

COMPOSIÇÃO DE FUNÇÕES

Aula Completa com Teoria, Exemplos e Exercícios

Matemática | Ensino Médio e Pré-Vestibular

1. Introdução

A composição de funções é uma das operações mais importantes e elegantes da matemática. Ela permite construir novas funções a partir de funções existentes, aplicando-as em sequência. Esse conceito é amplamente utilizado em cálculo, álgebra, programação e diversas áreas da ciência e engenharia.

Nesta aula, você vai aprender o que é a composição de funções, como calcular e interpretar resultados, quais são suas propriedades fundamentais, além de resolver uma ampla variedade de problemas que vão do nível básico ao avançado.

2. Conceito de Composição de Funções

2.1. Definição Formal

Dadas duas funções f e g , a composição de g com f , denotada por $(g \circ f)$ ou $g(f(x))$, é a função que associa a cada elemento x do domínio de f o elemento $g(f(x))$, desde que $f(x)$ pertença ao domínio de g .

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Em outras palavras: primeiro aplica-se f a x , obtendo $f(x)$; em seguida, aplica-se g ao resultado $f(x)$, obtendo $g(f(x))$.

2.2. Representação Esquemática

O processo pode ser visualizado como um encadeamento de máquinas:



2.3. Notação

Existem duas notações equivalentes muito utilizadas:

- $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ [notação com o símbolo de composição]
- $g(f(x))$ [notação funcional direta]
- $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ [composição de f com g]

3. Condição de Existência

Para que a composição $(g \circ f)(x)$ exista, é necessário que a imagem de f esteja contida no domínio de g. Caso contrário, a composição não está definida para todos os elementos.

$$\text{Im}(f) \subseteq \text{Dom}(g) \quad \Rightarrow \quad (g \circ f) \text{ está bem definida}$$

Portanto, antes de calcular uma composição, é importante verificar se essa condição é satisfeita. Na prática, muitos exercícios trabalham com funções cujos domínios são subconjuntos dos reais, e a condição é verificada automaticamente.

4. Propriedades da Composição de Funções

4.1. Associatividade

A composição de funções é associativa:

$$(h \circ (g \circ f))(x) = ((h \circ g) \circ f)(x) = h(g(f(x)))$$

Isso significa que, ao compor três ou mais funções, a ordem em que agrupamos não importa, desde que mantenhamos a sequência de aplicação.

4.2. NÃO Comutatividade

A composição de funções, em geral, NÃO é comutativa. Isto é, a ordem das funções na composição faz diferença:

$$(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x) \quad \text{em geral}$$

Exemplo — Não Comutatividade:

Seja $f(x) = x + 2$ e $g(x) = x^2$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 2) = (x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 2$$

Claramente: $x^2 + 4x + 4 \neq x^2 + 2$ (em geral)

4.3. Elemento Neutro

A função identidade $I(x) = x$ atua como elemento neutro na composição:

$$(f \circ I)(x) = f(I(x)) = f(x) \quad \text{e} \quad (I \circ f)(x) = I(f(x)) = f(x)$$

4.4. Função Inversa

Se f é uma função bijetora, existe a função inversa f^{-1} tal que a composição com a inversa resulta na função identidade:

$$(f \circ f^{-1})(x) = x \quad \text{e} \quad (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

5. Exemplos Resolvidos

Exemplo 1 — Composição Simples

Dados $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 - 3$, calcule $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$.

Cálculo de $(g \circ f)(x) = g(f(x))$:

Substitui-se $f(x) = 2x + 1$ dentro de g :

$$\begin{aligned}g(f(x)) &= g(2x + 1) = (2x + 1)^2 - 3 \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - 3 \\ &= 4x^2 + 4x - 2\end{aligned}$$

Cálculo de $(f \circ g)(x) = f(g(x))$:

Substitui-se $g(x) = x^2 - 3$ dentro de f :

$$\begin{aligned}f(g(x)) &= f(x^2 - 3) = 2(x^2 - 3) + 1 \\ &= 2x^2 - 6 + 1 \\ &= 2x^2 - 5\end{aligned}$$

Conclusão: $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x - 2$ e $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 5$

Exemplo 2 — Composição em um Ponto

Com $f(x) = \sqrt{x + 1}$ e $g(x) = x^2 + 3$, calcule $(g \circ f)(3)$ e $(f \circ g)(3)$.

