1. Considere a função f: R → R definida por $f(x) = 3x - 5$.

    a) Verifique se a função é injetiva.
    b) Determine a imagem dos números 2, 4 e -1.

2. Considere a função f: R → R dada por $f(x) = x^2$.
    a) A função é injetiva?
    b) Justifique sua resposta apresentando dois valores distintos do domínio com a mesma imagem.

3. Considere a função f: R → R definida por $f(x) = -2x + 7$.

a) Verifique se a função é injetiva.
b) Determine o valor de x para o qual $f(x) = 15$.

4. Observe o gráfico descrito abaixo.

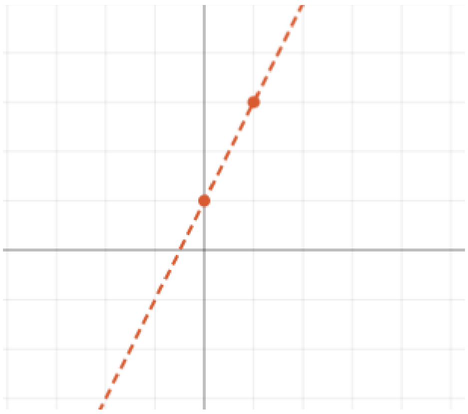


Gráfico: reta crescente passando pelos pontos (0,1), (1,3), (2,5) e (3,7).

    a) A função representada é injetiva?
    b) Justifique utilizando o teste da reta horizontal.

5. Observe o gráfico descrito abaixo.

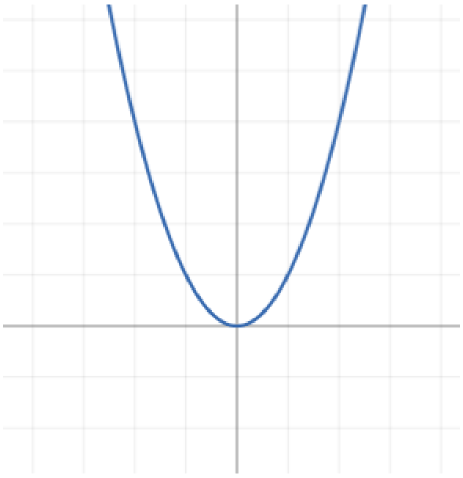


Gráfico: parábola com vértice em (0,0), abrindo para cima.

a) A função é injetiva?
b) Explique.

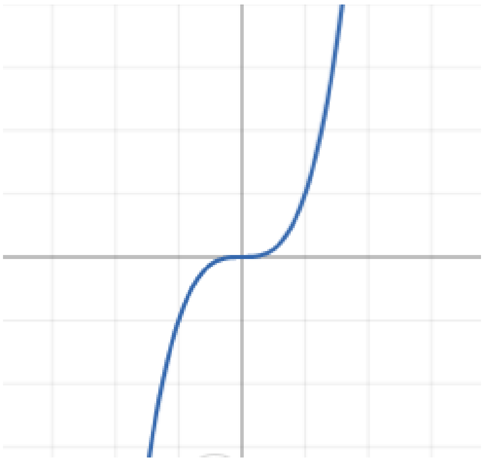
6. Seja f: R → R definida por $f(x) = 5x + 2$.

Sabendo que $f(a) = f(b)$, demonstre que $a = b$.

7. Considere a função f: R → R dada por $f(x) = x^3$.

a) A função é injetiva?
b) Calcule $f(2)$ e $f(-2)$.

8. Observe o gráfico descrito abaixo.



f: R -> R ; f(x) = x³

a) A função é injetiva?
b) Explique sua resposta.

9. Considere a função f: {1,2,3,4} → {2,4,6,8} definida por:

f(1)=2
f(2)=4
f(3)=6
f(4)=8

a) A função é injetiva?
b) Justifique.

10. Considere a função f: {1,2,3,4} → {2,4,6} definida por:

f(1)=2
f(2)=4
f(3)=6
f(4)=6

A função é injetiva? Explique.

