Chapitre 2

SYSTEME TRIPHASE EQUILIBRE

1. Définitions

Un système triphasé est un réseau à trois grandeurs (**tensions ou courants**) sinusoïdales de même fréquence et déphasées, les unes par rapport aux autres, d'un angle de **120°** (voir Fig.2). Le système est équilibré si les grandeurs sinusoïdales sont de même valeur efficace. Il est **direct** si les phases sont ordonnées dans le sens trigonométrique et **inverse** dans l'autre cas.

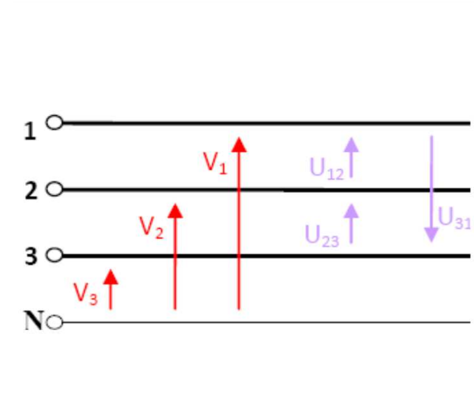


Fig.1 : Système triphasé

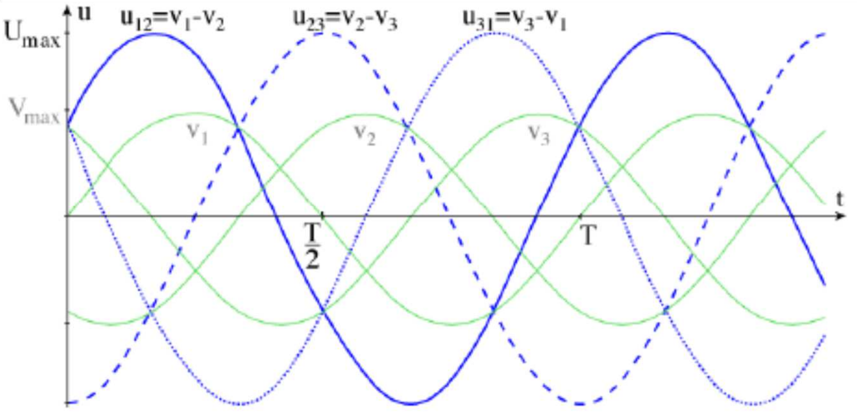
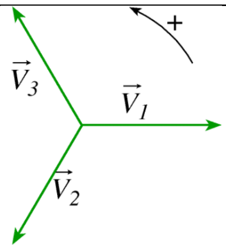


Fig.2 : Représentation temporelles des tensions

1.1. Tensions simples

On définit la tension simple par la différence de potentiel entre une phase et le neutre (réel ou fictif). Les trois tensions simples ont la même valeur efficace V et la même pulsation **ω=2πf.**

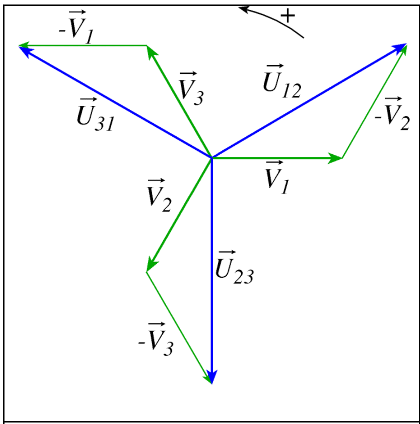
	$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$: Référence de phase	$\overline{V_1} = [V, 0°]$
	$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$	$\overline{V_2} = [V, -120°]$
	$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$	$\overline{V_3} = [V, -240°]$
Fig.3 Vecteurs de Fresnel associés	**Ecriture temporelle**	**Ecriture polaire (complexe)**

N.B : Le système est équilibré direct

- Equilibré car la construction de Fresnel montre que $\vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} = \vec{0}$
- Direct car un observateur immobile verrait les vecteurs défiler devant lui dans l'ordre 1, 2, 3.

1.2. Tensions composées

La tension composée est la différence de potentiel entre deux phases. Les tensions composées ont la même valeur efficace U et la même pulsation ω=2πf que les tensions simples.