Cálculo de $(g \circ f)(3)$:

Passo 1: $f(3) = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$

Passo 2: $g(f(3)) = g(2) = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$

Resultado: $(g \circ f)(3) = 7$

Cálculo de $(f \circ g)(3)$:

Passo 1: $g(3) = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$

Passo 2: $f(g(3)) = f(12) = \sqrt{12 + 1} = \sqrt{13}$

Resultado: $(f \circ g)(3) = \sqrt{13}$

Exemplo 3 — Determinação de uma Função pela Composição

Sabendo que $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 2$ e $f(x) = 2x - 1$, determine $g(x)$.

Se $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 1) = 4x^2 - 4x + 2$

Fazemos a substituição: seja $u = 2x - 1$, logo $x = (u + 1)/2$

$$\begin{aligned}g(u) &= 4 \cdot ((u + 1)/2)^2 - 4 \cdot ((u + 1)/2) + 2 \\&= 4 \cdot (u + 1)^2/4 - 2(u + 1) + 2 \\&= (u + 1)^2 - 2u - 2 + 2 \\&= u^2 + 2u + 1 - 2u \\&= u^2 + 1\end{aligned}$$

Portanto: $g(x) = x^2 + 1$

Verificação: $g(f(x)) = g(2x - 1) = (2x - 1)^2 + 1 = 4x^2 - 4x + 1 + 1 = 4x^2 - 4x + 2 \quad \checkmark$

Exemplo 4 — Composição Tripla

Com $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$ e $h(x) = x^2$, calcule $(h \circ g \circ f)(x)$.

Calculamos de dentro para fora:

Passo 1: $f(x) = x + 1$

Passo 2: $g(f(x)) = g(x + 1) = 2(x + 1) = 2x + 2$

Passo 3: $h(g(f(x))) = h(2x + 2) = (2x + 2)^2 = 4x^2 + 8x + 4$

Resultado: $(h \circ g \circ f)(x) = 4x^2 + 8x + 4$

Exemplo 5 — Composição com Função Modular

Com $f(x) = |x - 2|$ e $g(x) = x + 3$, determine $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(|x - 2|) = |x - 2| + 3$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 3) = |(x + 3) - 2| = |x + 1|$$

Observe como a composição com módulo gera resultados bem diferentes dependendo da ordem.

Exemplo 6 — Encontrar f tal que a composição seja dada

Se $g(x) = 3x - 2$, encontre $f(x)$ tal que $(g \circ f)(x) = 6x + 1$.

$$\text{Temos: } g(f(x)) = 3 \cdot f(x) - 2 = 6x + 1$$

Resolvendo para $f(x)$:

$$3 \cdot f(x) = 6x + 1 + 2 = 6x + 3$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$\text{Verificação: } g(f(x)) = g(2x + 1) = 3(2x + 1) - 2 = 6x + 3 - 2 = 6x + 1 \quad \checkmark$$

6. Domínio da Composição

O domínio da composição $(g \circ f)$ é o conjunto de todos os x no domínio de f tais que $f(x)$ pertença ao domínio de g . Em termos práticos:

$$\text{Dom}(g \circ f) = \{ x \in \text{Dom}(f) \mid f(x) \in \text{Dom}(g) \}$$

Exemplo — Domínio da Composição

Determine o domínio de $(g \circ f)(x)$, com $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = 1/(x - 2)$.

Domínio de f : $f(x) = \sqrt{x}$ exige $x \geq 0$, logo $\text{Dom}(f) = [0, +\infty)$

Domínio de g : $g(y) = 1/(y - 2)$ exige $y \neq 2$, logo $\text{Dom}(g) = \mathbb{R} - \{2\}$

Para a composição, precisamos que $f(x)$ seja diferente de 2:

$$f(x) = \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

Portanto, devemos excluir $x = 4$ do domínio:

$$\text{Dom}(g \circ f) = [0, +\infty) - \{4\} = [0, 4) \cup (4, +\infty)$$

7. Aplicações Práticas

7.1. Decomposição de Funções Complexas

Em cálculo, é muito útil decompor uma função complexa como composição de funções simples. Isso facilita, por exemplo, a aplicação da regra da cadeia na derivação.

Decomposição: $h(x) = (3x + 5)^4$

Podemos escrever $h = g \circ f$, onde:

$$f(x) = 3x + 5 \quad (\text{função interna})$$

$$g(x) = x^4 \quad (\text{função externa})$$

Verificação: $g(f(x)) = g(3x + 5) = (3x + 5)^4 = h(x) \quad \checkmark$

Essa decomposição é essencial para derivar usando a Regra da Cadeia.

7.2. Modelagem de Situações Reais

Problema aplicado: Uma loja aplica 10% de desconto sobre o preço p . Sobre o valor com desconto, cobra ainda uma taxa de R\$ 15,00 de frete. Expresse o valor final como composição de funções.