11. Observe o gráfico descrito abaixo.

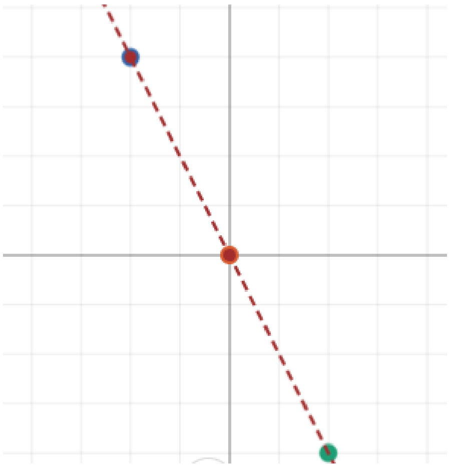


Gráfico: reta decrescente passando pelos pontos (–2,4), (0,0) e (2,–4).

a) A função é injetiva?
b) Justifique.

12. Considere f(x)=7–x.

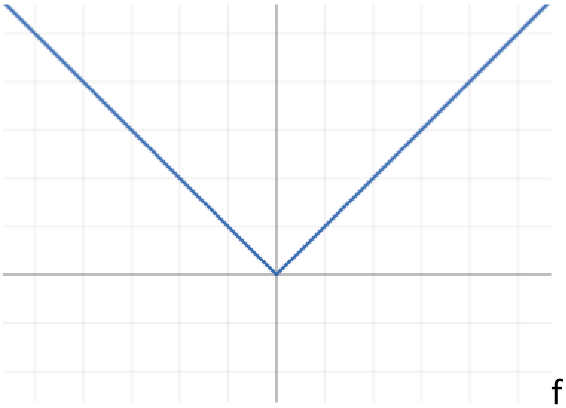
a) Verifique se é injetiva.
b) Determine a imagem de 10.

13. Seja f(x)=2x+1.

Determine o valor de x sabendo que f(x)=13.

A função é injetiva.

14.Observe o gráfico descrito abaixo.



f: R -> R ; f(x) = |x|

Gráfico: função em formato de “V”, vértice em (0,0).

a) A função é injetiva?
b) Justifique.

15.Considere $f(x)=x^3+1$.

a) A função é injetiva?
b) Determine f(3).

16.Considere f: R → R definida por $f(x)=x^3$.

a) A função é sobrejetiva?
b) Justifique.

17.Considere f: R → R dada por $f(x)=x^2$.

a) A função é sobrejetiva?
b) Explique.

18.Seja f: R → R definida por $f(x)=2x–1$.

a) A função é sobrejetiva?
b) Determine o antecedente de 9.

19.Observe o gráfico descrito abaixo.

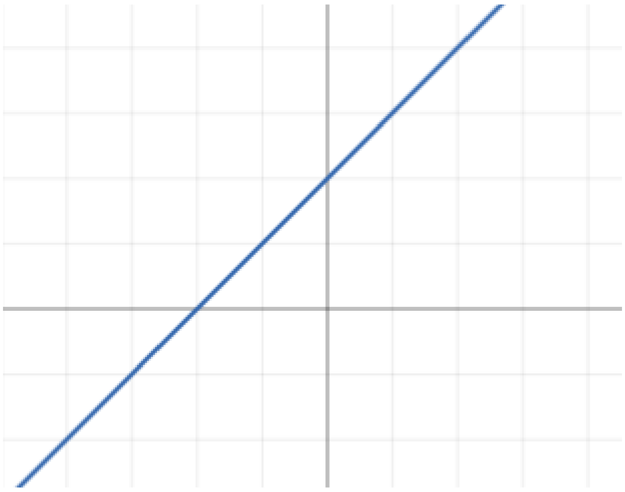


Gráfico: reta crescente ilimitada nos dois sentidos.

a) A função é sobrejetiva em R?
b) Justifique.

20.Observe o gráfico descrito abaixo.