	$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$	$\overline{U_{12}} = [V\sqrt{3}, +30°]$
	$u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$	$\overline{U_{23}} = [V\sqrt{3}, -90°]$
	$u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{7\pi}{6})$	$\overline{U_{31}} = [V\sqrt{3}, +150°]$
Fig.3 Vecteurs de Fresnel associés	Ecriture temporelle	Ecriture polaire (complexe)

- Si le réseau est équilibré : $\overrightarrow{\mathbf{U_{12}}} + \overrightarrow{\mathbf{U_{23}}} + \overrightarrow{\mathbf{U_{31}}} = \vec{\mathbf{0}}$
- Le système des trois tensions composés est équilibré direct.

1.3. Relation entre U et V

U = 2.V.cos30 $\rightarrow U = 2V\,\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \mathbf{U = V\sqrt{3}}$

Cette relation est toujours vraie quelque soit la charge.

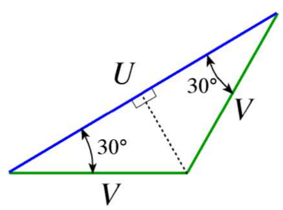
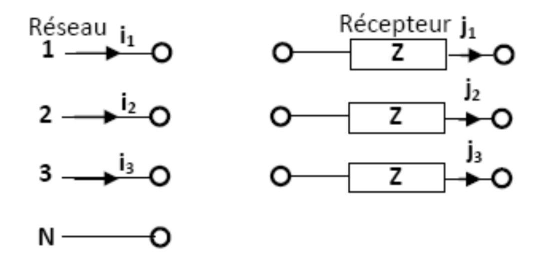


Fig.4 Triangle des tensions

2. Récepteurs triphasés équilibrés

- **Récepteurs triphasés** : ce sont des récepteurs constitués de trois dipôles identiques, d'impédance Z.
- **Equilibré** : car les trois éléments sont identiques.
- **Courants par phase** : ce sont les courants qui traversent les éléments Z du récepteur triphasé. Symbole : **J**
- **Courants en ligne** : ce sont les courants qui passent dans les fils du réseau triphasé. Symbole : **I**



Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en **étoile** ou en **triangle**.

3. Couplage étoile : ⅄

3.1. Montages

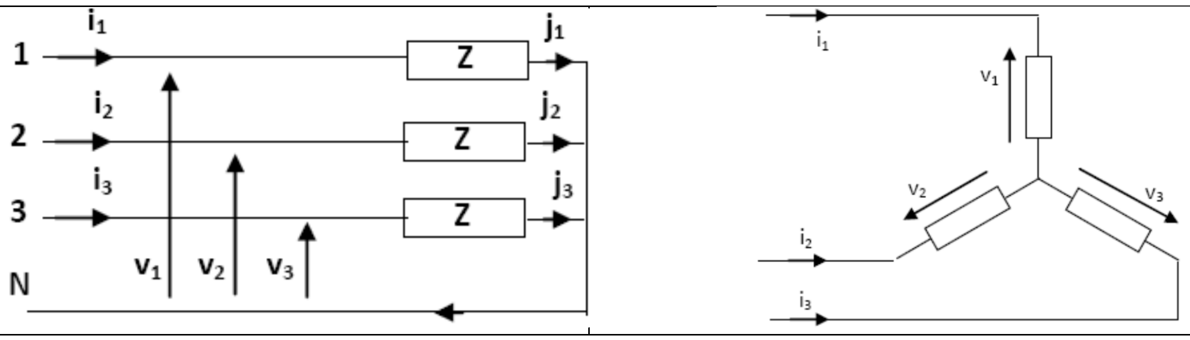
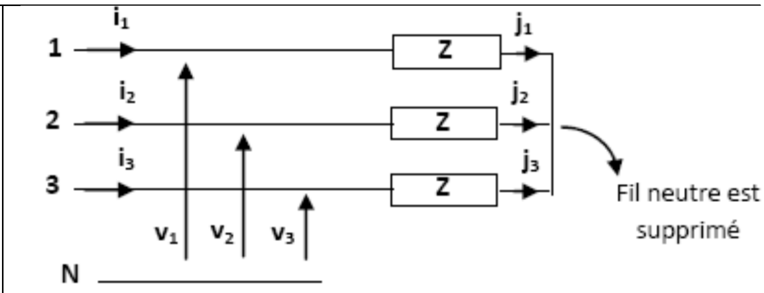


Fig.5 Couplage étoile

Comme il s'agit des mêmes impédances : $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, donc i_N. Le courant dans le fil neutre est nul. Le fil neutre n'est donc pas nécessaire.

