

chapitre : Complément sur la dérivation - Partie 2 :

Convexité

I)

Comment savoir si une fonction

est convexe ou concave ?

via les variations ($\nearrow$ ou $\searrow$)
de la 1^{re} dérivée f'

Méthode 1 :

(si) f' est $\nearrow$
sur I

(Alors) f est
convexe
sur I

(si) f' est $\searrow$
sur I

(Alors) f est
concave
sur I

via le signe (+ ou -)
de la 2^{de} dérivée
seconde f''

Méthode 2

(si) $f'' > 0$
sur I

(Alors) f est
convexe
sur I

(si) $f'' < 0$
sur I

(Alors) f est
concave
sur I

via la position
des tangentes
par rapport à
la courbe C_f

Méthode 3

(si) toutes les
tangentes sont
au dessus
de C_f sur I

(Alors) f est
convexe
sur I

(si) toutes les
tangentes
sont en dessous
de C_f sur I

(Alors) f est
concave
sur I

Remarque :



on utilise très rarement la Méthode 3
pour étudier la convexité d'une f ,
car il faut comparer la position de
toutes les tangentes, qui sont une infinité,
avec la courbe C_f , ce qui est
presque infaisable.

II/

Comment déduire des inégalités à partir de la convexité?

As tu

⇒⇒⇒

- la méthode 3 est plutôt utilisée comme conséquence si on connaît la convexité de f .

→ (i) f est convexe sur I

(ii) toutes les tangentes sont en dessous de f sur I

donc $\forall x \in I, f(x) \geq ax + b$

équation
de n'importe
quelle tangente
à f sur I .

- de même pour f est concave.

(iii) toutes les tangentes sont au dessus de f sur I

donc $\forall x \in I, f(x) \leq ax + b$

équation
de n'importe
quelle tangente
à f sur I .

III

qu'est ce qu'un point
d'inflexion?

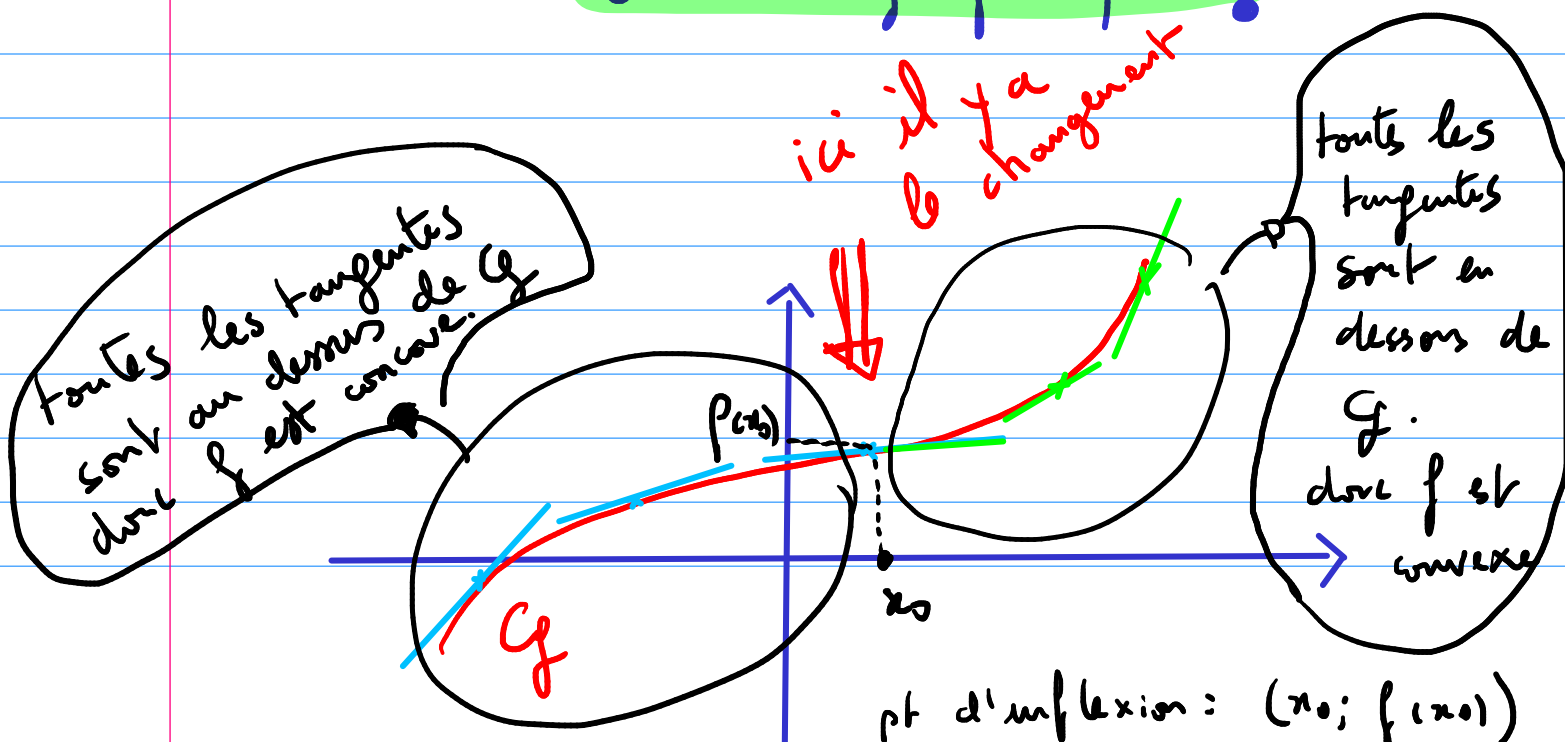
Def

un point d'inflexion est
un point où la fonction
change de convexité.

Autrement dit, elle passe de :
concave à convexe
ou convexe à concave.

IV

Comment reconnaître un
point d'inflexion à partir
d'un graphique?



V/

Comment trouver un point d'inflexion?

soit f une fct définie et 2 fois dérivable sur I et $x_0 \in I$

Th



(si) $\left\{ \begin{array}{l} \bullet f'' \text{ s'annule en } x_0 \\ \bullet f'' \text{ change de signe en } x_0 \end{array} \right.$

(Alors) le point $(x_0; f(x_0))$ est un point d'inflexion.

autrement dit, vous étudiez le signe de la dérivée seconde f'' .

(si) vous tombez sur tableau de ce

style :

x	x_0
$f''(x)$	$- \quad \quad +$

ou

x	x_0
$f''(x)$	$+ \quad \quad -$

f'' s'annule en x_0 et change de signe

(Alors) f admet un pt d'inflexion en x_0 (ce pt est $(x_0; f(x_0))$)