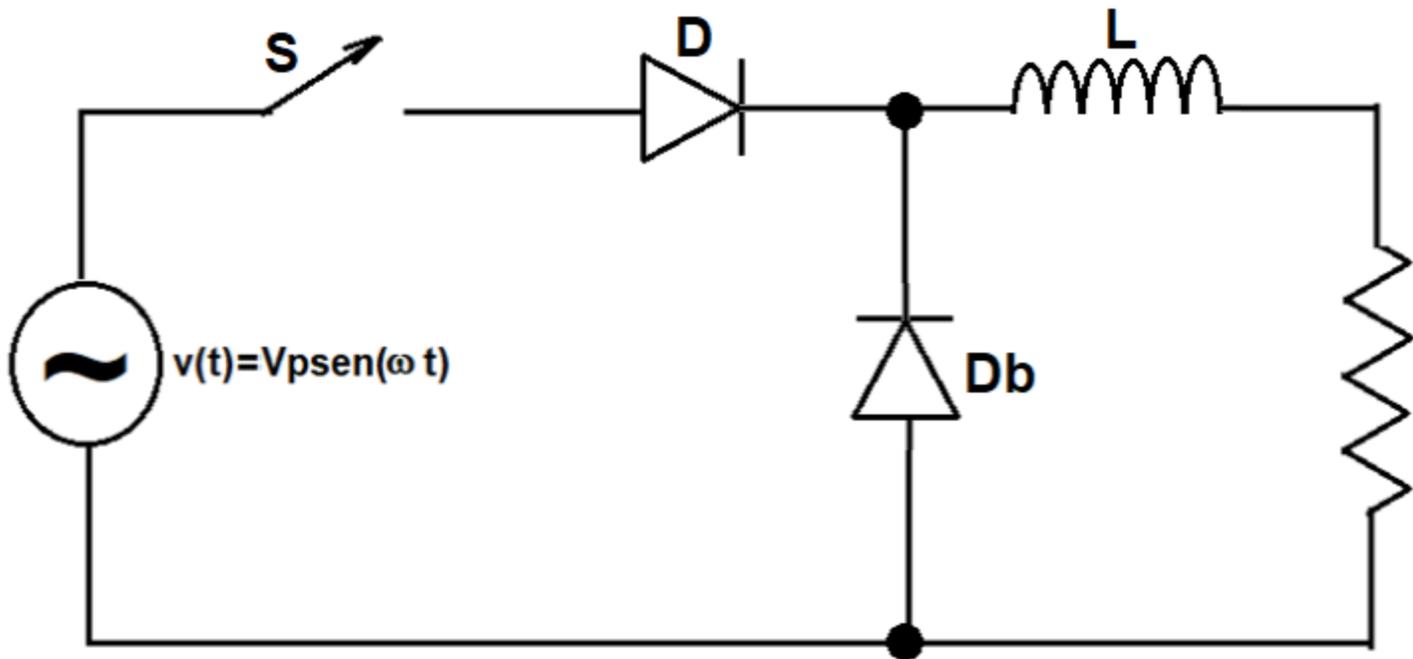


Figura 5

Nesse tipo de carga o indutor “isola” a fonte CA da carga, ou seja ele tende a impedir variações bruscas na corrente, seja quando esta desenergizado ou mesmo energizado. Isso implica que a corrente inicial é zero mesmo quando a chave S é acionada com tensões não nulas e quando ocorre variações de tensão no circuito, o indutor reage instantaneamente para impedir essa variação utilizando para isso a energia armazenada ou a armazenar em seu campo magnético.

Com essa explanação temos que a corrente flui por uma impedância Z composta pela resistência e pela reatância indutiva até que a inversão da tensão da fonte ocorra, quando isso ocorre a reversão da polaridade coloca o diodo de by-pass em condução colapsando a energia do indutor em um circuito RL.

Exemplo 3:

No circuito da figura 5 admita que $V_p=100\text{V}$, $R=5\Omega$ e $L=20\text{ mH}$. Determinar as figuras de mérito da retificador, considerando os diodos e a fonte CA ideais.

Durante o semiciclo positivo da tensão da fonte teremos:

A constante A é obtida da condição inicial $i(\omega t=0)=0$.

$$i(\omega t) = \frac{V_p}{Z} \text{sen}(\omega t - \varphi) + A e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(\varphi)}\right)}$$

$$i(\omega t) = \frac{V_p}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \text{sen}\left(\omega t - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) + A e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(\varphi)}\right)}$$

Utilizando a condição inicial determinamos o valor da constante $A=9,21$.

$$i(0) = 0 = 11,05 \text{sen}(-0,9852) + A$$

$$i(\omega t) = 11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}\right)}$$

A partir do momento que a fonte CA inverte seu potencial o diodo entra em condução.

Isso ocorre quando $\omega t = \pi$.

$$i(\omega t = \pi) = 11,05 \text{sen}(\pi - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\pi}{\text{tg}(0,9852)}\right)} = 10,35 \text{ A}$$

Passando aos cálculos das figuras de mérito:

$$V_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 100 \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 31,8 \text{ V}$$

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\pi \left(11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right) d(\omega t) + \int_\pi^{\pi+5\text{tg}(\varphi)} 10,35 e^{-\frac{\omega t - \pi}{\text{tg}(0,9852)}} d(\omega t) \right] = 6,34 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\pi \left(11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{1,5078}\right)} \right)^2 d(\omega t) + \int_\pi^{\pi+5\text{tg}(0,9852)} \left(10,35 e^{-\frac{(\omega t - \pi)}{\text{tg}(0,9852)}} \right)^2 d(\omega t) \right]} = 7,30 \text{ A}$$

$$P_L = R \times (I_{ef})^2 = 5 \times 7,30^2 = 267 \text{ W}$$

$$FP = \frac{P_L}{S} = \frac{267}{\frac{100}{\sqrt{2}} \times 7,30} = 0,517$$

$$FR = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_{cc}^2}}{I_{cc}} = \frac{\sqrt{7,30^2 - 6,34^2}}{6,34} = 0,570$$

Note que THD é uma medição da distorção harmônica da corrente da fonte, portanto somente deve ser considerada enquanto a mesma estiver fluído pela fonte, assim:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}\right)} \right) \cos(\omega t) d(\omega t) = -3,085 \text{ A}$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}\right)} \right) \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 5,343$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{(-3,085)^2 + 5,343^2}{2}} = 4,36 \text{ A}$$

A corrente eficaz na fonte é dada por:

$$I_{ef_fonte} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(11,05 \text{sen}(\omega t - 0,9852) + 9,21 e^{-\left(\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}\right)} \right)^2 d(\omega t)} = 6,36 \text{ A}$$

$$THD = \frac{\sqrt{6,36^2 - 4,36^2}}{4,36} = 1,062 \text{ ou } 106,2\%$$

A resposta da corrente na carga é mostrada na figura 7 e a corrente na fonte é mostrada na figura 6.

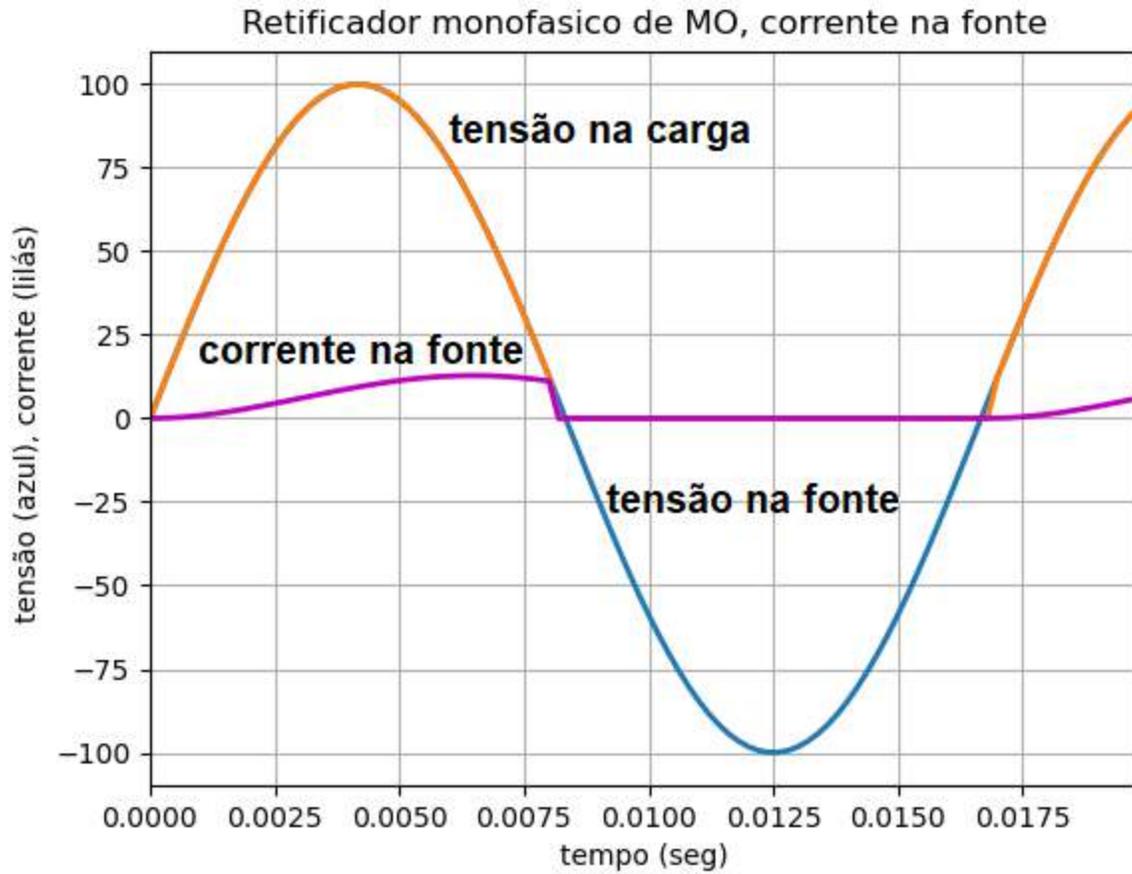


Figura 6

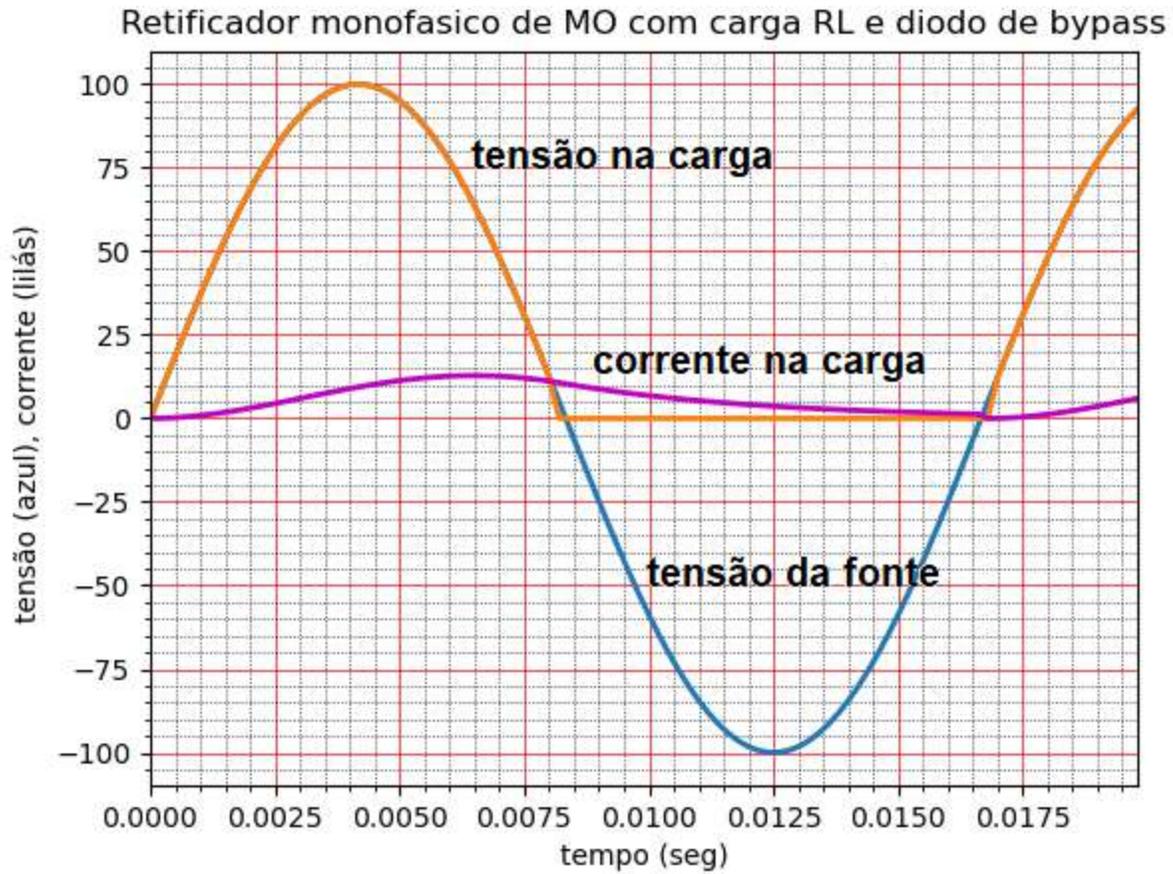


Figura 7

1-3 Retificador monofásico de meia onda carga Resistiva e força contra eletromotriz