Pour un système triphasé équilibré, le fil neutre ne sert à rien.

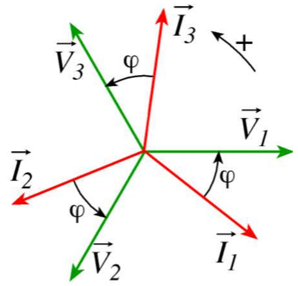


On constate sur les schémas que les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

$i_1 = j_1$, $i_2 = j_2$ et $i_3 = j_3$

De plus la charge et le réseau sont équilibrés, donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I = J$

On retiendra pour le couplage étoile : $I = J$



3.2. Puissances

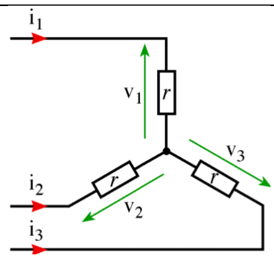
Pour une phase du récepteur, la puissance active :	$P_1 = VI\cos\varphi$ avec $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$
Pour le récepteur complet, la puissance active :	$P = 3P_1 = 3VI\cos\varphi$ avec $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$
Finalement pour le couplage étoile :	$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$
La puissance réactive :	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$
La puissance apparente :	$S = \sqrt{3}UI$
Facteur de puissance :	$\cos\varphi$

3.3. Pertes par effet Joule

Considérons un récepteur purement résistif : (Voir montage ci-contre)

Pour une phase du récepteur : $P_{j1} = rI^2$

Soit R la résistance vue entre deux bornes : $R = 2r$, donc $P_j = 3P_{j1} = 3rI^2 = \frac{3}{2}RI^2$



4. Couplage triangle : Δ

4.1. Montages

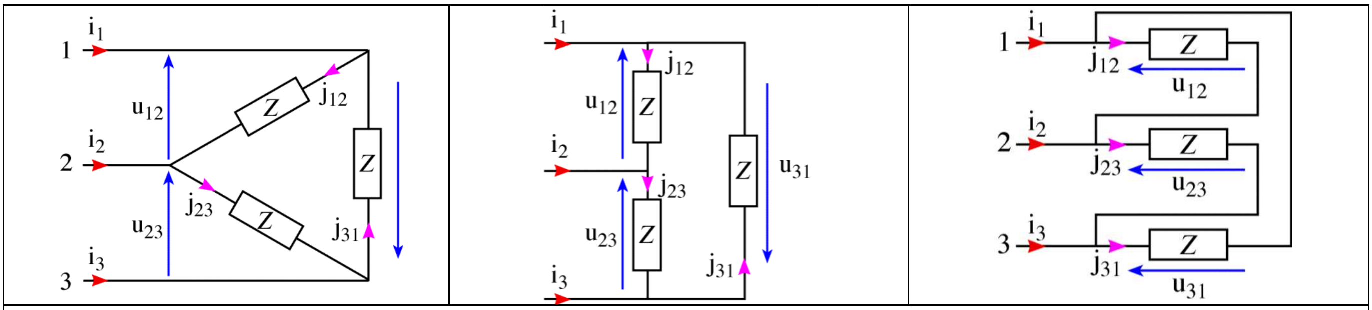


Fig.6 Couplage triangle

Comme il s'agit des mêmes impédances : $\mathbf{i_1 + i_2 + i_3 = 0}$ et $\mathbf{j_{12} + j_{23} + j_{31} = 0}$. Le fil neutre n'est pas nécessaire dans le montage triangle.