Gráfico: parábola com vértice em (0,0), abrindo para cima.

a) A função é sobrejetiva em R?
b) Explique.

21.Considere f: R → [-1,+∞) definida por $f(x)=x^2+2x$.

a) A função é sobrejetiva?
b) Justifique.

22.Considere a função f: R → R dada por $f(x)=x^3–5$.

a) A função é sobrejetiva?
b) Determine um antecedente de 3.

23.Observe o gráfico descrito abaixo.

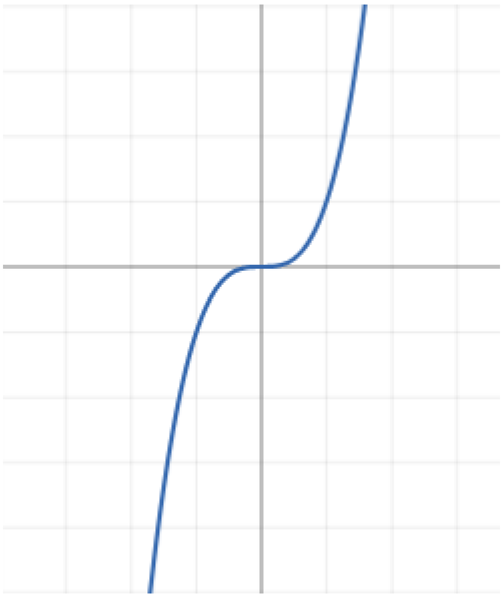


Gráfico: curva cúbica crescente atravessando todos os níveis horizontais.

A função é sobrejetiva em R? Explique.

24.Seja f: {1,2,3} → {a,b,c} definida por:

f(1)=a
f(2)=b
f(3)=c

A função é sobrejetiva? Justifique.

25.Seja f: {1,2,3} → {a,b,c,d} definida por:

f(1)=a
f(2)=b
f(3)=c

A função é sobrejetiva? Explique.

26.Considere f(x)=4x+8.

a) A função é sobrejetiva em R?
b) Determine o antecedente de 20.

27.Observe o gráfico descrito abaixo.

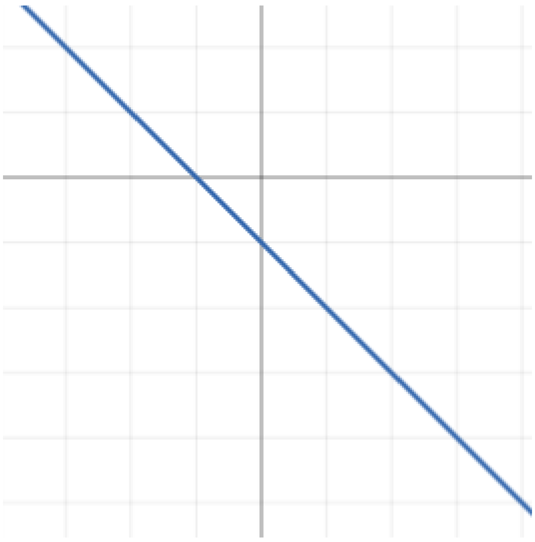
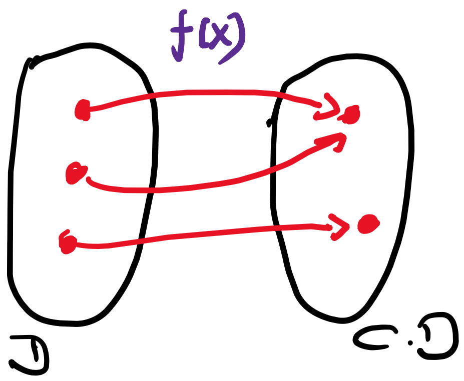


Gráfico: reta decrescente ilimitada.

A função é sobrejetiva? Justifique.

28.Considere o diagrama:



A função é sobrejetiva?

29.Considere f: R → R definida por $f(x)=3x+2$.

a) A função é bijetiva?
b) Justifique.

30.Considere f: R → R dada por $f(x)=x^2$.

a) A função é bijetiva?
b) Explique.