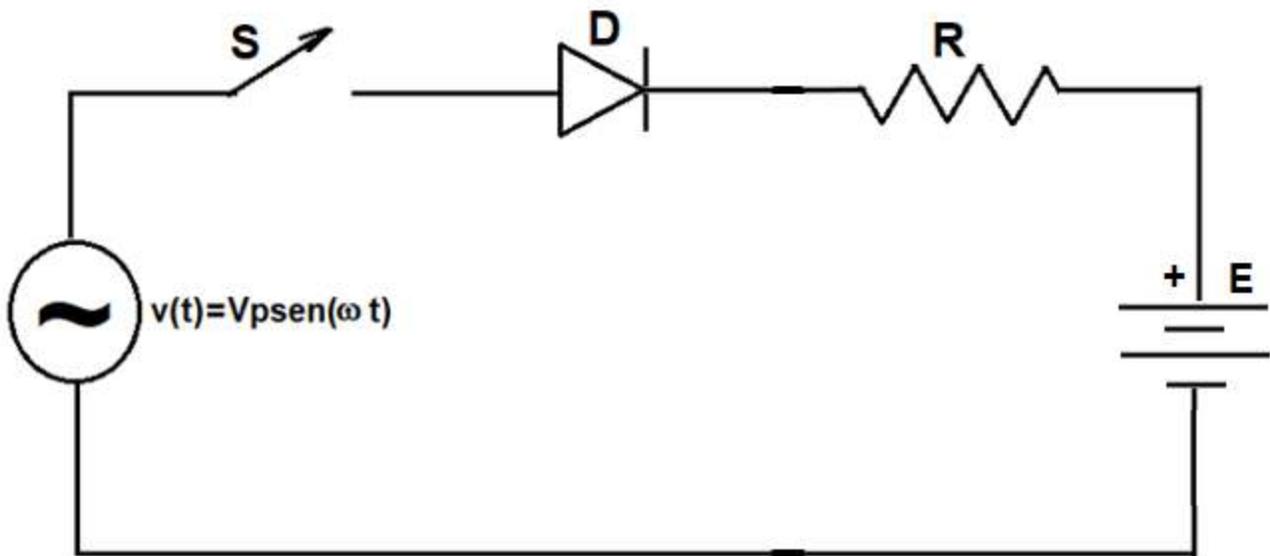


Figura 8

Nesse caso a condução do diodo somente ocorre após a tensão da fonte CA ser maior que a tensão contínua. Ou seja, quando a expressão abaixo for verdadeira:

$$V_p \text{sen}(\omega t) > E$$

No caso limite temos o ponto de condução ao bloqueio do diodo, ou seja para o caso de condução:

$$V_p \text{sen}(\theta) = E \Rightarrow \theta_{cond} = \arcsen\left(\frac{E}{V_p}\right)$$

E por simetria o ponto de bloqueio é obtido por:

$$\theta_{bloq} = \pi - \theta_{cond}$$

A tensão média na carga é dada por:

$$V_{CC} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\theta_{cond}}^{\theta_{bloq}} V_p \text{sen}(\omega t) d(\omega t) + \int_{\theta_{bloq}}^{2\pi + \theta_{cond}} E d(\omega t) \right]$$

A corrente média na carga é:

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_{cond}}^{\theta_{bloq}} \left(\frac{V_p \text{sen}(\omega t) - E}{R} \right) d(\omega t)$$

A corrente eficaz na carga é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_{cond}}^{\theta_{bloq}} \left(\frac{V_p \text{sen}(\omega t) - E}{R} \right)^2 d(\omega t)}$$

E a potência na carga é

$$P_L = R \times I_{ef}^2 + E \times I_{CC}$$

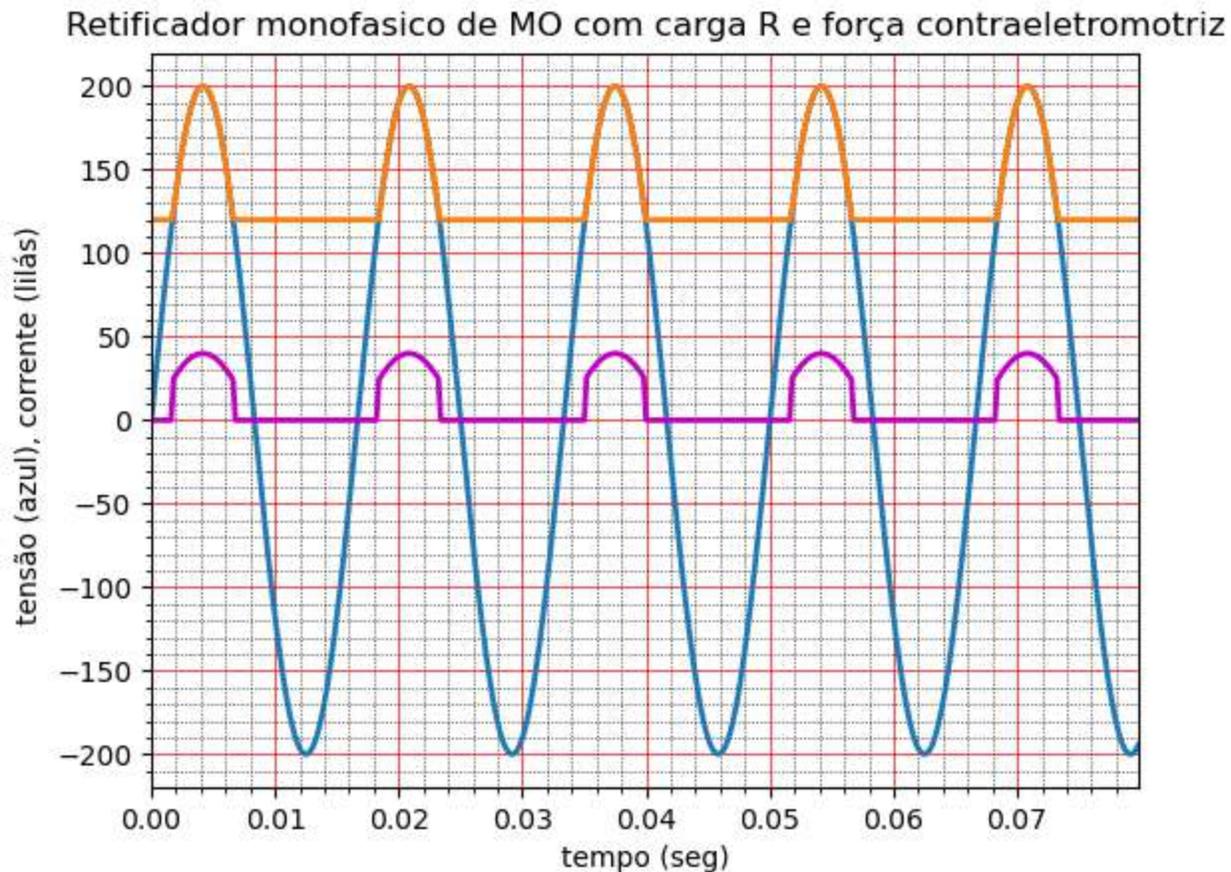


Figura 9

Exemplo 4:

No circuito da figura 5 admita que $V_p=200V$, $R=5\Omega$ e $E=120 V$. Determinar as figuras de mérito da retificador, considerando os diodos e a fonte CA ideais.

$$\theta_{cond} = \arcsen\left(\frac{120}{200}\right) = 0,6435 \text{ rad}$$

$$\theta_{bloq} = \pi - 0,6435 = 2,4981 \text{ rad}$$

$$V_{CC} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{0,6435}^{2,4981} 200\text{sen}(\omega t) d(\omega t) + \int_{2,4981}^{2\pi+0,6435} 120 d(\omega t) \right] = 135,50 \text{ V}$$

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{0,6435}^{2,4081} \left(\frac{200\text{sen}(\omega t) - 120}{5} \right) d(\omega t) = 3,081 \text{ A}$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,6435}^{2,4081} \left(\frac{200\text{sen}(\omega t) - 120}{5} \right)^2 d(\omega t)} = 6,278 \text{ A}$$

$$P_L = 5 \times 6,278^2 + 120 \times 3,081 = 566,8 \text{ W}$$

$$FP = \frac{P_L}{S} = \frac{566,8}{\frac{200}{\sqrt{2}} \times 6,278} = 0,638$$

Para a THD da corrente da fonte:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{0,6435}^{2,4981} \left(\frac{200\text{sen}(\omega t) - 120}{5} \right) \cos(\omega t) d(\omega t) = 0 \text{ A}$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{0,6435}^{2,4981} \left(\frac{200\text{sen}(\omega t) - 120}{5} \right) \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 5,695 \text{ A}$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{(0)^2 + 5,695^2}{2}} = 4,03 \text{ A}$$

$$THD = \frac{\sqrt{6,278^2 - 4,03^2}}{4,03} = 1,194 \text{ ou } 119,4\%$$

1-4 Retificador monofásico de meia onda carga RL e força contra eletromotriz

A figura 10 mostra o circuito de um retificador monofásico de meia onda com carga resistiva-indutiva e mais força contraeletromotriz.

A solução desse tipo de problema deve utilizar o princípio da superposição levando em consideração a fonte CA em regime de onda obtemos:

$$i(\omega t)_{CA_{reg}} = \frac{V_p}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \text{sen} \left(\omega t - \text{arctg} \left(\frac{\omega L}{R} \right) \right)$$

E a fonte de tensão contínua de onde obtemos:

$$i(\omega t)_{CC_reg} = \frac{-E}{R}$$

Considerando também o transitório RL que inicia a partir do ângulo inicial de condução temos:

$$i(\omega t) = \frac{V_p}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \operatorname{sen} \left(\omega t - \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega L}{R} \right) \right) - \frac{E}{R} + A e^{-\left(\frac{\omega t}{\frac{\omega L}{R}} - \theta_{cond} \right)}$$

$$i(\omega t) = \frac{V_p}{|Z|} \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + A e^{-\left(\frac{\omega t}{\operatorname{tg}(\varphi)} - \theta_{cond} \right)}$$

Onde

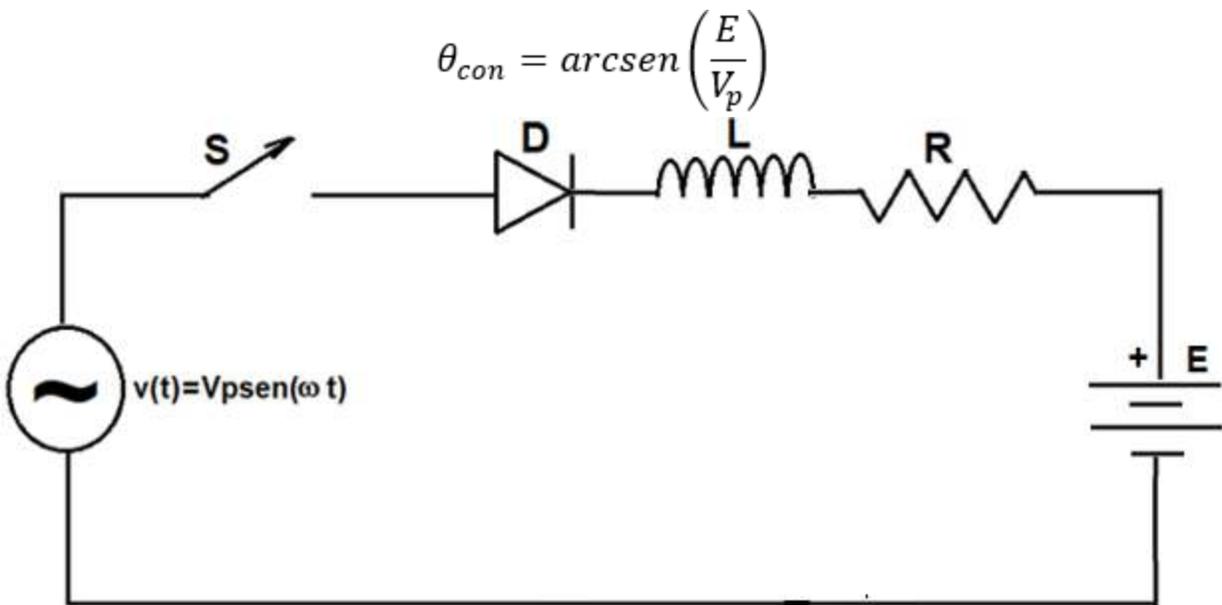


Figura 10

Note que a condução do diodo somente inicial após a tensão da fonte vencer a tensão da força contra eletromotriz da fonte CC, assim o ponto inicial de condução é dado pela expressão:

A constante A é obtida da condição inicial já que a corrente no indutor no instante de início de condução é $i(\omega t = \theta_{cond}) = 0$.

$$i(\omega t = \theta_{cond}) = 0 = \frac{Vp}{|Z|} (\text{sen}(\theta_{cond} - \varphi) - \frac{E}{R} + A \Rightarrow A = \frac{E}{R} - \frac{Vp}{|Z|} (\text{sen}(\theta_{cond} - \varphi)$$

O ângulo de extinção β da corrente, é obtido da solução da equação:

$$i(\omega t = \beta) = 0 = \frac{Vp}{|Z|} \text{sen}(\beta - \varphi) - \frac{E}{R} + \left(\frac{E}{R} - \frac{Vp}{|Z|} \text{sen}(\varphi) \right) e^{-\left(\frac{\beta}{\text{tg}(\varphi)} - \theta_{cond}\right)}$$

Exemplo 5:

No circuito da figura 10 admita que $Vp=300V$, $R=5\Omega$, $L=20 \text{ mH}$ e $E=80 \text{ V}$ e a frequência da tensão fonte é $f=60 \text{ Hz}$. Determinar as figuras de mérito da retificador, considerando os diodos e a fonte CA ideais.

