

1. Champ d'induction magnétique

Le champ d'induction magnétique \vec{B} traduit l'effet du déplacement des charges électriques. Il s'exprime en **Tesla**. Si un courant constant traverse un conducteur électrique de longueur élémentaire $d\vec{l}$, on écrit selon la loi de **Biot et Savart** :

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \wedge \vec{u}}{4\pi r^2}$ <p>En module :</p> $dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$	<ul style="list-style-type: none"> $\color{blue}{\oplus}$ $d\vec{l}$: Longueur du circuit soumis au courant I, orienté dans le sens de I. $\color{blue}{\oplus}$ r : distance de l'élément $d\vec{l}$ au point d'expression de l'induction $d\vec{B}$, portée par le vecteur \vec{u}. $\color{blue}{\oplus}$ \vec{u} : Vecteur unité allant de $d\vec{l}$ vers le point d'expression de $d\vec{B}$. $\color{blue}{\oplus}$ μ_0 : perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ en H.m⁻¹). 	
--	--	--

2. Champ d'excitation magnétique

Le champ d'excitation magnétique \vec{H} rend compte de l'influence du milieu magnétique sur les grandeurs. Il s'exprime en Ampères par mètre. Dans le vide ou dans l'air : l'induction et l'excitation magnétique sont colinéaires.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Au sein d'un matériau magnétique : il en est de même. Mais on fait intervenir la perméabilité relative du matériau μ_r .

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

3. Théorème d'Ampère

La circulation du vecteur \vec{H} le long d'une courbe fermée (C) quelconque est égale à la somme algébrique des courants traversant la surface s'appuyant sur le contour (C).

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_j \pm I_j$$

Le courant sera pris positivement s'il est dans le sens de la normale à la surface (règle du tire-bouchon par rapport au sens de parcours du contour C). Il sera pris négativement dans le cas inverse.

<p>Le courant I_2 n'intervient pas dans le calcul. L'application du théorème d'Ampère donne :</p> $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_1 - I_3 + I_4 - I_5$	
<p>Exemple d'application du théorème d'Ampère</p>	

4. Flux magnétique

Le flux du vecteur d'induction magnétique \vec{B} à travers une surface fermée (S) est définie par :

$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$ <p> + \vec{n} : vecteur normal à la surface S. + Le flux magnétique s'exprime en Weber (Wb). </p>	
---	--

+ Notion de tube d'induction

Un tube d'induction (ou de champ) est un morceau d'espace fermé s'appuyant sur deux contours fermés C1 et C2, où chaque point de C1 est relié à un point de C2 par une ligne de champ magnétique.

$\Phi_{S1} = \Phi_{S2}$ $\vec{B}_1 \cdot \vec{S}_1 = \vec{B}_2 \cdot \vec{S}_1$	
---	--

On peut généraliser ce principe en disant qu'au sein d'un volume fermé, le flux rentrant est égal au flux sortant.

<p>En appliquant la loi de conservation du flux on obtient comme relation :</p> $B1.S1 = B2.S2 + B3.S3$	
---	--

5. Milieux magnétiques isotropes

Un corps est dit isotrope lorsqu'il présente les mêmes propriétés dans toutes les directions.

Au sein d'un matériau, le champ d'excitation \vec{H} est toujours donné par le théorème d'Ampère. Sous le champ d'excitation \vec{H} , il va se produire une influence du milieu qui va se superposer au champ d'excitation pour produire le champ d'induction. On définit cette réaction à l'aide du vecteur d'aimantation \vec{J}

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}$$

Cette aimantation \vec{J} est proportionnelle au champ d'excitation et peut se mettre sous la forme :

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \text{ Où } \chi \text{ est la susceptibilité magnétique du matériau.}$$

Ainsi le champ d'induction résultant peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Avec μ_r la perméabilité relative du matériau et $\mu_r = (1 + \chi)$

On classifera les matériaux suivant la valeur de leur susceptibilité magnétique χ .

6. Classification des milieux magnétiques

Les valeurs données ci-dessous sont valables à température ambiante.

$\chi < 0$: Milieux diamagnétiques

La susceptibilité χ est faible et de valeur négative. \vec{H} et \vec{J} sont donc de sens contraire.

Matière	Susceptibilité
Silicium (Si)	$-1,2 \cdot 10^{-6}$
Cuivre (Cu)	$-1,08 \cdot 10^{-6}$
Plomb (Pb)	$-1,4 \cdot 10^{-6}$

$\chi > 0$: Milieux paramagnétiques

La susceptibilité χ est faible et de valeur positive. \vec{H} et \vec{J} sont donc de sens identique.