Seja $f(p) = 0,9p$ (aplica 10% de desconto)

Seja $g(v) = v + 15$ (adiciona frete de R\$ 15,00)

O valor final é: $(g \circ f)(p) = g(f(p)) = g(0,9p) = 0,9p + 15$

Para $p = \text{R\$ } 200,00$:

$$(g \circ f)(200) = 0,9 \times 200 + 15 = 180 + 15 = \text{R\$ } 195,00$$

LISTA DE EXERCÍCIOS

Composição de Funções — Do Básico ao Avançado

Problemas — Nível Básico

Problema 1

Sejam $f(x) = x + 3$ e $g(x) = 2x$. Calcule:

- a) $(g \circ f)(x)$
- b) $(f \circ g)(x)$
- c) $(g \circ f)(2)$
- d) $(f \circ g)(2)$

Problema 2

Sejam $f(x) = x^2$ e $g(x) = x - 1$. Calcule:

- a) $(g \circ f)(x)$
- b) $(f \circ g)(x)$
- c) $(g \circ f)(-2)$
- d) $(f \circ g)(4)$

Problema 3

Sejam $f(x) = 3x + 2$ e $g(x) = (x - 2)/3$. Calcule $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$. O que você observa?

Problema 4

Dada $f(x) = x^2 + 1$, calcule:

- a) $(f \circ f)(x)$
- b) $(f \circ f)(2)$
- c) $(f \circ f)(0)$

Problema 5

Sejam $f(x) = |x|$ e $g(x) = x - 4$. Calcule:

- a) $(g \circ f)(x)$
- b) $(f \circ g)(x)$
- c) $(g \circ f)(-3)$
- d) $(f \circ g)(-1)$

Problemas — Nível Intermediário

Problema 6

Sabendo que $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 8x + 9$ e $f(x) = x + 2$, determine $g(x)$.

Problema 7

Sabendo que $(f \circ g)(x) = 4x - 5$ e $g(x) = 2x - 1$, determine $f(x)$.

Problema 8

Sejam $f(x) = \sqrt{x + 2}$ e $g(x) = x^2 - 2$. Determine:

- a) $(g \circ f)(x)$ e seu domínio
- b) $(f \circ g)(x)$ e seu domínio
- c) $(g \circ f)(7)$

Problema 9

Sejam $f(x) = 1/x$ e $g(x) = x + 1$. Determine $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$. Existe algum valor onde essas composições não estão definidas?

Problema 10

Dada $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$, calcule $(f \circ f)(x)$ simplificando o resultado ao máximo.

Problema 11

Sejam $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2(x)$. Calcule $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$. O que você conclui?

Problema 12

Se $f(x) = x^2 - 4$ e $g(x) = \sqrt{x}$, determine o domínio máximo da composição $(g \circ f)(x)$.

Problemas — Nível Avançado

Problema 13

Sejam $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$ funções afins. Para que $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ para todo x real, quais condições devem ser satisfeitas pelos coeficientes a , b , c e d ?

Problema 14

Uma função f é chamada de INVOLUÇÃO se $(f \circ f)(x) = x$ para todo x . Verifique se cada uma das funções abaixo é uma involução:

- a) $f(x) = -x$
- b) $f(x) = 1/x$ ($x \neq 0$)
- c) $f(x) = 2 - x$
- d) $f(x) = x^2$

Problema 15

Decomponha $h(x)$ como composição $g \circ f$ (ou $h \circ g \circ f$) de funções simples (não use $f(x) = x$):

- a) $h(x) = (x^2 + 3)^5$
- b) $h(x) = \sqrt{2x - 1}$
- c) $h(x) = 1/(3x + 7)^2$
- d) $h(x) = e^{(x^2 + 1)}$

Problema 16

Se $f(x) = 2x + 1$, calcule a expressão de $(f \circ f \circ f)(x)$, ou seja, a composição de f com ela mesma três vezes. Em seguida, determine a expressão de f composta n vezes.

Problema 17

Sejam $f(x) = x + k$ e $g(x) = x^2$. Determine os valores de k para que $(g \circ f)(1) = (f \circ g)(1)$.

Problema 18

Um fabricante tem um custo de produção dado por $C(q) = 500 + 40q$ (em reais, para q unidades). O preço de venda de cada unidade segue a função $p(q) = 200 - 2q$. A receita é $R(q) = q \cdot p(q)$. Expresse o lucro L como função de q e determine a quantidade q que maximiza o lucro.