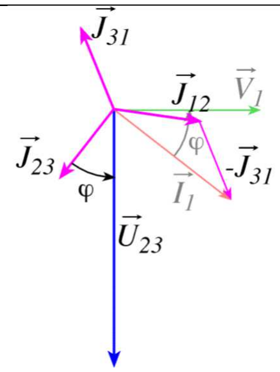
4.2. Relations entre les courants

$i_1 = j_{12} - j_{31}$ $i_2 = j_{23} - j_{12}$ $i_3 = j_{31} - j_{23}$	$\overrightarrow{I_1} = \overrightarrow{J_{12}} - \overrightarrow{J_{31}}$ $\overrightarrow{I_2} = \overrightarrow{J_{23}} - \overrightarrow{J_{12}}$ $\overrightarrow{I_3} = \overrightarrow{J_{31}} - \overrightarrow{J_{23}}$	Le système triphasé est équilibré : $I_1 = I_2 = I_3 = I$ $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U : $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$

Les déphasages pour les deux montages étoile et triangle sont les mêmes. Il s'agit du déphasage provoqué par le dipôle Z du montage.

$$\varphi_{\wedge}(\vec{J}, \vec{U}) = \varphi_{\perp}(\vec{I}, \vec{V})$$



4.3. Puissances

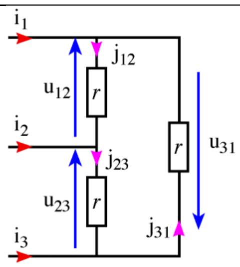
Pour une phase du récepteur, la puissance active :	$P_1 = UJ\cos\varphi$ avec $\varphi = (\vec{J}, \vec{U})$
Pour le récepteur complet, la puissance active :	$P = 3P_1 = 3UJ\cos\varphi$ avec $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$
Finalement pour le couplage étoile :	$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$
La puissance réactive :	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$
La puissance apparente :	$S = \sqrt{3}UI$
Facteur de puissance :	$\cos\varphi$

4.4. Pertes par effet Joule

Résistance équivalente entre deux phases : $R = \frac{2r.r}{2r+r} = \frac{2}{3}r$

Pour une phase du récepteur : $P_{j1} = rJ^2$

Donc $P_j = 3P_{j1} = 3rJ^2 = 3\,\frac{3}{2}R(\frac{I}{\sqrt{3}})^2 = \frac{3}{2}RI^2$



4.5. Constatation

Quel que soit le couplage, les puissances s'expriment de la même façon en fonction :

- De la tension composée U
- Du courant en ligne I

Ces deux grandeurs sont les seules qui soient toujours mesurables quel que soit le couplage, même inconnu, du récepteur utilisé.

5. Puissance en triphasé

5.1. Théorème de Boucherot

Les puissances active et réactive absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement.

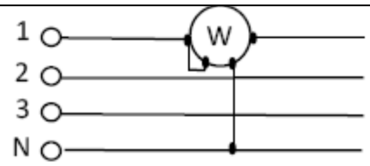
Attention : Ce théorème ne s'applique pas aux puissances apparentes, que l'on ne peut cumuler (la puissance apparente est une somme complexe, de composantes pas nécessairement en phase).

5.2. Mesure de puissances en triphasé

Circuit équilibré

Il suffit de mesurer la puissance P_1 consommée par une seule phase et de La multiplier par trois. Un seul Wattmètre est donc nécessaire. La puissance consommée par le récepteur triphasé est alors :

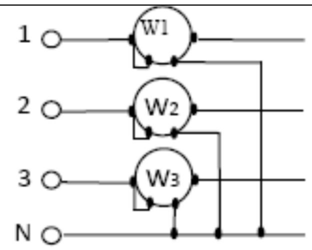
$$P = 3P_1$$



Circuit déséquilibré

Il faut mesurer la puissance consommée par chacun des trois phases et les additionner ensuite. Trois wattmètres sont donc nécessaires. La puissance consommée par le récepteur triphasé est alors :

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$



Méthode des deux wattmètres

Le montage des deux wattmètres est valable pour tout système triphasé, qu'il soit équilibré ou non. La seule condition est qu'il n'y ait pas de fil neutre.