A impedância do circuito é:

$$Z = 5 + j(377 \times 0,02) = 9,047 e^{j0,9852} (\Omega)$$

A condução do diodo inicia em:

$$\theta_{cond} = \text{arcsen} \left(\frac{80}{300} \right) = 0,2699 \text{ rad}$$

Calculando A das condições iniciais:

$$A = \frac{80}{5} - \frac{300}{9,047} (\text{sen}(0,2699 - 0,9852)) = 37,75 \text{ A}$$

Calculando o ângulo de extinção da corrente:

$$\begin{aligned}
 i(\omega t = \beta) &= 0 \\
 &= \frac{300}{9,047} \operatorname{sen}(\beta - 0,9852) - \frac{80}{5} \\
 &\quad + \left(\frac{80}{5} - \frac{300}{9,047} \operatorname{sen}(0,2699 - 0,9852) \right) e^{-\frac{\beta - 0,2699}{\operatorname{tg}(0,9852)}}
 \end{aligned}$$

$$i(\omega t = \beta) = 33,16 \operatorname{sen}(\beta - 0,9852) - 16 + 37,75 e^{-\frac{\beta - 0,2699}{\operatorname{tg}(0,9852)}} = 0$$

$$\beta = 3,7486 \equiv 214,8^\circ$$

A corrente média na carga é:

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{0,2699}^{3,7486} \left(33,16 \operatorname{sen}(\omega t - 0,9852) - 16 + 37,75 e^{-\frac{\omega t - 0,2699}{\operatorname{tg}(0,9852)}} \right) d(\omega t) = 8,19A$$

A corrente eficaz na carga é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{3,7486} \left(33,16 \operatorname{sen}(\omega t - 0,9852) - 16 + 37,75 e^{-\frac{\omega t - 0,2699}{\operatorname{tg}(0,9852)}} \right)^2 d(\omega t)} = 12,81A$$

E a potência na carga é:

$$P_L = 5 \times 12,81^2 + 80 \times 8,19 = 1475,7W$$

O fator de potência é:

$$FP = \frac{1475,7}{\frac{300}{\sqrt{2}} \times 12,81} = 0,543$$

Para a THD da corrente da fonte:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{3,7486} \left(33,16 \text{sen}(\omega t - 0,9852) - 16 + 37,75 e^{-\frac{\omega t - 0,2699}{\text{tg}(0,9852)}} \right) \cos(\omega t) d(\omega t) = -8,14$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{3,7486} \left(33,16 \text{sen}(\omega t - 0,9852) - 16 + 43,63 e^{-\frac{\omega t}{\text{tg}(0,9852)}} \right) \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = 9,83$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{(-8,14)^2 + 9,83^2}{2}} = 9,024 \text{ A}$$

$$THD = \frac{\sqrt{12,81^2 - 9,024^2}}{8,91} = 1,007 \text{ ou } 100,7\%$$

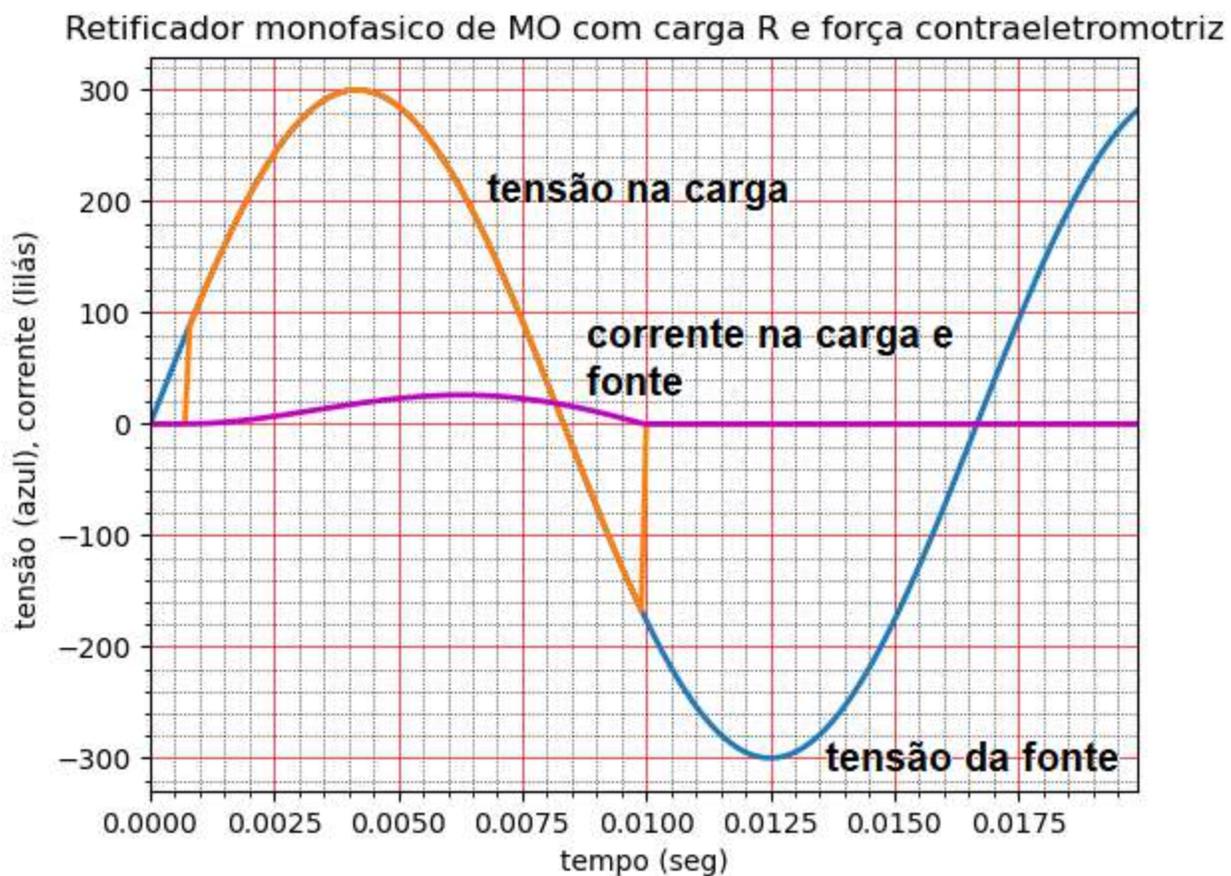


Figura 11

As formas de onda desse caso são mostradas na figura 11.

1-5 Retificador monofásico de meia onda carga RL e força contra eletromotriz

Esse é um caso singular onde não ocorre efeito Joule, já que a bateria recebe energia da fonte CA, mas o indutor, considerado ideal nesse caso, não consome potência ativa.

O início de condução ocorre em:

$$\theta_{con} = \arcsen\left(\frac{E}{V_p}\right)$$

Utilizando o princípio da superposição e analisando os casos da fonte CA e da fonte CC separados, temos:

$$\omega L \frac{d(i_{CA}(\omega t))}{d(\omega t)} = V_p \text{sen}(\omega t) \Rightarrow i_{CA}(\omega t) = \frac{V_p}{\omega L} (\cos(\theta_{con}) - \cos(\omega t))$$

Com relação a fonte CC, temos:

$$\omega L \frac{d(i_{CC}(\omega t))}{d(\omega t)} = -E \Rightarrow i_{CC}(\omega t) = -\frac{E}{\omega L} (\omega t - \theta_{con})$$

A corrente total é dada pelas duas correntes obtidas por superposição:

$$i(\omega t) = i_{CA}(\omega t) + i_{CC}(\omega t) = \frac{V_p}{\omega L} (\cos(\theta_{con}) - \cos(\omega t)) - \frac{E}{\omega L} (\omega t - \theta_{con})$$

A solução do ângulo de extinção da corrente ocorre quando essa corrente é igual a

zero.

$$i(\beta) = 0 = \frac{V_p}{\omega L} (\cos(\theta_{con}) - \cos(\beta)) - \frac{E}{\omega L} (\beta - \theta_{con})$$

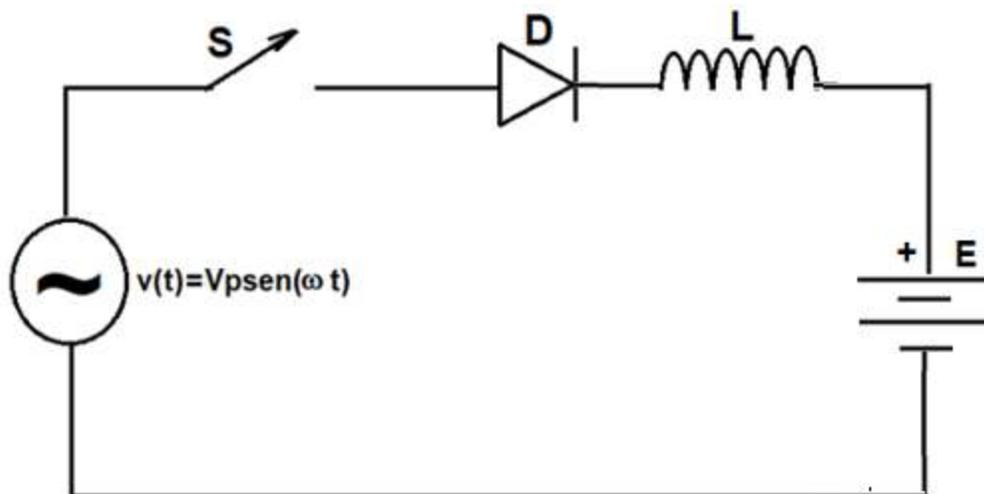


Figura 12

Exemplo 7:

No circuito da figura 12 admita que $V_p=300V$, $L=20\text{ mH}$ e $E=80\text{ V}$ e a frequência da tensão fonte é $f=60\text{ Hz}$. Determinar as figuras de mérito da retificador, considerando os diodos e a fonte CA ideais.

$$\theta_{con} = \arcsen\left(\frac{80}{300}\right) = 0,2699\text{ rad}$$

$$i(\omega t) = \frac{300}{377 \times 0,02} (\cos(0,2699) - \cos(\omega t)) - \frac{80}{377 \times 0,02} (\omega t - 0,2699)$$

Calculando o ângulo de extinção da corrente:

$$i(\beta) = 39,79(\cos(0,2699) - \cos(\beta)) - 10,61(\beta - 0,2699) = 0$$

$$\beta = 4,5374 \equiv 259,97^\circ$$

A corrente média na carga é:

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{0,2699}^{4,5374} (39,79(\cos(0,2699) - \cos(\omega t)) - 10,61(\omega t - 0,2699)) d(\omega t) = 18,59A$$

A corrente eficaz na carga é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,2699}^{4,5374} \left(39,79(\cos(0,2699) - \cos(\omega t)) - 10,61(\omega t - 0,2699) \right)^2 d(\omega t)}$$

$$= 26,47A$$

E a potência na carga é

$$P_L = 80 \times 18,59 = 1487,2W$$

O fator de potência é:

$$FP = \frac{1487,2}{\frac{300}{\sqrt{2}} \times 26,87} = 0,261$$

Para a THD da corrente da fonte:

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{0,2699}^{4,5374} \left(39,79(\cos(0,2699) - \cos(\omega t)) - 10,61(\omega t - 0,2699) \right) \cos(\omega t) d(\omega t)$$

$$= -23,72 A$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{0,2699}^{4,5374} \left(39,79(\cos(0,2699) - \cos(\omega t)) - 10,61(\omega t - 0,2699) \right) \sin(\omega t) d(\omega t)$$

$$= 9,91 A$$

$$I_{s1} = \sqrt{\frac{(-23,72)^2 + 9,91^2}{2}} = 18,17 A$$

$$THD = \frac{\sqrt{26,47^2 - 18,17^2}}{18,17} = 1,059 \text{ ou } 105,9\%$$

A figura 13 mostra o comportamento das tensões na fonte, carga e da corrente na fonte e na carga em série.

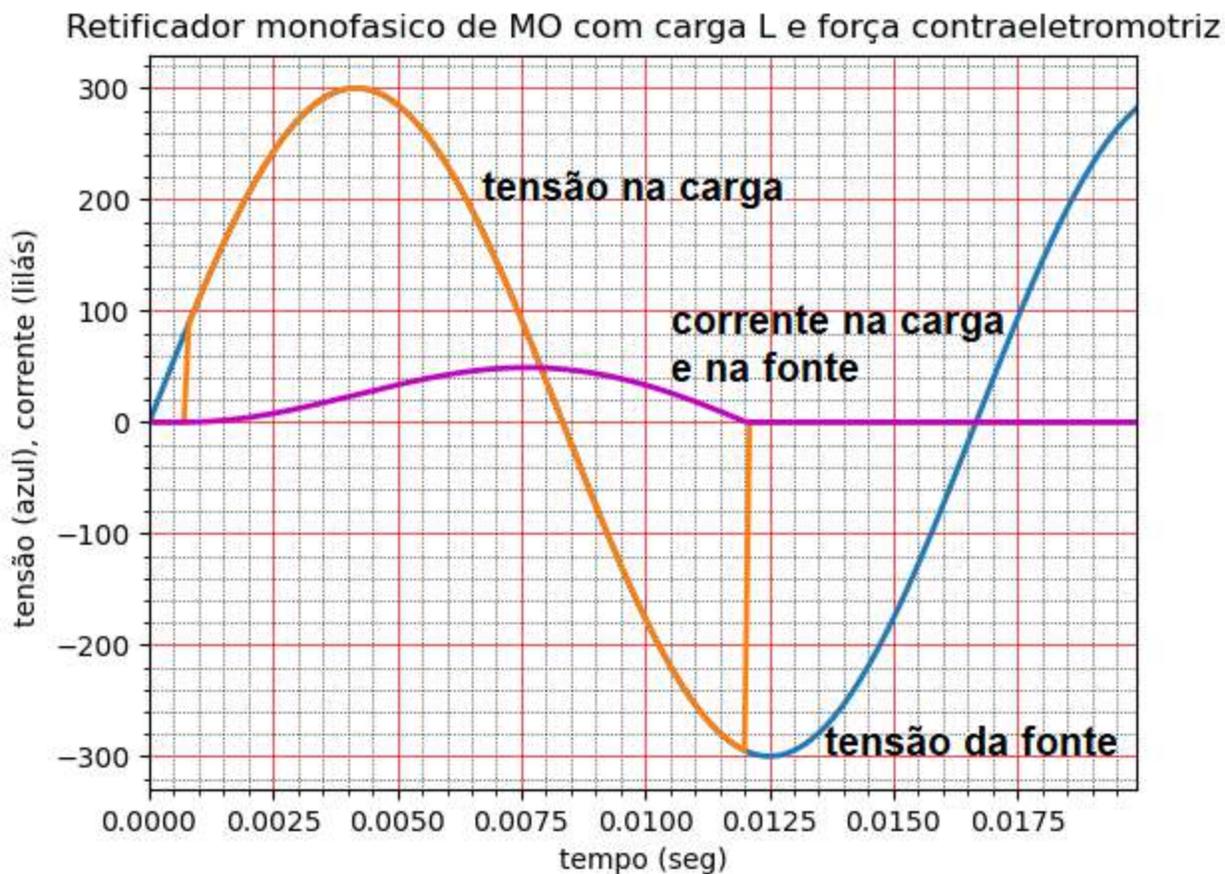


Figura 13

Exercícios resolvidos

1. No circuito abaixo, determinar as correntes média, eficaz e o fator de potência. A frequência da fonte é 60 Hz. Considere a fonte e o diodo ideais.