31.Seja f: R → R definida por $f(x)=x^3$.

a) A função é bijetiva?
b) Justifique.

32.Observe o gráfico descrito abaixo.

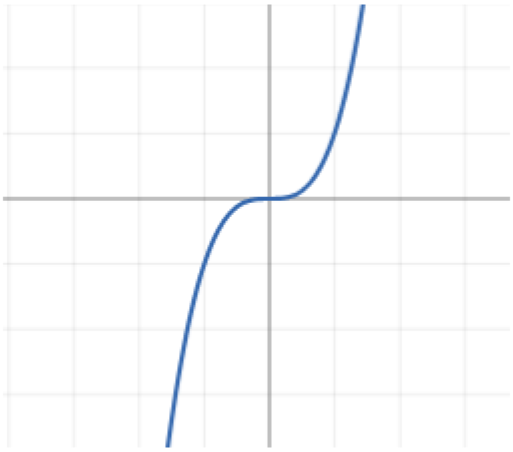
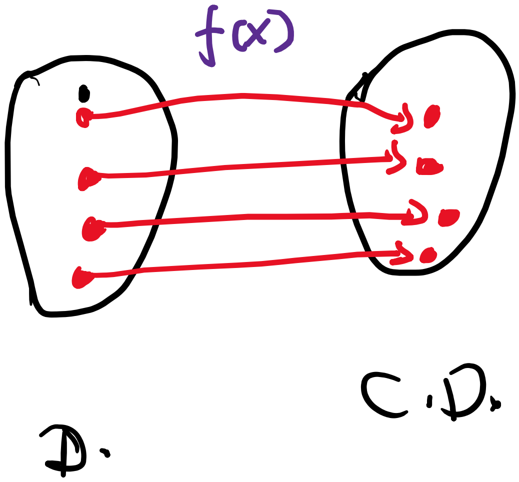


Gráfico: reta crescente ilimitada.

A função é bijetiva? Explique.

33.Considere o diagrama:



A função é bijetiva?

34.Considere f: {1,2,3} → {a,b,c} definida por:

f(1)=a
f(2)=b
f(3)=c

A função é bijetiva? Explique.

35.Considere f: {1,2,3} → {a,b,c} definida por:

f(1)=a
f(2)=a
f(3)=b

A função é bijetiva? Justifique.

36.Seja f(x)=5x–4.

a) A função é bijetiva em R?
b) Determine a imagem de 2.

37.Considere $f(x)=x^3+7$.

a) A função é bijetiva?
b) Determine o antecedente de 15.

38.Observe o gráfico descrito abaixo.

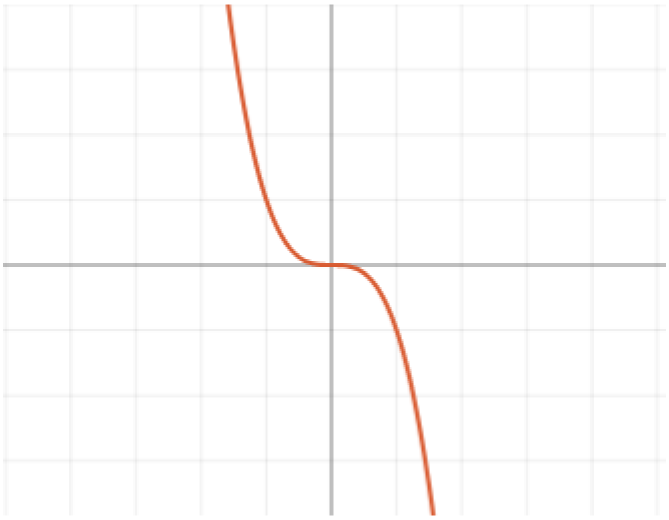


Gráfico: reta decrescente ilimitada.

A função é bijetiva? Explique.

39.Considere $f(x)=|x|$.

a) A função é bijetiva em R?
b) Justifique.