GABARITO COMPLETO

Resoluções Detalhadas

Gabarito — Nível Básico

Gabarito — Problema 1

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 3) = 2(x + 3) = 2x + 6$

b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x) = 2x + 3$

c) $(g \circ f)(2) = 2 \cdot 2 + 6 = 10$

d) $(f \circ g)(2) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

Gabarito — Problema 2

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 - 1$

b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 1) = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

c) $(g \circ f)(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

d) $(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(3) = 3^2 = 9$

Gabarito — Problema 3

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 2) = ((3x + 2) - 2)/3 = 3x/3 = x$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f((x - 2)/3) = 3 \cdot (x - 2)/3 + 2 = (x - 2) + 2 = x$$

Observação: f e g são funções inversas uma da outra!

A composição de uma função com sua inversa resulta sempre na identidade.

Gabarito — Problema 4

a) $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2 + 1) = (x^2 + 1)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 2$

b) $(f \circ f)(2) = 2^4 + 2 \cdot 2^2 + 2 = 16 + 8 + 2 = 26$

c) $(f \circ f)(0) = 0 + 0 + 2 = 2$

Gabarito — Problema 5

- a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(|x|) = |x| - 4$
b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 4) = |x - 4|$
c) $(g \circ f)(-3) = |-3| - 4 = 3 - 4 = -1$
d) $(f \circ g)(-1) = |-1 - 4| = |-5| = 5$

Gabarito — Nível Intermediário

Gabarito — Problema 6

Temos: $g(f(x)) = g(x + 2) = 2x^2 + 8x + 9$
Fazendo $u = x + 2$, então $x = u - 2$:
 $g(u) = 2(u - 2)^2 + 8(u - 2) + 9$
 $= 2(u^2 - 4u + 4) + 8u - 16 + 9$
 $= 2u^2 - 8u + 8 + 8u - 16 + 9$
 $= 2u^2 + 1$

Portanto: $g(x) = 2x^2 + 1$

Verificação: $g(x + 2) = 2(x + 2)^2 + 1 = 2x^2 + 8x + 9 \quad \checkmark$

Gabarito — Problema 7

Temos: $f(g(x)) = f(2x - 1) = 4x - 5$
Fazendo $u = 2x - 1$, então $x = (u + 1)/2$:
 $f(u) = 4 \cdot (u + 1)/2 - 5 = 2(u + 1) - 5 = 2u + 2 - 5 = 2u - 3$

Portanto: $f(x) = 2x - 3$

Verificação: $f(2x - 1) = 2(2x - 1) - 3 = 4x - 2 - 3 = 4x - 5 \quad \checkmark$

Gabarito — Problema 8

a) $(g \circ f)(x) = g(\sqrt{x + 2}) = (\sqrt{x + 2})^2 - 2 = (x + 2) - 2 = x$
Domínio: precisa-se $x + 2 \geq 0$, logo $\text{Dom} = [-2, +\infty)$

b) $(f \circ g)(x) = f(x^2 - 2) = \sqrt{(x^2 - 2) + 2} = \sqrt{x^2} = |x|$

Domínio: precisa-se $x^2 - 2 \geq -2$, ou seja, $x^2 \geq 0$

Dom = \mathbf{R} (pois qualquer número real ao quadrado é maior ou igual a zero).

c) $(g \circ f)(7) = 7$ (diretamente pela fórmula do item a)

Gabarito — Problema 9

$$(g \circ f)(x) = g(1/x) = (1/x) + 1 = (1 + x)/x$$

Não está definida em $x = 0$.

$$(f \circ g)(x) = f(x + 1) = 1/(x + 1)$$

Não está definida em $x = -1$.

Conclusão: cada composição tem um ponto de exclusão diferente.

Gabarito — Problema 10

$$f(x) = (x + 1)/(x - 1)$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f((x + 1)/(x - 1))$$

$$\text{Numerador: } (x + 1)/(x - 1) + 1 = (x + 1 + x - 1)/(x - 1) = 2x/(x - 1)$$

$$\text{Denominador: } (x + 1)/(x - 1) - 1 = (x + 1 - x + 1)/(x - 1) = 2/(x - 1)$$

$$(f \circ f)(x) = [2x/(x - 1)] \div [2/(x - 1)] = x$$

Conclusão: f é uma involução, ou seja, f é a própria inversa de si mesma!

Gabarito — Problema 11

$$(g \circ f)(x) = g(2^x) = \log_2(2^x) = x$$

$$(f \circ g)(x) = f(\log_2(x)) = 2^{\log_2(x)} = x$$

Conclusão: as funções exponencial 2^x e logarítmica $\log_2(x)$ são inversas uma da outra. A composição em qualquer ordem resulta na função identidade.