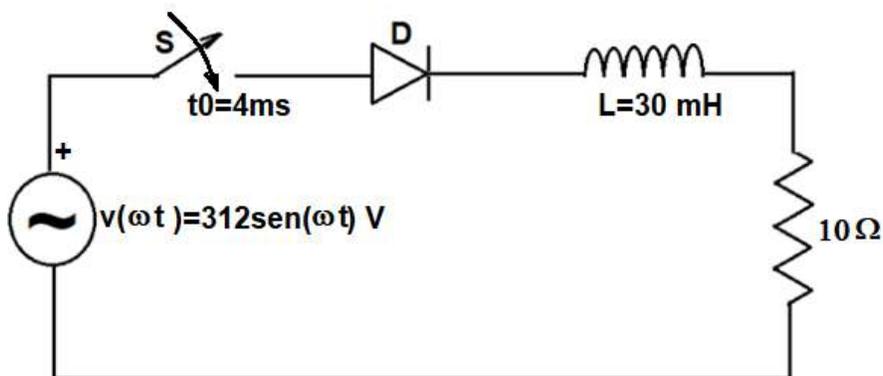


Figura Ex-1

Note que a corrente somente começa a fluir quando a chave é fechada, isso indica que a parcela transitória do processo demora menos tempo sobre a aplicação de uma tensão positiva da fonte CA.

$$Z = 10 + j2\pi 60 \times 0,03 = 15,09e^{j0,8468} \Omega$$

$$i(\omega t) = \frac{312}{15,09} \text{sen}(\omega t - 0,8468) + Ae^{-\frac{\omega t - 2\pi 60 \times 4,10^{-3}}{\text{tg}(0,8468)}}$$

$$i(\omega t) = 20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) + Ae^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}}$$

Da condição inicial:

$$i(\omega t = 1,5080) = 0$$

$$A = -20,67 \text{sen}(1,5080 - 0,8468) = -12,693$$

$$i(\omega t) = 20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) - 12,693e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}}$$

:

$$i(\beta) = 20,67 \text{sen}(\beta - 0,8468) - 12,693e^{-\frac{\beta - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} = 0$$

$$\beta = 3,9152 \equiv 224,3^\circ$$

A corrente média na carga é:

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{1,5080}^{3,9152} \left(20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) - 12,693e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} \right) d(\omega t) = 3,86 \text{ A}$$

A corrente eficaz é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{1,5080}^{3,9152} \left(20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) - 12,693e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} \right)^2 d(\omega t)} = 6,89 \text{ A}$$

A potência ativa na carga é:

$$P_L = 10 \times 6,89^2 = 474,7 \text{ W}$$

$$FP = \frac{474,7}{\frac{312}{\sqrt{2}} \times 6,89} = 0,312$$

1. No circuito abaixo, determinar as correntes média, eficaz e o fator de potência. A frequência da fonte é 60 Hz. Considere a fonte e o diodo ideais.

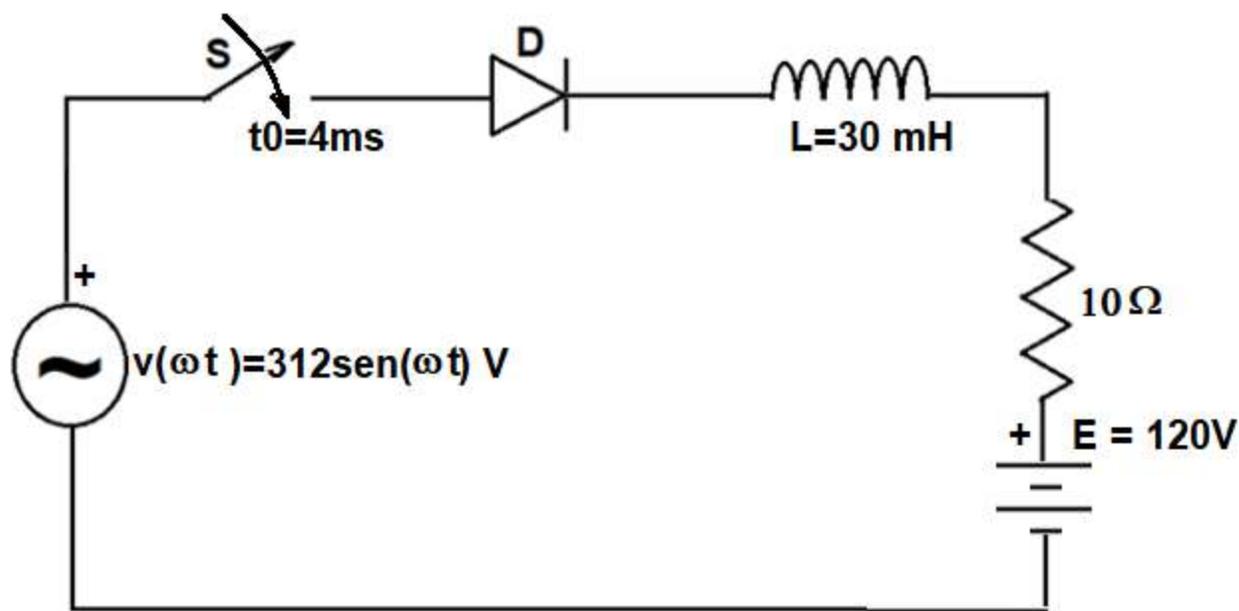


Figura-Ex2

O início de condução pela chave deve ocorrer em:

Por outro lado, a condução somente será possível se a tensão da fonte CA superar a da fonte CC o que ocorre em:

O maior desses valores domina o processo, ou seja, a condução iniciará em 1,5080

$$i(\omega t) = \frac{312}{15,09} \text{sen}(\omega t - 0,8468) - \frac{120}{10} + A e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}}$$

rad.

Da condição inicial:

$$i(\omega t = 1,5080) = 0$$

$$A = \frac{120}{10} - \frac{312}{15,09} \text{sen}(1,5008 - 0,8468) = 7,81 \text{ A}$$

A corrente é dada pela expressão:

$$i(\omega t) = \frac{312}{15,09} \text{sen}(\omega t - 0,8468) - \frac{120}{10} + 7,81 e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}}$$

O ângulo de extinção é:

$$i(\beta) = \frac{312}{15,09} \text{sen}(\beta - 0,8468) - \frac{120}{10} + 7,81 e^{-\frac{\beta - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} = 0$$

$$\beta = 3,4502 \text{ rad} \equiv 197,7^\circ$$

A corrente média na carga é:

$$I_{CC} = \frac{1}{2\pi} \int_{1,5080}^{3,4502} \left(20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) - 12 + 7,81 e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} \right) d(\omega t) = 2,86 \text{ A}$$

A corrente eficaz é:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{1,5080}^{3,9152} \left(20,67 \text{sen}(\omega t - 0,8468) - 12 + 7,81 e^{-\frac{\omega t - 1,5080}{\text{tg}(0,8468)}} \right)^2 d(\omega t)} = 5,48 \text{ A}$$

A potência ativa na carga é:

2 Semicondutores de Potência em Corrente Alternada

Vamos no restringir a analisar o Retificador Controlado de Silício, que é de longe o dispositivo mais utilizado em sistemas de controle de CA e em sistemas de retificação controlada. Os gradadores, assim como os retificadores modificam a onda de tensão senoidal fornecida pela concessionária, que na carga CA ou de retificação, deixa de ser senoidal e passa para outro formato, gerando assim distorções com periodicidade relacionada com a própria onda original e por isso denominadas componentes harmônicas, mas o efeito na forma de onda de tensão de entrada geralmente é bastante pequeno se a impedância da rede de fornecimento de energia for pequena, porem a distorção da onda de corrente costuma ser bastante acentuada.

1.1 O Retificador Controlado de Silício (SCR)

O mais antigo dos tiristores que continua a ter uma presença fundamental na indústria de energia elétrica é o SCR (Silicon Controlled Rectifier) que embora seja um dispositivo que data do início da evolução dos dispositivos semicondutores de potência ainda tem aplicações fundamentais, já que pode trabalhar com tensões direta e reversa muito altas, além de excelente capacidade de condução de corrente altas.

As principais características do SCR são:

- Tensão de bloqueio direto
- Tensão de bloqueio reverso
- Corrente média (ou CC)
- Corrente eficaz (ou rms)

Existem outras características importantes como taxa máxima de elevação da corrente (di/dt) e taxa máxima de elevação da tensão anodo-catodo (dv/dt), corrente mínima de trava do dispositivo, corrente máxima de fuga direta e reversa, etc, mas vamos focar nas componentes que operaram diretamente com a potência e corrente que são controlada pelo dispositivo.

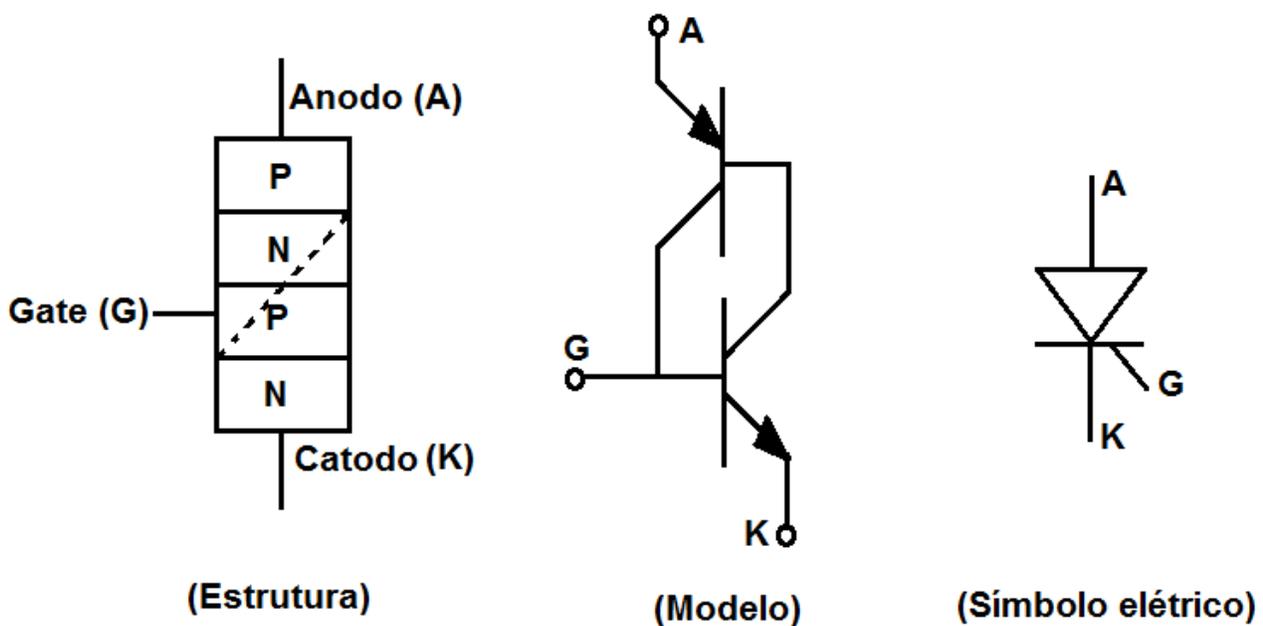
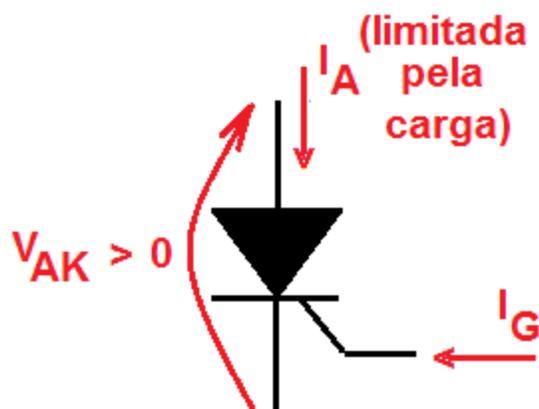


Figura 14 – símbolo e circuito equivalente de um SCR

O dispositivo é basicamente uma estrutura PNPN que pode ser modelada como dois transistores um PNP superior conectado a região de anodo e um PNP que modela a parte de controle. Uma ligeira verificação da estrutura descrita, mostra que a mesma, uma vez em operação de condução ativada pelo transistor NPN, não pode mais ser controlada pelo mesmo já que os dois transistores se alimentam mutuamente mantendo a condição ON enquanto houver corrente passando pelos mesmos. Ver figura 15.