40.Observe o gráfico descrito abaixo.

Gráfico: função crescente contínua atravessando todos os valores de y.

A função é bijetiva? Explique.

41.Considere $f(x)=2x+10$.

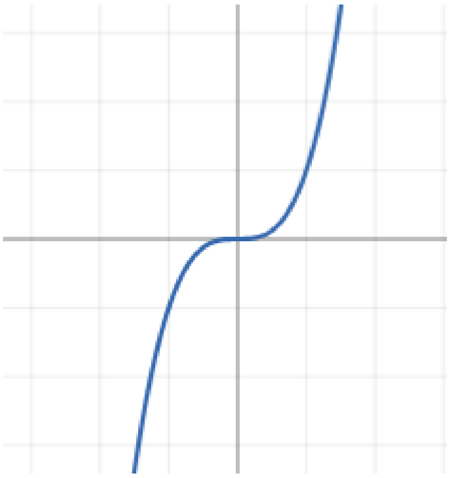
A função é bijetiva.

42.Seja $f(x)=-x+1$.

a) A função é bijetiva?
b) Determine $f(4)$.

43.Observe o gráfico descrito abaixo.

Gráfico: curva cúbica crescente que intercepta todos os níveis horizontais apenas uma vez.



A função é bijetiva? Justifique.

GABARITO COMPLETO: FUNÇÕES INJETIVAS, SOBREJETIVAS E BIJETIVAS

BLOCO 1: FUNÇÕES INJETIVAS (QUESTÕES 1 A 15)

Questão 1: A função $f(x) = 3x - 5$ é injetiva. Isso ocorre porque para quaisquer dois valores distintos de x, obteremos sempre imagens f(x) distintas. Calculando as imagens solicitadas: para $x = 2$, $f(2) = 3(2) - 5 = 1$; para $x = 4$, $f(4) = 3(4) - 5 = 7$; e para $x = -1$, $f(-1) = 3(-1) - 5 = -8$.

Questão 2: A função $f(x) = x^2$ não é injetiva no conjunto dos reais. Podemos observar que elementos distintos do domínio podem resultar na mesma imagem. Por exemplo, $f(1) = 1^2 = 1$ e $f(-1) = (-1)^2 = 1$. Como dois valores diferentes de x possuem a mesma imagem, a injetividade e violada.

Questão 3: A função $f(x) = -2x + 7$ e injetiva. Para encontrar o valor de x quando $f(x) = 15$, resolvemos a equação $-2x + 7 = 15$. Subtraindo 7 de ambos os lados, temos $-2x = 8$. Dividindo por -2, encontramos $x = -4$.

Questão 4: Ao analisar o gráfico da reta que passa pelos pontos (0,1) e (3,7), confirmamos que a função e injetiva. Utilizando o teste da reta horizontal, percebemos que qualquer reta paralela ao eixo x intercepta o gráfico em exatamente um ponto, garantindo a exclusividade das imagens.

Questão 5: O gráfico da parábola com vértice em (0,0) mostra que a função não e injetiva. Ao traçarmos uma reta horizontal em qualquer ponto acima de y=0, essa reta cruzara a curva em dois pontos distintos. Isso prova que existem dois valores diferentes de x associados a uma mesma imagem y.

Questão 6: Para demonstrar algebricamente que $f(x) = 5x + 2$ e injetiva, partimos da premissa $f(a) = f(b)$. Assim: $5a + 2 = 5b + 2$ Subtraindo 2 de ambos os lados, temos: $5a = 5b$ dividindo ambos os lados por 5, chegamos a: $a = b$ como $f(a) = f(b)$ implica necessariamente que $a = b$, a função e injetiva.

Questão 7: A função $f(x) = x^3$ e injetiva. Realizando os cálculos pedidos: $f(2) = 2^3 = 8$ e $f(-2) = (-2)^3 = -8$. Note que as imagens são diferentes para entradas com sinais opostos.