$$P = P_{13} + P_{23}$$
$$Q = \sqrt{3}(P_{13} - P_{23})$$

En Effet, les mesures des deux wattmètres donnent :

$P_{13} = U_{13}I_1 \cos(\overrightarrow{I_1}, \overrightarrow{U_{13}}) = UI\cos(\phi - \frac{\pi}{6})$

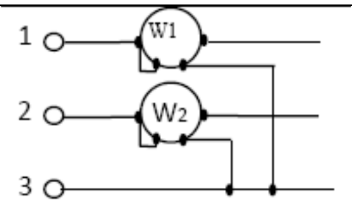
$P_{23} = U_{23}I_2 \cos(\overrightarrow{I_2}, \overrightarrow{U_{23}}) = UI\cos(\phi + \frac{\pi}{6})$

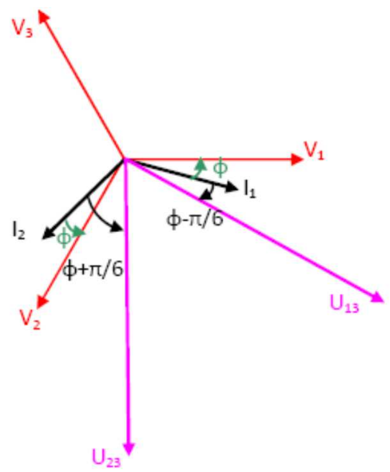
$P_{13} + P_{23} = UI\left[\cos(\phi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\phi + \frac{\pi}{6})\right]$

Donc : $P_{13} + P_{23} = UI\left[2.\cos(\phi).\cos(\frac{\pi}{6})\right] = \sqrt{3}\,UI\cos(\phi) = P$

Et $P_{13} - P_{23} = UI\left[\cos(\phi - \frac{\pi}{6}) - \cos(\phi + \frac{\pi}{6})\right]$

Alors : $P_{13} - P_{23} = UI\left[2.\sin(\phi).\sin(\frac{\pi}{6})\right] = UI\sin(\phi) = \frac{Q}{\sqrt{3}}$





6. Relèvement du facteur de puissance

6.1. Couplage des condensateurs en triangle

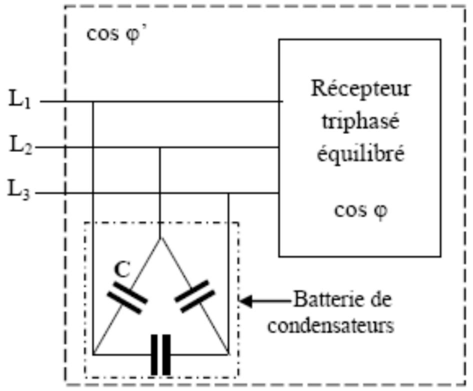
La tension aux bornes d'un condensateur est : **U**
La puissance réactive absorbée par un condensateur est :

$$Q_{C1} = -C\omega U^2$$

(Le condensateur fournit de la puissance réactive)

La puissance réactive absorbée par les trois condensateurs est :

$$Q_C = 3Q_{C1} = -3C\omega U^2$$



Calcul de la valeur du condensateur

	Puissance active	Puissance réactive	Facteur de puissance
Charge Seule	P	$Q = P.\tan\varphi$	cosφ
Les trois condensateurs seuls	0	$Q_C = -3C\omega U^2$	0
Charge + Condensateurs	P	$Q_T = Q + Q_C = P.\tan\varphi'$	cosφ'

On en déduit que:

$$Q_C = Q_T - Q = -3C\omega U^2 = P.\tan\varphi' - P.\tan\varphi$$

Donc:

$$C = \frac{P.(\tan\varphi - \tan\varphi')}{3\omega U^2}$$

6.2. Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant la même démarche que précédemment, on montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

$$C = \frac{P.(\tan\varphi - \tan\varphi')}{3\omega V^2} = \frac{P.(\tan\varphi - \tan\varphi')}{\omega U^2}$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle.

Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.