**(Condição de gatilhamento)
(turn ON)**

Figura 15

Figura 15 – Condição de gatilhamento do SCR, V_{AK} deve ser maior que zero quando a corrente de gatilhamento é aplicada fazendo então a corrente de anodo passa pelo dispositivo

O único meio de recuperar a condição de bloqueio do SCR, após o mesmo estar em operação ON é forçando a corrente de anodo para o valor zero, o que pode ser feito por (ver figura 16):

- Curtocircuitando os terminais de anodo e catodo, assim a corrente pelo dispositivo fica zero e a corrente passa pelo curto-circuito.
- Invertendo a tensão sobre o dispositivo, o que coloca a junção de bloqueio inverso em operação forçando o dispositivo a desligar. Essa característica torna o SCR muito útil em circuito de CA e denomina-se comutação natural.
- Uma variação do método acima consiste em carregar um capacitor e conectá-lo em paralelo com SCR aplicando assim uma carga positiva no catodo em relação ao anodo. O capacitor deve ser dimensionado adequadamente para produzir o efeito de comutação. Este método é denominado de comutação forçada.

O acionamento ou disparo de um SCR, quando em uso em retificadores controlados, geralmente é feito por um circuito de sincronismo em conjunto com um circuito de pequena potência capaz de disparar corretamente o dispositivo. Figura 17 mostra os blocos relacionados com tal sistema de acionamento e seu mecanismo operacional. O ângulo de controle gerado pelo sistema de gatilhamento é α .

Figura 16 – Comutações do SCR

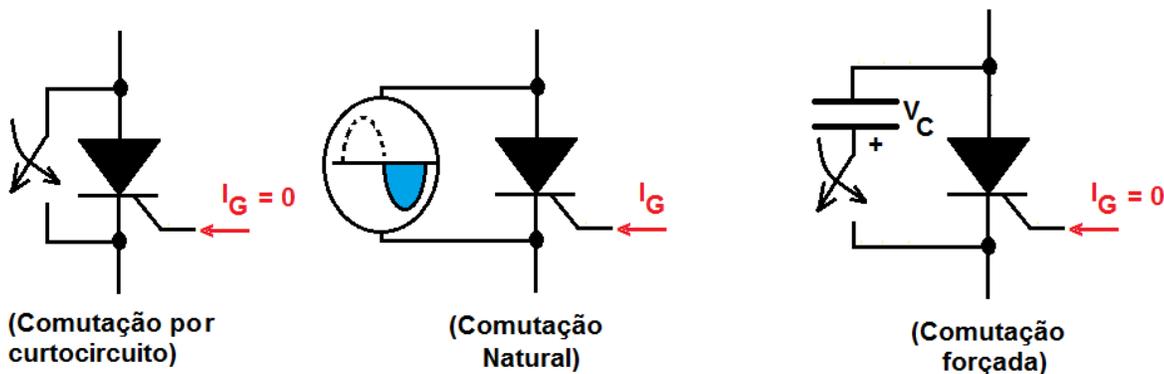


Figura 16 – Comutações do SCR

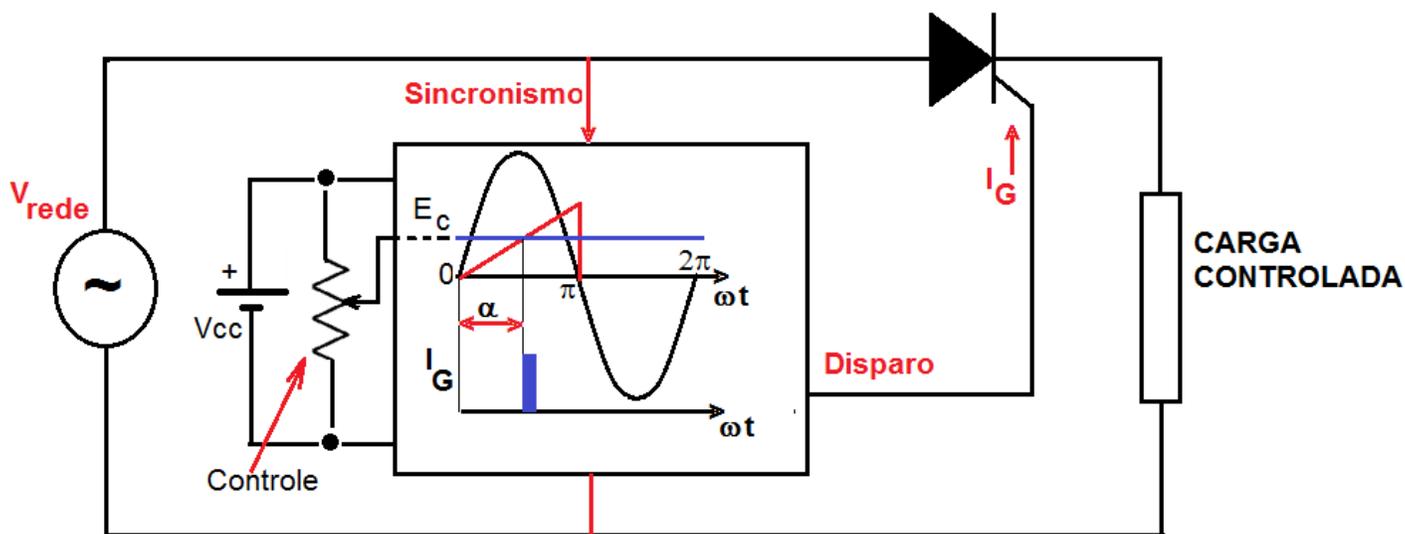


Figura 17 Sincronismo para a geração do pulso de disparo

Alem do SCR o TRIAC (Triode AC) é bastante utilizado principalmente com gradadores, porem como a semelhança desse dispositivo com a estrutura de dois SCRs ligados em contrafase tem bastante similaridade, vamos nos ater apenas aos SCRs.

1.2 Os gradadores

Os gradadores são conversores estáticos destinados a modificar o valor eficaz de uma tensão alternada, e são caracterizados por conectarem diretamente a fonte de energia CA à carga.

A avaliação da qualidade dos retificadores é feita sobre os efeitos obtidos como resultado de suas operações e são utilizadas como dados de projeto com relação a carga que está sendo acionada pelos mesmos e a avaliação de impacto de seus efeitos sobre o sistema de energia de entrada.

Os gradadores são empregados para a realização das seguintes tarefas:

- Controle de temperatura
- Controle de velocidade de motores de indução
- Limitação da corrente de partida de motores de indução
- Controle de intensidade luminosa

1.2.1 O gradador monofásico com carga puramente resistiva

A figura 5 mostra a topologia de um gradador monofásico:

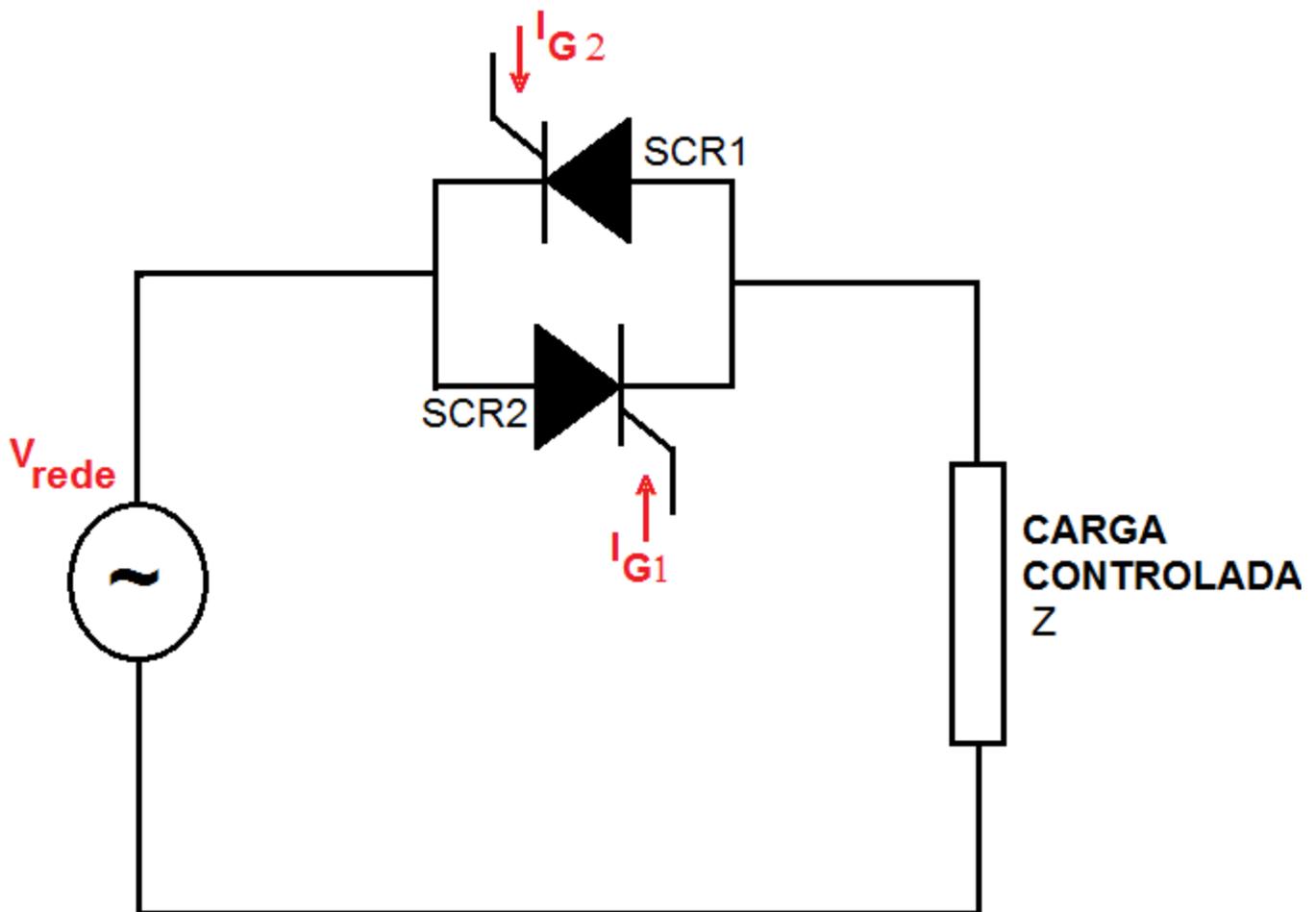


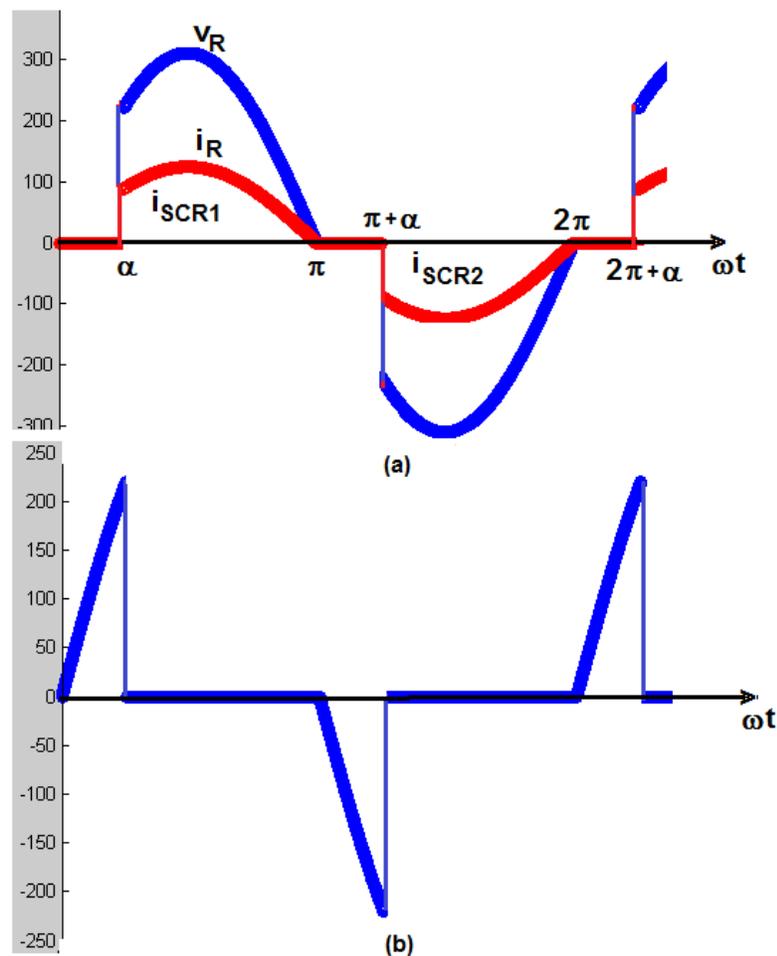
Figura 18 – Gradador monofásico com SCRs

Quando um gradador monofásico atua sobre uma carga resistiva ($Z=R$) obtém-se as formas de onda mostradas nas figuras 6-a e 6b.

Tensão eficaz na carga (

$$V_{Lrms} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}V_s \text{sen}(\omega t))^2 d(\omega t)} = \sqrt{2}V_s \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)}$$

Onde é a tensão na carga do gradador em função do deslocamento angular da onda de tensão.



Figuras 19 (a) tensão e corrente na carga de um gradador que alimentando uma resistência pura e (b) tensão sobre os SCRs.

A corrente eficaz na carga ()

$$I_{Lrms} = \frac{V_{Lrms}}{R_L} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \left(\frac{\sqrt{2}V_s}{R_L} \text{sen}(\omega t) \right)^2 d(\omega t)} = \frac{\sqrt{2}V_s}{R_L} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)}$$

Essa corrente é refletida totalmente na fonte CA que alimenta o gradador e isso decorre da lei da conservação da carga elétrica uma vez que o circuito da fonte está em série com a carga.

Parametrizando a corrente eficaz na carga a expressão anterior pode ser escrita na forma da expressão:

$$\frac{R_L I_{Lrms}}{\sqrt{2}V_s} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)}$$

Que é representada graficamente na forma da figura 7.