Questão 8: Através da análise gráfica de $f(x) = x^3$, verificamos que ela e injetiva por ser uma função estritamente crescente em todo o seu domínio real. Dessa forma, não ha dois valores de x que compartilhem o mesmo valor de y.

Questão 9: No mapeamento do conjunto {1,2,3,4} para {2,4,6,8}, a função e injetiva. Cada elemento do conjunto de partida possui um correspondente único e exclusivo no conjunto de chegada, sem que dois elementos do domínio apontem para o mesmo valor.

Questão 10: Esta função não e injetiva. Justificamos isso observando que $f(3) = 6$ e $f(4) = 6$. Elementos distintos do domínio (3 e 4) resultam na mesma imagem, o que descaracteriza a injetividade.

Questão 11: O gráfico que representa uma reta decrescente indica uma função injetiva. Pela natureza das funções lineares não constantes, cada valor de entrada estará associado a uma saída única.

Questão 12: A função $f(x) = 7 - x$ e classificada como injetiva. Para o valor $x = 10$, a imagem calculada e $f(10) = 7 - 10 = -3$.

Questão 13: Dada a função $f(x) = 2x + 1$, para encontrar x tal que $f(x) = 13$, resolvemos $2x + 1 = 13$, resultando em $2x = 12$ e, portanto, $x = 6$. A função e injetiva por ser uma reta com inclinação não nula.

Questão 14: A função modular $f(x) = |x|$, representada por um gráfico em formato de V, não e injetiva. Podemos verificar, por exemplo, que $f(2) = 2$ e $f(-2) = 2$. Entradas diferentes geram a mesma imagem.

Questão 15: A função $f(x) = x^3 + 1$ e injetiva, seguindo o comportamento das funções cubicas simples. O cálculo de $f(3)$ resulta em $3^3 + 1 = 27 + 1 = 28$.

BLOCO 2: FUNÇÕES SOBREJETIVAS (QUESTÕES 16 A 28)

Questão 16: A função $f(x) = x^3$ definida nos Reais e sobrejetiva. Isso ocorre porque o conjunto Imagem (Im) abrange toda a extensão do eixo y, sendo igual ao Contradomínio (CD), que são os números reais.

Questão 17: A função $f(x) = x^2$ em R não e sobrejetiva. No conjunto dos Reais, o quadrado de qualquer número nunca resulta em um valor negativo. Portanto, a Imagem e limitada a valores maiores ou iguais a zero ($y >= 0$). Como o Contradomínio e R e a Imagem e apenas os não-negativos, Im e diferente de CD.

Questão 18: A função $f(x) = 2x - 1$ e sobrejetiva. Para encontrar o antecedente de 9, igualamos a função ao valor: $2x - 1 = 9$. Somando 1, temos $2x = 10$, logo $x = 5$.

Questão 19: O gráfico da reta ilimitada nos dois sentidos confirma que a função e sobrejetiva em R. A projeção da reta sobre o eixo vertical preenche todo o conjunto dos números reais.

Questão 20: Analisando o gráfico da parábola, vemos que a função não e sobrejetiva em R. Os valores de y abaixo do vértice (0,0) não possuem nenhum correspondente no domínio, ou seja, elementos negativos do contradomínio não são atingidos.

Questão 21: Para a função $f(x) = x^2 + 2x$ com o contradomínio definido restritamente como [0, +infinito), ela e considerada sobrejetiva neste contexto especifico, pois todos os elementos desse intervalo são alcançados por valores do domínio.

Questão 22: A função $f(x) = x^3 - 5$ e sobrejetiva. Para determinar o antecedente de 3, resolvemos $x^3 - 5 = 3$, o que nos leva a $x^3 = 8$. Portanto, $x = 2$.

Questão 23: A curva cubica crescente representada e sobrejetiva em R. Sua trajetória no gráfico mostra que ela atravessa todos os níveis horizontais possíveis, garantindo que todo y real tenha pelo menos um x correspondente.