Matière	Susceptibilité
Aluminium (Al)	$7,7 \cdot 10^{-6}$
Tungstène (W)	$3,5 \cdot 10^{-6}$
Platine (Pt)	$1,2 \cdot 10^{-5}$

$\chi \gg 0$: Milieux ferromagnétiques

La susceptibilité χ est grande. Ces matériaux sont essentiels pour l'électrotechnique. Ils se basent sur l'utilisation du Fer, Cobalt, Nickel et leurs alliages. La courbe de la figure 1 ci-dessous donne un ordre de grandeur et l'évolution de la perméabilité relative pour trois matériaux ferromagnétiques en fonction du champ magnétique B qui les traversent.

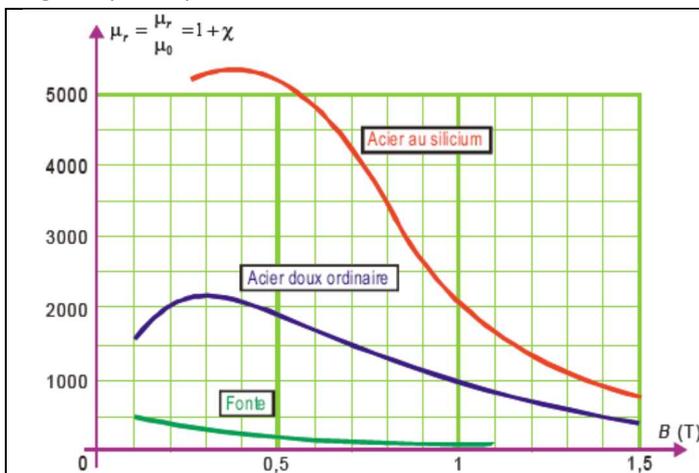


Fig.1 : Perméabilité relative $\mu_r = (1 + \chi)$ en fonction de B pour trois matériaux courants

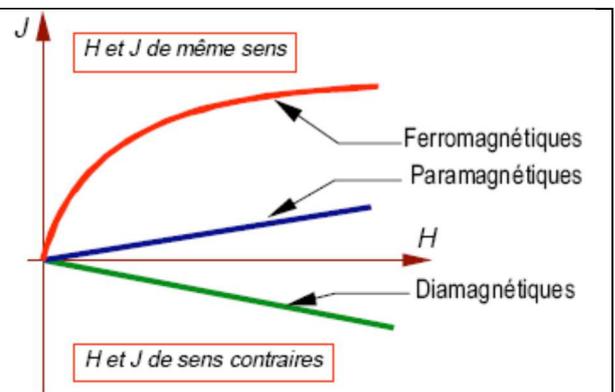


Fig.2 : Illustration des comportements magnétiques

La valeur de la susceptibilité χ dépend à la fois de la température mais surtout de la valeur du champ d'excitation qui est appliquée au matériau.

Les différents comportements magnétiques des trois catégories de matériaux peuvent être illustrés par le graphe de la Figure 2 ci-dessus :

7. Loi comportementale des milieux ferromagnétiques : courbes $B=f(H)$

7.1. Courbe de première aimantation et cycle d'hystérésis

Ces courbes montrent comment un corps ferromagnétique réagit à l'excitation magnétique H.

- ✚ **Courbe de première aimantation** : courbe $B = f(H)$ lorsque le corps ferromagnétique ne possède aucune aimantation. Le matériau est initialement démagnétisé (pas d'aimantation). On fait progressivement croître le champ d'excitation dans lequel est plongé le matériau. La courbe de la Figure 3 représente l'induction B. On distingue trois zones : la première est linéaire, puis le coude de saturation et la zone de saturation.

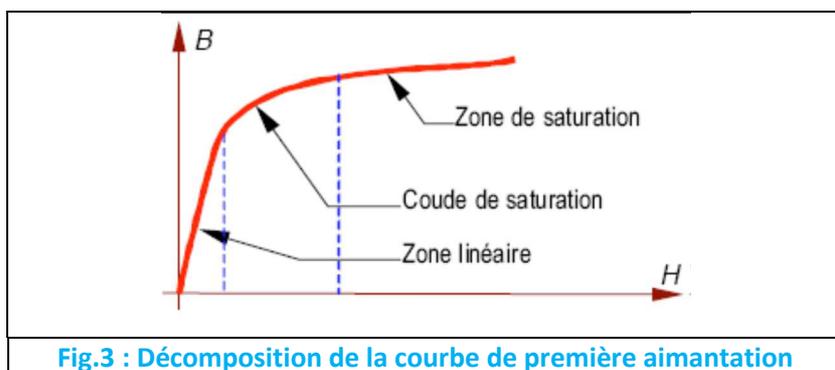


Fig.3 : Décomposition de la courbe de première aimantation

- ✚ **Cycle d'hystérésis** : courbe $B = f(H)$ lorsque le corps ferromagnétique possède déjà une aimantation.