A corrente eficaz e média no SCRs podem ser obtida pelas expressões respectivamente pelas expressões:

$$I_{rms_SCR} = \frac{\sqrt{2}V_s}{R_L} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)} = \frac{I_{Lrms}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{CC_SCR} = \frac{V_p}{2\pi R_L} (1 + \cos(\alpha))$$

Que parametrizados em pu fornecem respectivamente são:

$$\frac{I_{rmsSCR}^{RL}}{\sqrt{2}V_s} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)}$$

$$I_{CCSCR} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L} (1 + \cos(\alpha))$$

Essas correntes em pu são representadas no gráfico da figura 20.



Figura 20 Comportamento paramétrico da corrente eficaz na carga (pu)



Figura 21 – Corrente eficaz e média nos SCRs (pu)

Potência eficaz na carga (P_{ef})= P_L é:

$$P_{ef} = V_{Lrms} I_{Lrms} = \frac{V_{Lrms}^2}{R_L}$$

Potência aparente na entrada do gradado (S) medida em volt-ampere

A unidade de S é volt-ampere.

Valores de mérito da fonte de alimentação

Como a corrente da fonte CA não é senoidal, o desempenho dessa fonte é afetado pelo controle de fase do gradador, portanto o desempenho da fonte é avaliado pelos seguintes valores de mérito descritos nas expressões:

1. Fator de potência da entrada (FP)

$$FP = \frac{\text{Potência eficaz na carga}}{\text{Potência aparente de entrada}}$$

Se a fonte de tensão for senoidal não distorcida, somente a fundamental da corrente de entrada contribuirá para a potência ativa de entrada, ou seja:

$$FP = \frac{\frac{V_{Lrms}^2}{R_L}}{V_S I_S} = \frac{\frac{V_{Lrms}^2}{R_L}}{V_S \frac{V_{Lrms}}{R_L}} = \frac{V_{Lrms}}{V_S}$$

Onde

V_S = valor eficaz de fase da tensão da fonte de alimentação CA

I_S = valor eficaz da corrente de fase da fonte de alimentação CA

O fator de potência da entrada é uma figura de mérito importante porque ele define a quantidade de potência aparente (volt-ampere) que o gradados necessita para uma determinada condição operacional. Para a mesma demanda de potência se o fator de potência for pobre mais potência aparente e conseqüentemente mais corrente é drenada da fonte CA.

1. Fator de deslocamento de entrada ou fator de potência da fundamental

Esse parâmetro é definido pela relação:

I_{S1} = valor eficaz da componente fundamental da corrente da fonte CA

Φ_1 = ângulo entre a tensão e a fundamental da corrente da fonte CA

Como é o ângulo de deslocamento correspondente a defasagem da corrente fundamental em relação a onda de tensão fundamental, para a mesma demanda de potência se o fator de deslocamento for menor, mais corrente fundamental é drenada da fonte. A condição ótima é o fator de deslocamento igual a 1,0.

1. Fator harmônico (FH) ou distorção harmônica total (THD)

Como a corrente de entrada não é senoidal, ela contém correntes de frequências harmônicas. O fator harmônico é definido por pelas relações:

$$TDH_I = FH_I = \frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}}$$

$$TDH_I = FH_I = \frac{(\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2)^{\frac{1}{2}}}{I_{s1}} = \frac{I_h}{I_{s1}}$$

O fator harmônico indica o conteúdo harmônico da fonte de alimentação e portanto, mede a distorção harmônica da corrente.

A corrente da fonte CA $i(\omega t)$ pode ser expressa em termos da série de Fourier com as definições expressas abaixo:

$$i(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t))$$

$$i(\omega t) = I_{CC} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \text{sen}(n\omega t + \varphi_n)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t)$$

$$I_n = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$$

$$\varphi_n = \text{arctg}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$$

Como o gradador tem tensão e corrente assimétricas a composição matemática da tensão e da corrente na carga tem termos em senos e cosenos ou seja:

$$a_n = \frac{\sqrt{2}V_s}{\pi} \left(\int_{\alpha}^{\pi} \text{sen}(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha+\pi}^{2\pi} \text{sen}(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \right)$$

$$a_n = \frac{\sqrt{2}V_s}{\pi R_L} \left[\frac{\cos[(n+1)\alpha] - \cos[(n+1)\pi]}{n+1} - \frac{\cos[(n-1)\alpha] - \cos[(n-1)\pi]}{n-1} \right]$$

$$b_n = \frac{\sqrt{2}V_s}{\pi} \left(\int_{\alpha}^{\pi} \text{sen}(\omega t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha+\pi}^{2\pi} \text{sen}(\omega t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) \right)$$

$$b_n = \frac{\sqrt{2}V_s}{\pi R_L} \left[\frac{\text{sen}[(n+1)\alpha]}{n+1} - \frac{\text{sen}[(n-1)\alpha]}{n-1} \right]$$

O valor de pico da corrente é dado pela expressão:

$$I_{np} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

E o valor eficaz é dado por:

$$I_{nrms} = \frac{I_{np}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$$

A corrente fundamental poder calculada a partir das expressões (1.22) e (1.24) fixando n=1, assim:=

$$a_1 = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L} (\cos(2\alpha) - 1)$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L} (\text{sen}(2\alpha) + 2\pi - 2\alpha)$$

A corrente na carga do gradador é descrita pela seguinte série temporal :

$$i(\omega t) = a_1 \cos(\omega_0 t) + a_3 \cos(3\omega_0 t) + a_5 \cos(5\omega_0 t) + \dots$$

$$+ b_1 \text{sen}(\omega_0 t) + b_3 \text{sen}(3\omega_0 t) + b_5 \text{sen}(5\omega_0 t) + \dots$$



Figura 22 – Relação entre as correntes harmônicas de pico e a corrente de pico na carga para o gradador monofásico com carga resistiva

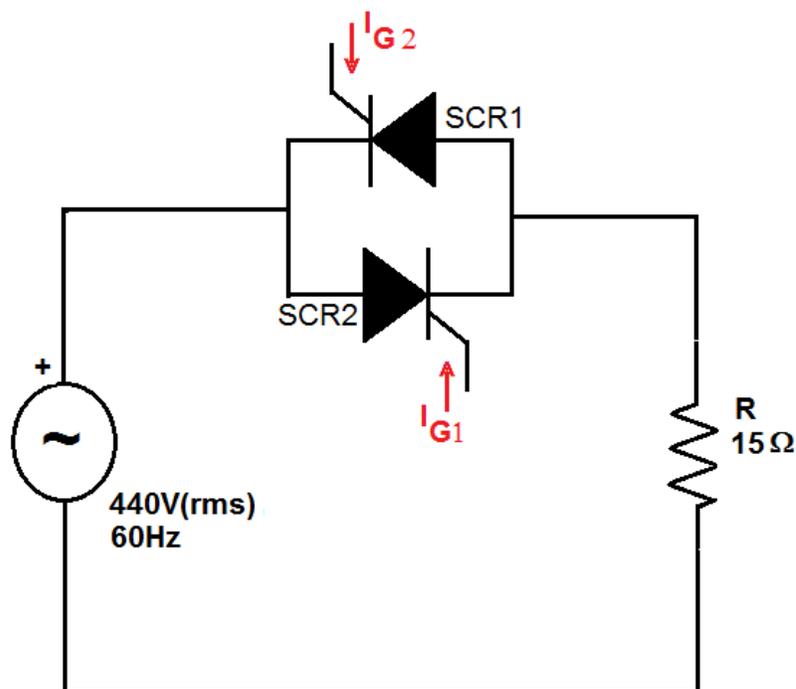
Como é possível verificar a partir do gráfico da figura 9, as correntes harmônicas, para a condição alfa diferente de zero podem ser bastante elevadas mesmo para as condições de carga resistiva, como é o caso analisado, porem essas harmônicas entram na composição da corrente eficaz, ou seja compõem uma parcela do efeito Joule apresentado na carga..

Exemplo:

O gradador monofásico da figura 10 executa o controle da potência ativa de um forno. O circuito de controle de malha aberta indica 4 posições de controle nas quais se obtem as seguintes potências na carga (i) 2500W, (ii) 5000W, (iii) 7500W e (iv) 10000W. Determinar:

1. O ângulo de disparo dos tiristores em cada posição.
2. A corrente eficaz nos tiristores em cada posição.
3. A potência aparente drenada da fonte em cada posição.
4. O fator de potência da fundamental e o coeficiente de distorção harmônica da corrente e da tensão de cada posição.

Considere os tiristores e a fonte ideais.



fFigura 23

Solução:

1. A potência ativa aplicada ao forno em determinada posição, é dada pela expressão:

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{1}{R} \left(\sqrt{\frac{2}{2\pi} \left(\int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}V_s \text{sen}(\omega t))^2 d(\omega t) \right)} \right)^2 = \frac{(\sqrt{2}V_s)^2}{\pi R} \left(\frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} \right)$$

De onde obtem-se a expressão:

$$\frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} - \frac{PR\pi}{(\sqrt{2}V_s)^2} = 0$$

Para o caso (i):

$$\frac{\pi - \alpha}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{4} - \frac{2500 \times 15\pi}{(\sqrt{2} \times 440)^2} = 0$$

Resolvendo essa equação transcendental para obter α pelo método (Newton-Rapson, obtemos:

$$\alpha = 2,0982\text{rad} \equiv 120,21^\circ$$

1. A corrente eficaz total nos tiristores pode ser calculada da expressão:

$$P = RI_{Lrms}^2 \rightarrow I_{Lrms} = \sqrt{\frac{P}{R}} = 12,91A \rightarrow I_{Trms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{P}{2R}} = \sqrt{\frac{2500}{2 * 15}} = 9,13A$$

1. E a potência aparente é:

$$S = V_s I_s = V_s I_{Lrms} = 440 * 12,91 = 5680,4VA$$

De onde se conclui que o fator de potência definido pela relação clássica tem valor muito baixo (0,44).

d) Como a carga é resistiva então $\text{THD}_V = \text{THD}_I$ e o valor de pico da fundamental da corrente é dado por:

$$I_{s1pico} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L}(\cos(2\alpha) - 1)\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L}(\sin(2\alpha) + 2\pi - 2\alpha)\right)^2}$$

$$I_{s1pico} = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R_L} \sqrt{(\cos(2\alpha) - 1)^2 + (\sin(2\alpha) + 2\pi - 2\alpha)^2}$$

$$I_{s1pico} = \frac{\sqrt{2}440_s}{2\pi 15} \sqrt{(\cos(2 \times 2,0982) - 1)^2 + (\sin(2 \times 2,0982) + 2\pi - 2 \times 2,098)^2}$$

$$I_{s1pico} = 12,72$$

O fator de deslocamento ou fator de potência da fundamental é:

$$FD_{esl} = \cos(\varphi_1) = \frac{I_{1(rms)}}{I_s} = \frac{12,72}{12,91} = \frac{8,994}{12,91} = 0,6966$$

Calculando a distorção harmônica total da corrente:

$$TDH_I = FH_I = \frac{\sqrt{I_s^2 - I_{s1}^2}}{I_{s1}} = \frac{\sqrt{12,91^2 - 8,994^2}}{8,994} = 1,0297$$

1.2.3 O compensador estático de potência reativa

A figura 24 mostra um compensador estático de potência reativa monofásico com seu banco de capacitores companheiro. Nessa configuração o ramo com os tiristores e indutor é denominado Thyristor Controlled Reactor (TCR) e opera com um capacitor fixo (CF) configurando o que denominamos de compensador estático de VAR. Os tiristores são controlados para disparo na região entre 90° e 180° e no projeto, procura-se reduzir a resistência do reator ao máximo possível de modo a maximizar a operação de gerador de reativos atrasados do mesmo.

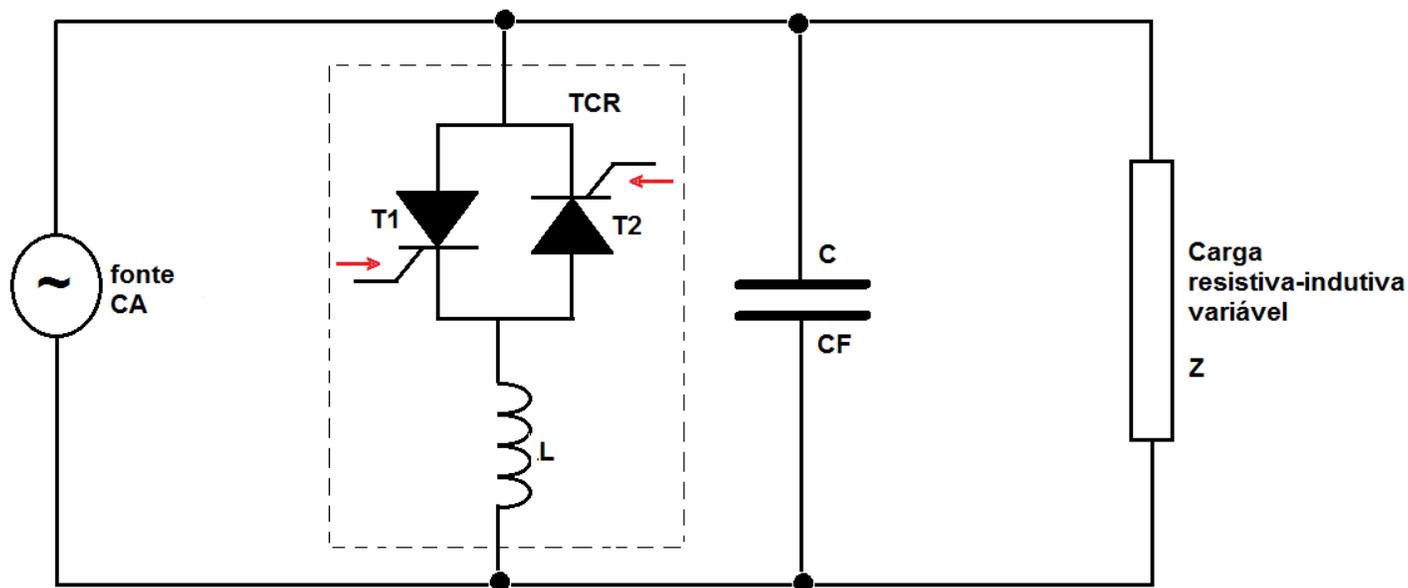


Figura 24 - Compensador estático de VAR monofásico

No projeto do TCR o reator é projetado de modo a introduzir um mínimo de perda em termos de potência ativa, ou seja, a resistência do reator deve ser otimizada para um valor muito pequeno. A figura 25 mostra a forma de onda da tensão e da corrente em regime permanente, admitindo $R_{TCR} = 0$, e os tiristores ideais podemos escrever a tensão e a corrente no ramo do TCR utilizando as expressões :

$$v(t) = -V_p \text{sen}(\omega t)$$

$$v(t) = L_{TCR} \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow di(t) = -\frac{1}{L_{TCR}} V_p \text{sen}(\omega t) dt$$

$$\int di(t) = -\frac{1}{L_{TCR}} V_p \int \text{sen}(\omega t) dt$$

$$i(t) = \frac{V_p}{\omega L_{TCR}} \cos(\omega t) + A$$

Das condições iniciais $i(-\pi + \alpha) = 0$.