Gabarito — Problema 12

$$(g \circ f)(x) = g(x^2 - 4) = \sqrt{x^2 - 4}$$

Para que $\sqrt{x^2 - 4}$ exista, precisamos $x^2 - 4 \geq 0$
 $x^2 \geq 4 \Rightarrow |x| \geq 2 \Rightarrow x \leq -2$ ou $x \geq 2$

Domínio: $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Gabarito — Nível Avançado

Gabarito — Problema 13

$$(g \circ f)(x) = g(ax + b) = c(ax + b) + d = acx + bc + d$$

$$(f \circ g)(x) = f(cx + d) = a(cx + d) + b = acx + ad + b$$

Para que sejam iguais para todo x , os termos constantes devem coincidir:

$$bc + d = ad + b \Rightarrow b(c - 1) = d(a - 1)$$

Condição: $b(c - 1) = d(a - 1)$

Caso particular: se $a = c$, a condição se torna $b = d$ (para $a \neq 1$).

Se $a = c = 1$, qualquer b e d satisfazem (funções do tipo $x + b$ são comutativas).

Gabarito — Problema 14

a) $f(x) = -x$: $f(f(x)) = f(-x) = -(-x) = x$. SIM, é involução.

b) $f(x) = 1/x$: $f(f(x)) = f(1/x) = 1/(1/x) = x$. SIM, é involução.

c) $f(x) = 2 - x$: $f(f(x)) = f(2 - x) = 2 - (2 - x) = x$. SIM, é involução.

d) $f(x) = x^2$: $f(f(x)) = f(x^2) = (x^2)^2 = x^4 \neq x$ em geral. NÃO é involução.

Gabarito — Problema 15

a) $h(x) = (x^2 + 3)^5$: $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = x^5 \Rightarrow h = g \circ f$

b) $h(x) = \sqrt{2x - 1}$: $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \sqrt{x} \Rightarrow h = g \circ f$

c) $h(x) = 1/(3x + 7)^2$: $f(x) = 3x + 7$, $g(x) = x^2$, $\varphi(x) = 1/x$
 $h = \varphi \circ g \circ f$

d) $h(x) = e^{(x^2 + 1)}$: $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = e^x \Rightarrow h = g \circ f$

Gabarito — Problema 16

$$f(x) = 2x + 1$$

$$(f \circ f)(x) = f(2x + 1) = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 3$$

$$(f \circ f \circ f)(x) = f(4x + 3) = 2(4x + 3) + 1 = 8x + 7$$

Padrão observado:

$$\text{Coeficiente de } x: 2, 4, 8, \dots = 2^n$$

$$\text{Termo constante: } 1, 3, 7, \dots = 2^n - 1$$

Fórmula geral para n composições:

$$f \text{ composta } n \text{ vezes } (x) = 2^n \cdot x + (2^n - 1)$$

$$\text{Verificação para } n = 1: 2^1 \cdot x + (2^1 - 1) = 2x + 1 = f(x) \quad \checkmark$$

Gabarito — Problema 17

$$f(x) = x + k, \quad g(x) = x^2$$

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(1 + k) = (1 + k)^2$$

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = 1 + k$$

$$\text{Igualando: } (1 + k)^2 = 1 + k$$

$$\text{Seja } u = 1 + k: u^2 = u \Rightarrow u^2 - u = 0 \Rightarrow u(u - 1) = 0$$

$$u = 0 \text{ ou } u = 1$$

$$\text{Se } 1 + k = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$\text{Se } 1 + k = 1 \Rightarrow k = 0$$

Resposta: $k = -1$ ou $k = 0$

Gabarito — Problema 18

$$C(q) = 500 + 40q \quad (\text{custo})$$

$$p(q) = 200 - 2q \quad (\text{preço unitário})$$

$$R(q) = q \cdot p(q) = 200q - 2q^2 \quad (\text{receita})$$

$$\text{Lucro: } L(q) = R(q) - C(q)$$

$$L(q) = (200q - 2q^2) - (500 + 40q)$$

$$L(q) = -2q^2 + 160q - 500$$

Para maximizar, usamos o vértice da parábola ($a < 0$, concavidade para baixo):

$$q_{\text{max}} = -b/(2a) = -160/(2 \times (-2)) = -160/(-4) = 40 \text{ unidades}$$

$$\text{Lucro máximo: } L(40) = -2(40)^2 + 160(40) - 500$$

$$= -3.200 + 6.400 - 500 = \text{R\$ } 2.700,00$$

Resposta: produzir 40 unidades maximiza o lucro em R\$ 2.700,00.