A partir d'un point (H, B) de la courbe de première aimantation, on diminue le champ H, l'induction B ne repasse pas sur la même courbe. En conséquence, B nulle ne correspond plus à une valeur nulle de H. Il subsiste une induction rémanente B_r (l'induction qui demeure après la disparition du champ). Le champ d'excitation doit s'inverser pour annuler B, c'est le champ coercitif H_c (le champ à appliquer pour annuler l'induction). L'induction maximale est l'induction de saturation B_{sat} .

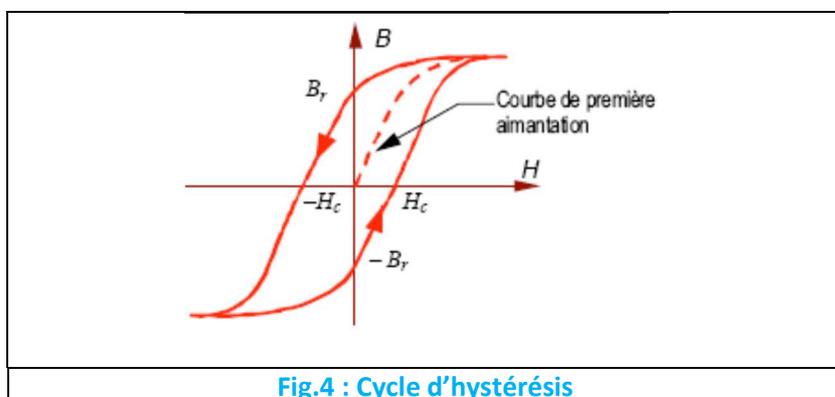


Fig.4 : Cycle d'hystérésis

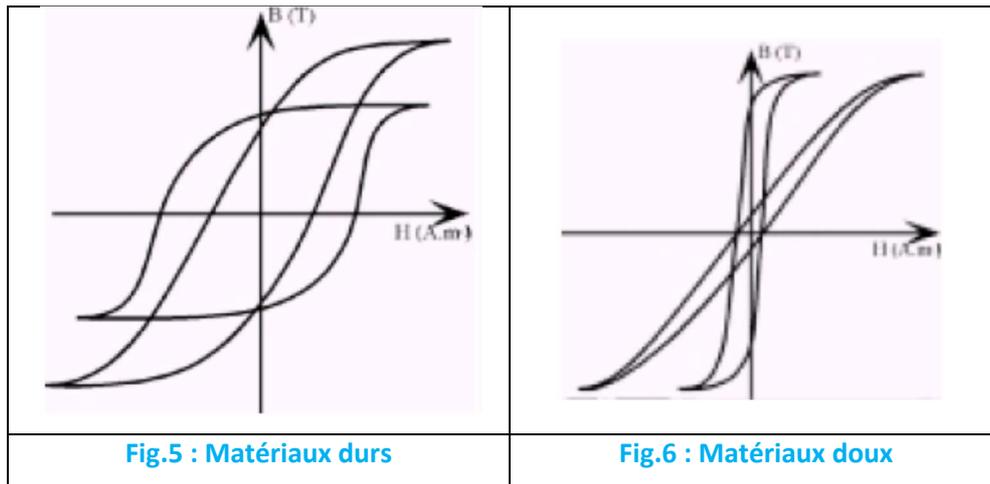
On définit plusieurs zones dans la courbe $B=f(H)$:

- ✚ **Zone linéaire** : dans cette zone, $B = \mu \cdot H$ avec μ constante. C'est cette zone qui est généralement exploitée pour les transformateurs et les machines tournantes.
- ✚ **Saturation du milieu ferromagnétique** : lorsque H devient trop grand, B ne varie presque plus. Le matériau magnétique est dit saturé. On a toujours $B = \mu H$, mais μ n'est plus constant. B tend vers le champ de saturation B_{sat} .
- ✚ **Champ rémanent B_r** : champ qui subsiste lorsque $H = 0$.
- ✚ **Excitation coercitive H_c** : excitation H nécessaire pour annuler le champ rémanent B_r .
- ✚ **Hystérésis** : c'est le dédoublement de la caractéristique $B(H)$ du matériau magnétique. Donc B dépend non seulement de H, mais aussi de l'aimantation antérieure. Les substances ferromagnétiques sont donc douées de mémoire.

7.2. Classification des matériaux ferromagnétiques

On sépare les matériaux magnétiques en deux familles qui se distinguent par leur courbe $B=f(H)$.

- ✚ **Matériaux durs** : Matériaux qui présentent une forte aimantation rémanente et difficile à annuler (H_c est grand). Ils sont utilisés pour faire des aimants permanents (ex : acier). Ce sont des matériaux qui présentent un cycle d'hystérésis très large.
- ✚ **Matériaux doux** : Matériaux qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (H_c est petit). A l'opposé des matériaux durs, un matériau doux présente un cycle d'hystérésis très petit. C'est la base des machines tournantes.