$$i(-\pi + \alpha) = \frac{V_p}{\omega L} \cos(-\pi + \alpha) + A = 0 \Rightarrow A = \frac{V_p}{\omega L_{TCR}} \cos(\alpha)$$

O que resulta na expressão:

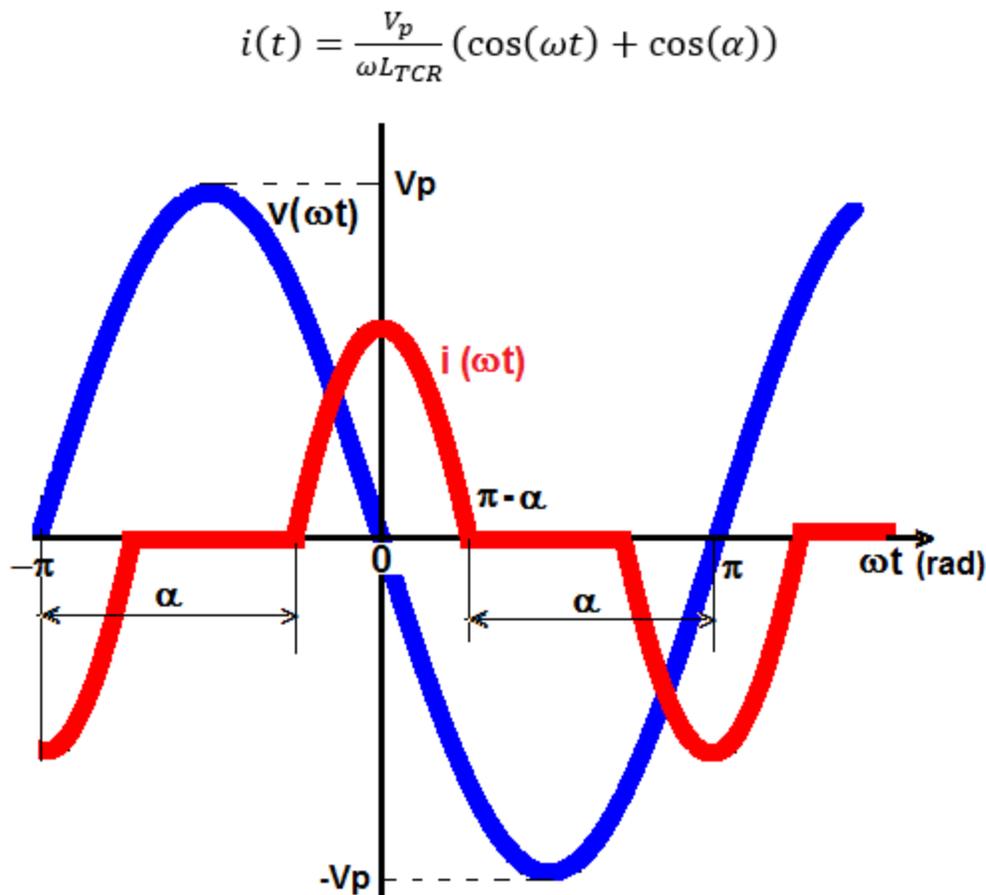


Figura 25 – Formas de onda da tensão e da corrente no ramo do TCR

Na figura 25, observa-se que a mesma possui simetria de onda par, ou seja:

$$i(\omega t) = i(-\omega t)$$

Isso indica que essa onda contém apenas harmônicas ímpares, além disso essa onda possui simetria par, ou seja a onda tem simetria par e simetria de meia-onda o que indica que essa onda tem simetria par de quarto de onda e com isso tem somente termos em cossenos e seus coeficientes podem ser calculados pela expressão:

$$I_n = \frac{2V_p}{\omega L_{TCR}} \int_{\alpha-\pi}^0 (\cos(\omega t) + \cos(\alpha)) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

Que se resume a :

$$I_n = \frac{2V_p}{\omega L_{TCR}} \frac{n \operatorname{sen}(\alpha) \cos(n\alpha) - \cos(\alpha) \operatorname{sen}(n\alpha)}{n(1-n^2)} \cos(n\alpha)$$

A fundamental da corrente é dada:

$$I_1 = \frac{2V_p}{\omega L_{TCR} \pi} \int_0^{\pi-\alpha} \cos^2(\omega t) d(\omega t) = \int_0^{\pi-\alpha} \left(\frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \right) d(\omega t)$$

$$I_1 = \frac{V_p}{\omega L_{TCR} \pi} (2\pi - 2\alpha - \text{sen}(2\alpha)) \cos(\omega t)$$

Considerando os tiristores ideais, a fundamental tensão no ramo é dada por:

$$v_{L1}(t) = L_{TCR} \frac{dI_1(t)}{dt} = \omega L_{TCR} \frac{V_p}{\pi \omega L_{TCR}} (2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha)) \text{sen}(\omega t)$$

Como a tensão do ramo também é a da fonte CA, temos:

$$\sqrt{2}V_s \text{sen}(\omega t) = \omega L_{eq} I_1$$

Ou

$$\sqrt{2}V_s \text{sen}(\omega t) = \omega L_{eq} \frac{V_p}{\pi \omega L_{TCR}} (2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha)) \text{sen}(\omega t)$$

Assim podemos escrever a expressão:

$$L_{eq} = \frac{\pi L_{TCR}}{2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha)}$$

Ou ainda:

$$L_{eq_{pu}} = \frac{L_{eq}}{L_{TCR}} = \frac{\pi}{2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha)}$$

A figura 26 (a) e (b) mostram o comportamento da indutância $L_{eq_{pu}}$ em função do ângulo de controle α .

1. (b)



Figura 26 - Comportamento do indutor equivalente ao do TCR, (a) escala plena e (b) escala reduzida para a faixa entre 90° e 150° ..

Concluindo, podemos observar que o TCR, comporta-se como um indutor variável em função do ângulo de disparo (α). Observa-se uma acentuada não linearidade de comportamento desse indutor equivalente em relação ao ângulo de controle (α) que deve ter sua excursão de controle na faixa $\pi/2 < \alpha < \pi$ e que todos os cálculos para a obtenção do indutor equivalente levaram em conta apenas a componente fundamental da corrente.

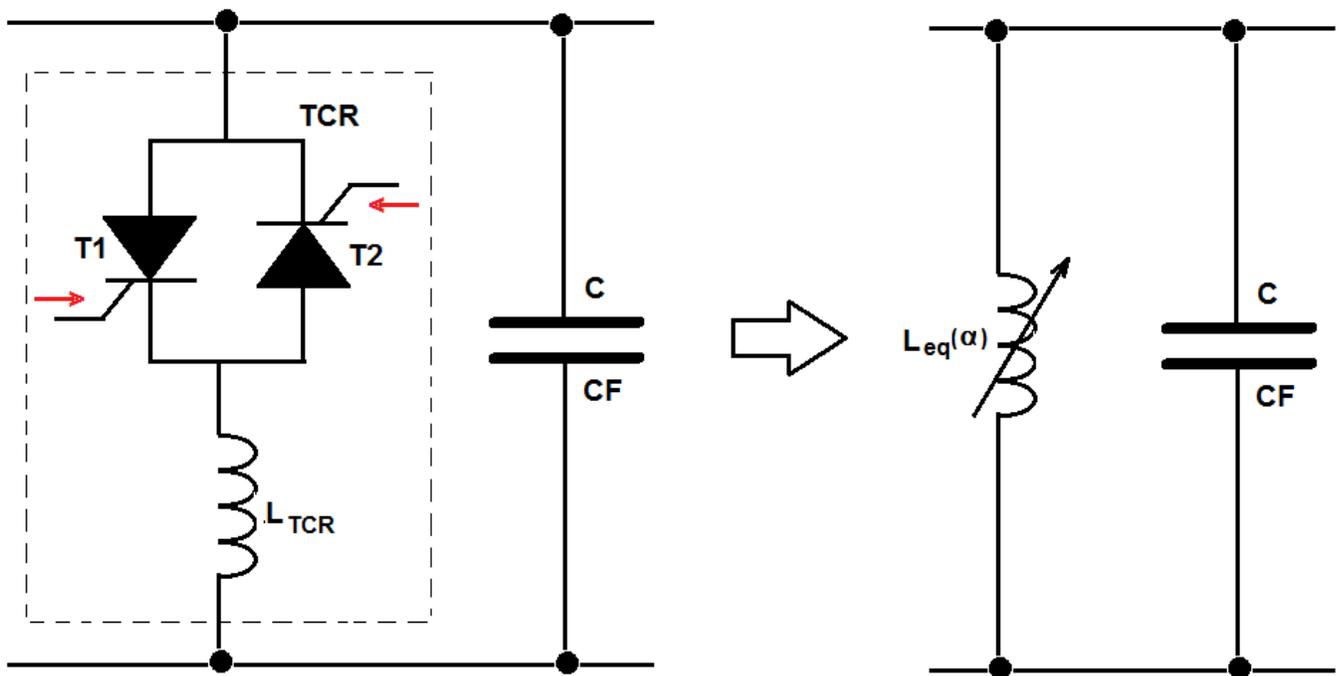


Figura 27 - A conexão em paralelo de um TCR e um capacitor fixo permite o controle da potência reativa que flui da fonte CA.

Com a escolha adequada de componentes do TCR e do capacitor fixo é possível automatizar um sistema de compensação ativo do fator de potência visto pela fonte CA, de maneira que a mesma forneça apenas potência ativa para a carga, ou seja, é possível obter um sistema de correção de fator de potência com características dinâmicas de modo a manter o fator de potência próximo a unidade.

A reatância equivalente do compensador estático (CE) da figura 27, na frequência da fundamental, é dada pela expressão:

$$X_{CE} = - \frac{X_{LTCR} * X_{CF}}{X_{LTCR} - \frac{X_{CF}}{\pi} (2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha))}$$

Cuja susceptância pode ser expressa pela equação:

$$B_{CE} = - \frac{X_{LTCR} - \frac{X_{CF}}{\pi} (2(\pi - \alpha) - \text{sen}(2\alpha))}{X_{LTCR} * X_{CF}}$$

Que linearizada com relação a α fornece a relação :

$$\Delta B_{CE} = \frac{2(\cos(2\alpha) + 1)}{X_{LTCR}} \Delta\alpha$$

A potência reativa drenada pelo nó onde o compensador estático está instalado é dada pela expressão:

Essa expressão fornece uma ideia clara da compensação de potência reativa possibilitada pelo compensador estático que permite colocar mais ou menos potência reativa capacitiva (adiantada) em função do ângulo de controle α .

1.2.5 Os gradadores trifásicos

Os gradadores trifásicos permitem o controle de cargas conectadas aos sistemas CA trifásicos. Basicamente, em relação aos tipos de cargas, os modos de controle são os mesmos do caso monofásico. As configurações mais comuns são mostradas nas figuras 28, 29 e 30.