Questão 24: No conjunto finito f: {1,2,3} -> {a,b,c}, a função e sobrejetiva. Observamos que cada elemento do contradomínio {a, b, c} e atingido por pelo menos uma flecha vinda do domínio.

Questão 25: A função descrita não e sobrejetiva no contradomínio {a, b, c, d}. O motivo e que o elemento d não possui nenhum antecedente no domínio; nenhuma operação ou flecha aponta para ele.

Questão 26: A função $f(x) = 4x + 8$ e sobrejetiva nos reais. Para encontrar o antecedente de 20, fazemos $4x + 8 = 20$, resultando em $4x = 12$ e $x = 3$.

Questão 27: O gráfico da reta decrescente ilimitada representa uma função sobrejetiva, pois sua extensão vertical e infinita, cobrindo todos os valores do contradomínio real.

Questão 28: Ao analisar o diagrama de flechas, conclui-se que a função não e sobrejetiva porque há pelo menos um elemento sobrando no contradomínio (um elemento que não recebe flecha), fazendo com que a Imagem seja menor que o Contradomínio.

BLOCO 3: FUNÇÕES BIJETIVAS (QUESTÕES 29 A 43)

Questão 29: A função $f(x) = 3x + 2$ e bijetiva. Justificamos isso pelo fato de ela ser simultaneamente injetiva (valores diferentes de x dão imagens diferentes) e sobrejetiva (todos os valores de y reais são atingidos).

Questão 30: A função $f(x) = x^2$ não e bijetiva nos reais. Ela falha na injetividade (pois $f(1) = f(-1)$) e também na sobrejetividade (pois não atinge valores negativos do contradomínio real).

Questão 31: A função $f(x) = x^3$ e classificada como bijetiva, pois cada número real possui uma única raiz cubica real e todos os reais são cobertos pela função.

Questão 32: O gráfico da reta crescente ilimitada caracteriza uma função bijetiva. Ele passa no teste da reta horizontal (injetiva) e cobre todo o eixo y (sobrejetiva).

Questão 33: O diagrama apresenta uma função bijetiva. Cada elemento do domínio está conectado a um elemento exclusivo no contradomínio e não há elementos vazios ou sobrando no conjunto de destino.

Questão 34: O mapeamento direto f(1)=a, f(2)=b e f(3)=c configura uma função bijetiva entre os conjuntos {1,2,3} e {a,b,c}, pois a relação e de um para um e o contradomínio está totalmente preenchido.

Questão 35: Esta função não e bijetiva. Ela não cumpre o requisito de injetividade, já que f(1) e f(2) resultam na mesma imagem "a".

Questão 36: A função f(x) = 5x - 4 e bijetiva nos reais. A imagem do número 2 e f(2) = 5(2) - 4 = 6.

Questão 37: A função $f(x) = x^3 + 7$ e bijetiva. Para encontrar o antecedente de 15, resolvemos $x^3 + 7 = 15$, o que resulta em $x^3 = 8$ e, consequentemente, x = 2.

Questão 38: Uma reta decrescente ilimitada representada graficamente e sempre uma função bijetiva, pois garante a correspondência única e total entre os elementos de R.

Questão 39: A função f(x) = |x| não e bijetiva no conjunto dos reais, pois falha ao não ser injetiva (valores positivos e negativos tem a mesma imagem) nem sobrejetiva (não atinge o lado negativo do eixo y).

Questão 40: O gráfico de uma função crescente continua que atravessa todos os valores de y confirma que ela e bijetiva, unindo as propriedades de injetividade e sobrejetividade.

Questão 41: A função f(x) = 2x + 10 e uma função linear de primeiro grau, sendo, portanto, classificada como bijetiva no domínio e contradomínio reais.

Questão 42: A função f(x) = -x + 1 e bijetiva. Para x = 4, o valor calculado e f(4) = -4 + 1 = -3.

Questão 43: A curva cubica que intercepta níveis horizontais apenas uma vez e cobre todo o eixo y e bijetiva. A unicidade da intersecção garante a injetividade e a cobertura total do eixo garante a sobrejetividade.