8. Pertes dans la matière

8.1. Pertes par hystérésis

Ce type de perte est lié au cycle d'hystérésis du matériau. Le parcours du cycle $B(H)$ fait apparaître une perte d'énergie qui correspond alors à un échauffement de la matière. Elles sont donc proportionnelles à la fréquence et sont liées à la structure du matériau.

$$P_h = \alpha \cdot B_M^2 \cdot f$$

Dans le cadre de transformateur, on utilise des matériaux doux pour cette simple raison.

8.2. Pertes par courants de Foucault

Les variations du champ magnétique dans la matière génèrent par induction des courants induits. Il y a donc échauffement par effet joule. Cette fois-ci ces pertes sont proportionnelles au carré de la fréquence :

$$P_F = \beta \cdot B_M^2 \cdot f^2$$

Afin de les limiter, on cherche à réduire le parcours des courants induits, c'est pour cette raison que l'on utilise des circuits magnétiques feuilletés isolés.

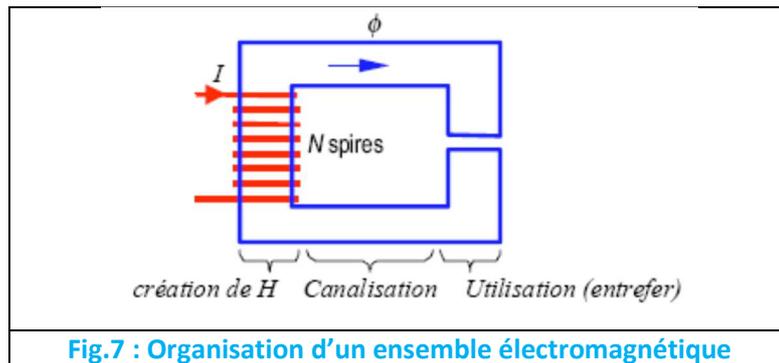
9. Circuits magnétiques

9.1. Constitution

Ils sont basés sur l'utilisation de matériaux ferromagnétiques avec comme but d'obtenir un champ d'induction B dans une zone précise (entrefer). Pour ce faire, on crée un champ d'excitation H à l'aide de bobinage puis on le canalise vers la zone d'utilisation (entrefer).

Le circuit magnétique est constitué généralement par trois éléments (voir Fig.7) :

1. Le bobinage qui génère l'excitation et donc le champ.
2. La culasse qui dirige le champ H vers la zone utile. La culasse impose le parcours du champ magnétique de part sa grande perméabilité par rapport à l'air. Le matériau qui compose la « culasse » se comporte comme un tube de champ.
3. L'entrefer où l'on souhaite utiliser le champ. L'entrefer est la zone d'interaction avec l'extérieur.



9.2. Force magnétomotrice

De manière à simplifier l'étude des circuits magnétiques on définit ξ , la force magnétomotrice, à partir du théorème d'Ampère :

$$\xi = NI = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

- ✚ N : nombre de spires de la bobine
- ✚ I : courant dans la bobine (A)
- ✚ H : excitation magnétique (A/m)

Le sens de cette force magnétomotrice est donné par la méthode du tire-bouchon en rapport avec le sens de parcours de C.

9.3. Réluctance

La réluctance permet de quantifier l'aptitude d'un circuit magnétique à s'opposer à sa pénétration par un champ magnétique. Cette grandeur a été créée par analogie avec la notion de résistance. L'inverse de la réluctance est appelée perméance magnétique.

Un barreau de longueur L , de section S et perméabilité μ aura une réluctance : $\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu S}$

9.4. Loi d'Hopkinson

En combinant la force magnétomotrice à la réluctance, on obtient alors la relation d'Hopkinson :

$$\xi = NI = \mathfrak{R}\Phi$$

- ✚ La réluctance \mathfrak{R} ne dépend que des caractéristiques géométriques du circuit.
- ✚ La force magnétomotrice ξ représente l'excitation qui va générer le flux au sein du circuit.

On est donc typiquement dans le cas analogue du générateur de tension que l'on connecte à une résistance ce qui va engendrer un courant I.

$$U = RI \iff \xi = \mathfrak{R}\Phi$$

9.5. Analogie entre circuits électriques et magnétiques

Induction magnétique \mathbf{B}	Densité de courant \mathbf{J}
Flux de l'induction Φ	Courant I
Réluctance \mathfrak{R}	Résistance R
Champ d'excitation magnétique \mathbf{H}	Champ électrique \mathbf{E}
d.d.p magnétique $v = \mathfrak{R}\Phi$	d.d.p électrique V
Force magnétomotrice ξ	Force électromotrice e