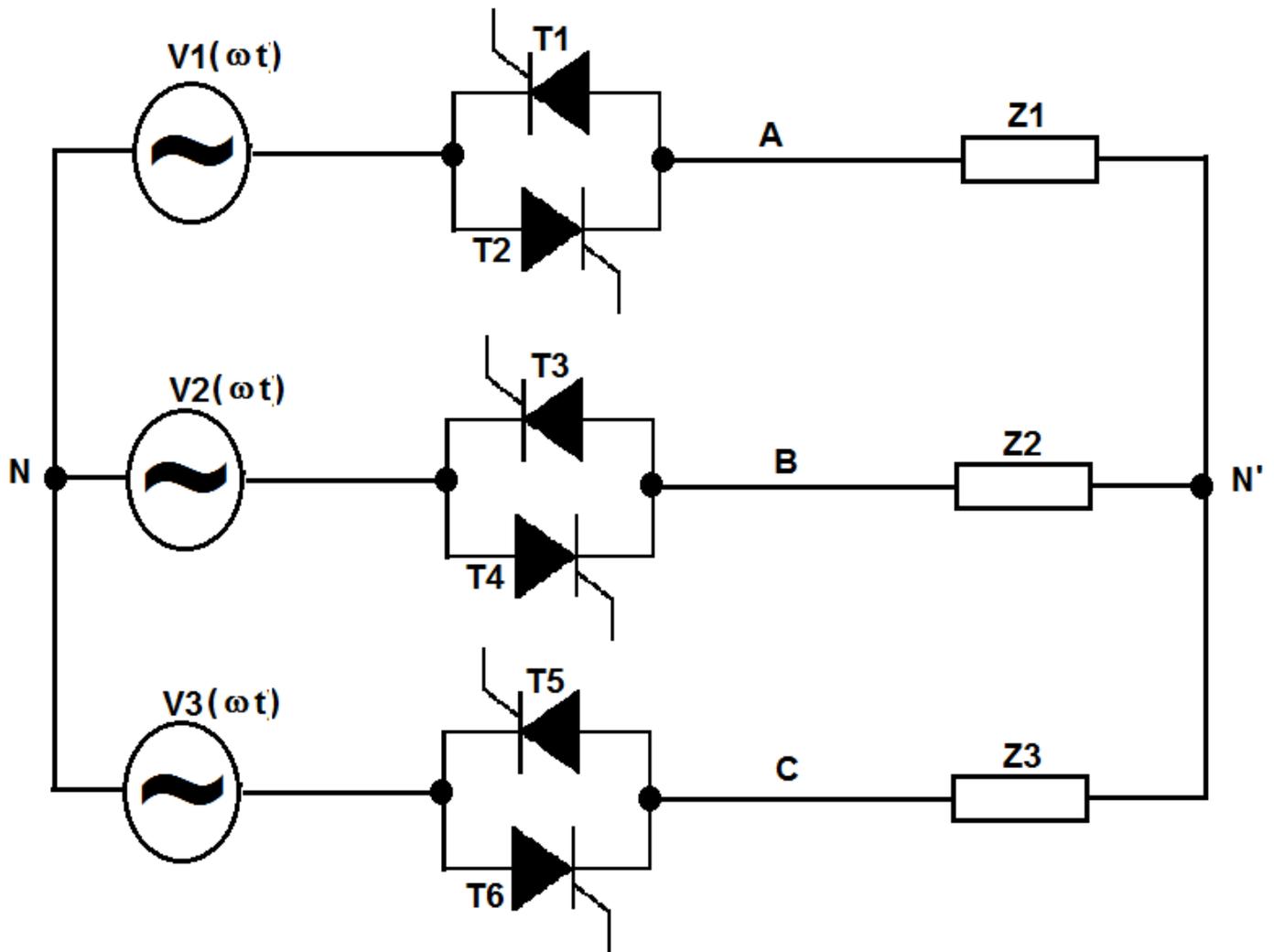


Figura 28 – Carga em estrela sem neutro

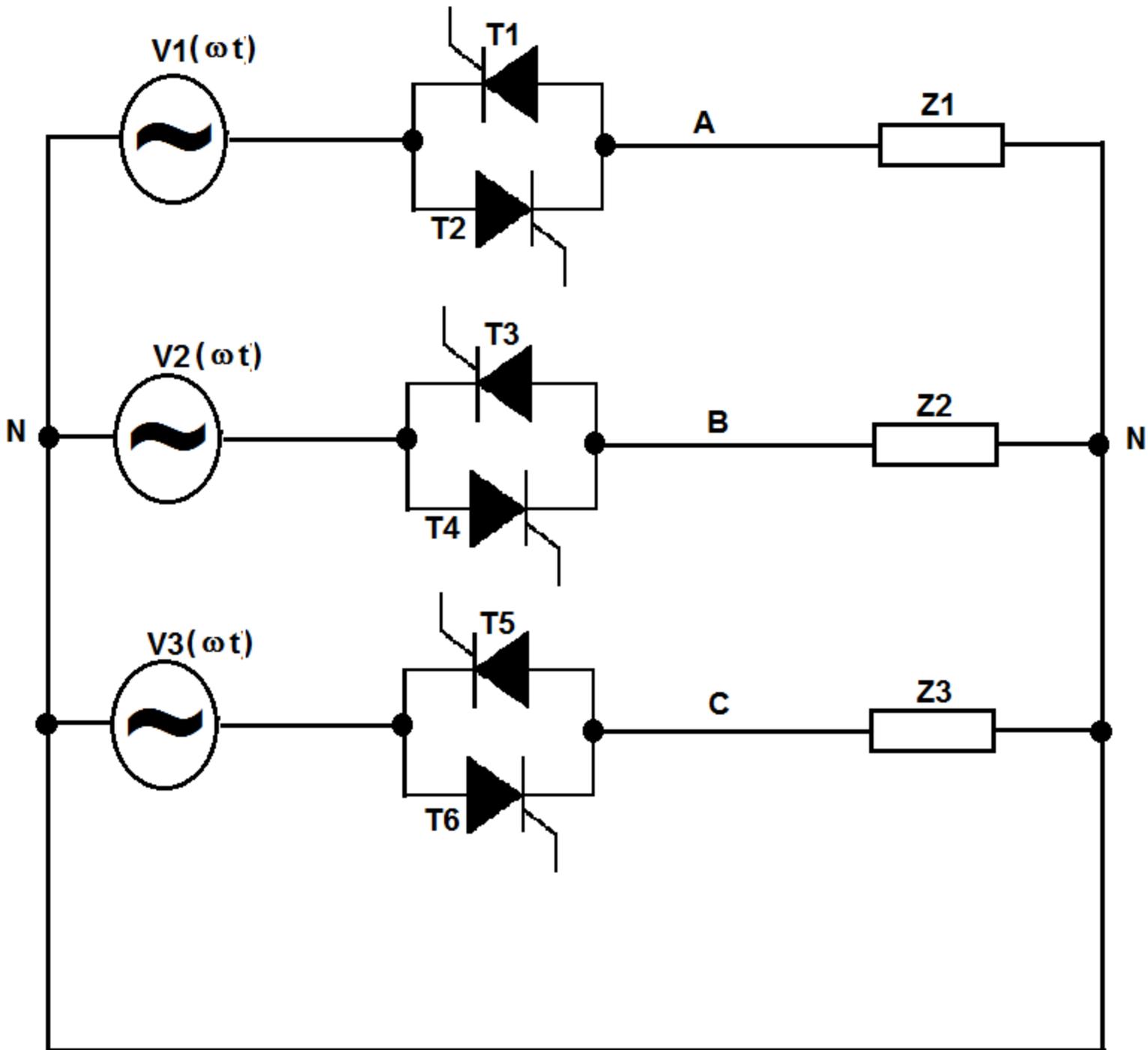


Figura 29 Carga em estrela com neutro

Referências:

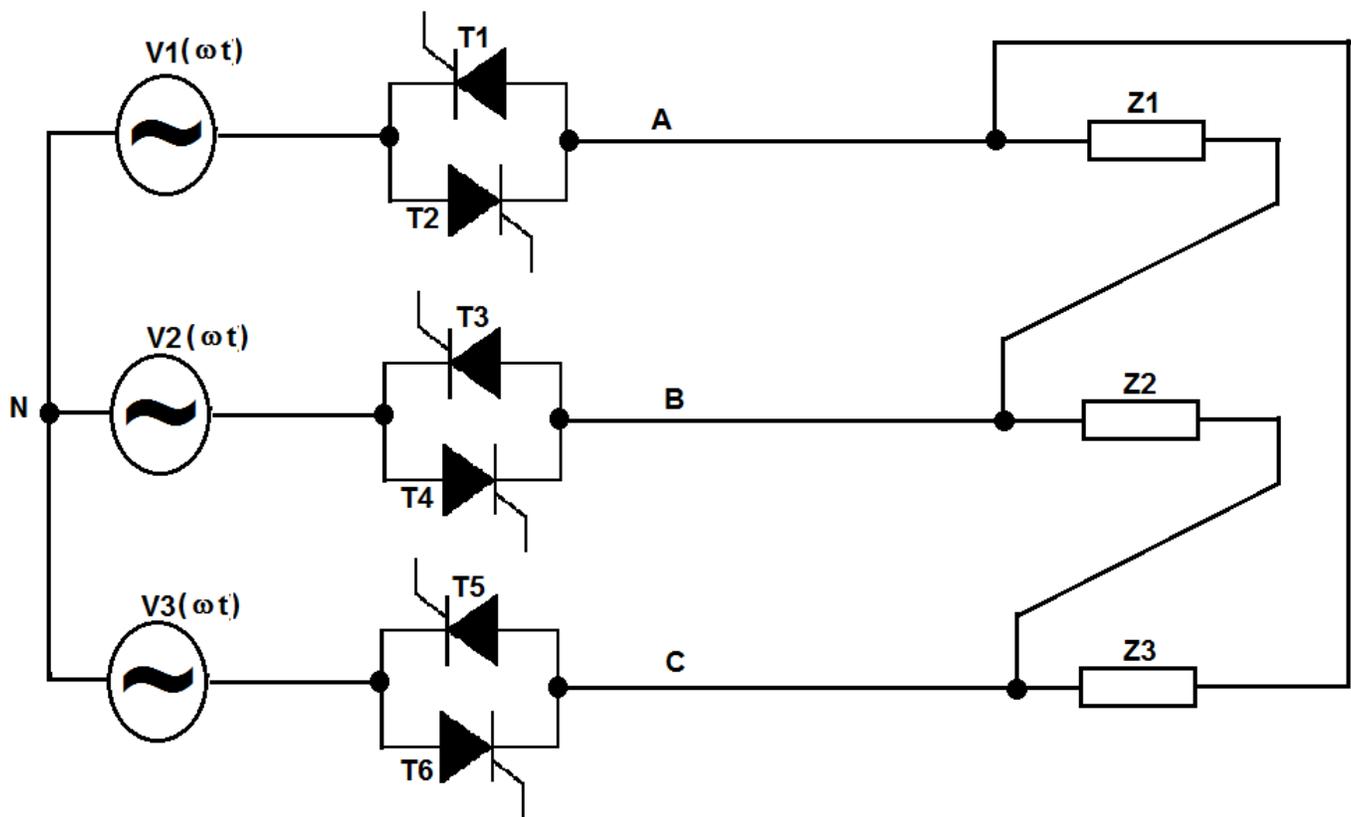


Figura 30 - Carga em triângulo com os gradadores controlando a corrente de linha

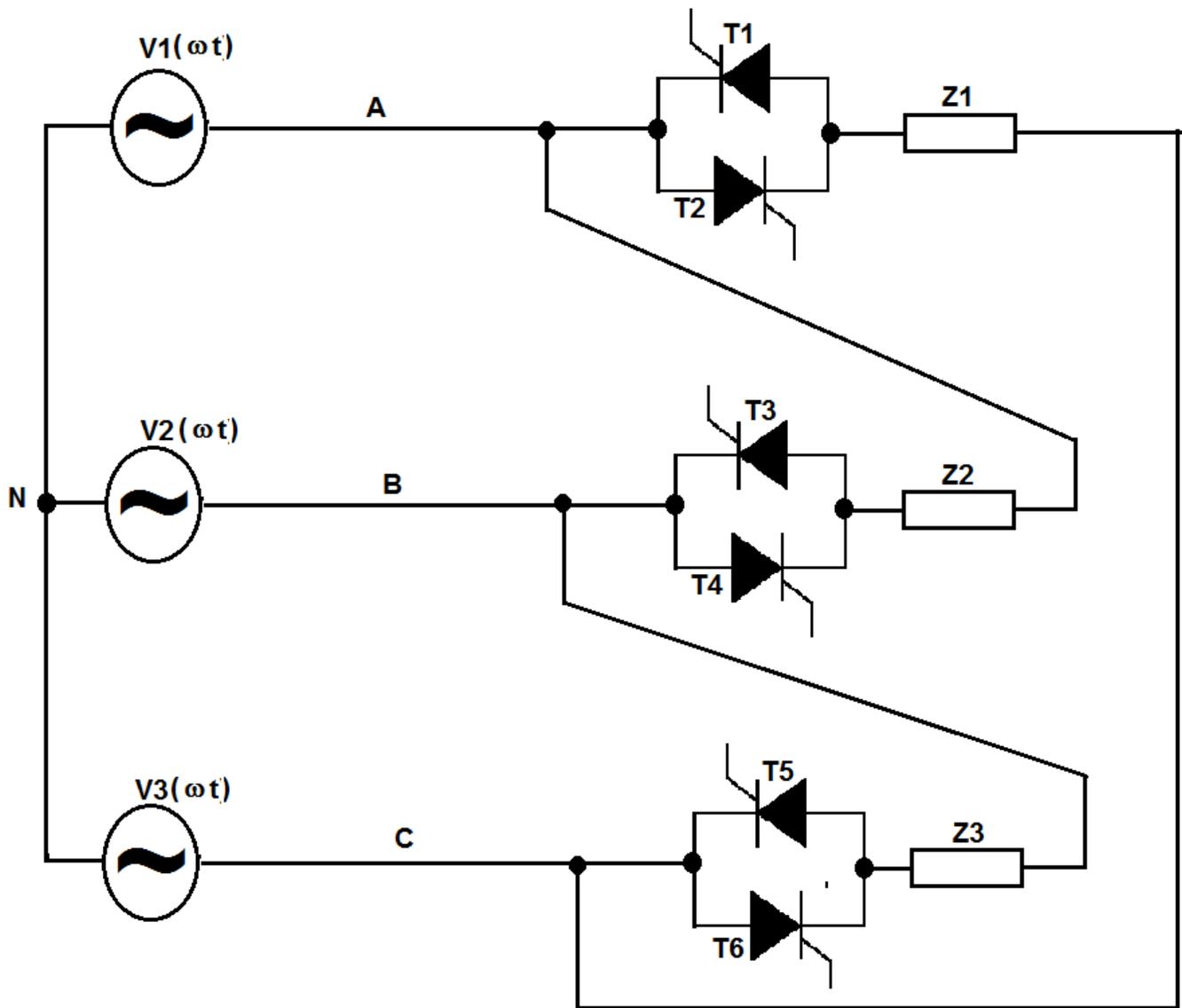


Figura 31 - Carga em triângulo com os gradadores controlando a corrente de fase

- [1] Ahmed, A., Eletrônica de Potência, Prentice Hall, 2000
- [2] Barbi, I., Eletrônica de Potência, Ed. Autor, 1997
- [3] Bacha et all, Power Electronics Conrters Modelling and Control, Springer, 2014
- [4] Perelmuter, V. M., Electrotecnical Systems, CRC Press, 2013
- [5] Rashid, M. H., Power Electronics, Prentice-Hall, 1993
- [6] Sen, P., Thyristor DC drives, J. Wiley, 1981