Matemática – 1er Año – EESO N° 259 "Juan Vicente Giménez"

Profesores: Chapero, María Virginia – Cortez, María Susana – Saravia Esteban

Alumno: ………………………………………………………………………… 1° Año – División ……

Ciclo Lectivo: 2025.-

Esta Cartilla es material de trabajo absolutamente necesario para el desarrollo de las clases.

Se complementa con la carpeta.

Criterios de Evaluación de la Materia:

- Capacidad de conocer, explicar y aplicar los conceptos y contenidos.
- Interés por la materia y esfuerzo personal.
- Comprensión y organización de la información.

Instrumentos de Evaluación de la Materia:

- Evaluaciones escritas y orales. Autoevaluación.
- Trabajos Prácticos.
- Participación en clases.
- Registro de observación directa.

Divisibilidad

Múltiplos y divisores de un número natural:

- Se llaman **múltiplos** de un número a todos los números que resultan de la multiplicación de ese número con cada uno de los números naturales. (N)

Ejemplo: son múltiplos del número **2** el: 4,6,8,10,12,14,16,18,20,22 y muchos más. *Los múltiplos de un número son infinitos, como son infinitos los números naturales.*

Los múltiplos de un número resultan de multiplicar dicho número por cada uno de los naturales. El cero es múltiplo de todos los números naturales, ya que al multiplicar cualquier número por **0**, el resultado siempre es **0**.

Múltiplos de 2: 0, 2, 4, 6, ... **Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, ...** **Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, ...**

Como todo número tiene sus múltiplos así también tiene sus **divisores**, es decir otros números que lo dividen exactamente.

Observa los divisores de los siguientes números:

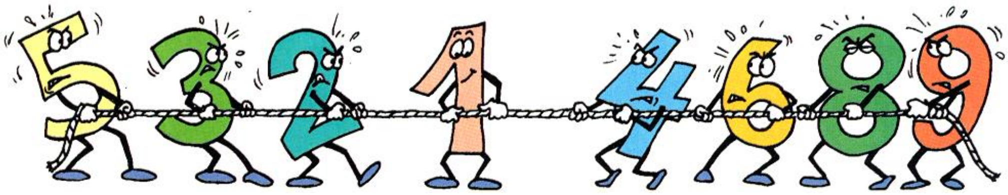
Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, **Divisores de 35: 1, 5, 7, 35** **Divisores de 66: 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66**

- Un número es divisor de otro cuando el dividendo es múltiplo del divisor. Es decir, el cociente debe ser entero y el resto cero.
  La división por cero no existe.

Importante:

- El uno es divisor de todos los números.
- El cero es múltiplo de todos los números y divisor de ninguno.
- Todo número es divisor de sí mismo.

Números primos y compuestos



Los números primos son aquellos que tienen la propiedad de poseer únicamente dos divisores: el mismo número y el 1.
- *Son números primos el 2, 3, 5, 7, 11...... y muchos más*

Los números compuestos son aquellos que tienen más de dos divisores.

- *Son números compuestos el 4, 6, 9, 10….. y muchos más*

***El número 1 no es primo* porque no tiene dos divisores (sólo él mismo) *y tampoco es compuesto*.**

Para encontrar una lista de los números primos se puede utilizar el método conocido como: CRIBA DE ERATÓSTENES.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Consigna:

Considerar los múltiplos de 2 (excepto el mismo) y tacharlos, luego los múltiplos de 3 y tacharlos; continuar de la misma manera con los múltiplos de 5 y de 7. Al final quedarán sin tachar los números Primos hasta el 100.

Recordar que el 1 no es ni primo, ni compuesto!

Criterios de divisibilidad

- Un número es divisible por 2 cuando es par o termina en 0, 2, 4, 6, ó 8.
- Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4.
- Un número es divisible por 5 cuando termina en 0 ó en 5.
- Un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y 3 a la vez.
- Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 8.
- Un número es divisible por 9 cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.
- Un número es divisible por 10 cuando termina en 0.
- Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de los valores absolutos de sus cifras de lugar impar y la suma de los valores absolutos de sus cifras de lugar par, de derecha a izquierda, es cero o múltiplo de 11.

Descomposición Factorial

La Descomposición Factorial, consiste en expresar el número como un producto de factores primos.

Para descomponer un número en producto de factores primos, procedemos de la siguiente manera:

1. Escribimos el número a descomponer y a la derecha trazamos una línea vertical.
2. Buscamos el menor número primo, (2, 3, 5, 7 ...), por el que sea divisible el número. (Aplicamos los criterios de divisibilidad).
3. Dividimos el número por ese número primo.
4. Colocamos el divisor (el número primo) en la parte superior derecha y el cociente debajo del primer número.

5. Repetimos el proceso hasta que en la parte izquierda aparezca un 1, lo que nos indica que la descomposición ha terminado.

   Ejemplo:

   Descomponemos el número 324 dividiendo sucesivamente entre 2 y entre 3:

$$\begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

En la descomposición tenemos que escribir una potencia de base 2 y una potencia de base 3 (los números entre los cuales hemos dividido).

Los exponentes son el número de veces que se repite el número:

- El 2 se repite 2 veces.
- El 3 se repite 4 veces.

Por tanto, la descomposición de 324 es: $324 = 2^2 \cdot 3^4$

Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Máximo Común Divisor (MCD)

*Para hallar el **(MCM)** entre dos o más números:*

1. *Descomponemos los números (los escribimos como un producto de potencias de números primos).*
2. *El mínimo común múltiplo es el producto de todas las potencias que aparecen en las descomposiciones,*
3. *pero si alguna de las bases aparece en ambas descomposiciones, **escogemos la de mayor exponente**.*

Ejemplo: calculamos el mínimo común múltiplo de 180 y 324. Sus descomposiciones son:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$324 = 3^4 \cdot 2^2$$

El mínimo común múltiplo tendrá las potencias de base 5, de base 3 y de base 2.

- la potencia de base 2 tiene el exponente 2 en las dos descomposiciones, así que escribiremos 2^2;
- la potencia de base 3 tiene los exponentes 2 y 4. Nos quedamos con el mayor: 3^4
- la potencia de base 5 sólo aparece en una de las descomposiciones y también la escribimos.

Por tanto, el **mínimo común múltiplo** de 180 y 324 es:

$$m.c.m.(180,324) =$$
$$= 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 =$$
$$= 1620$$

*Para hallar el **(MCD)** entre dos o más números*

1. Descomponemos los números en números primos (producto de potencias de primos).
2. El máximo común divisor es el producto de las potencias que aparecen en las dos descomposiciones,
3. pero cuyo exponente sea el menor.

Ejemplo: Calculamos el máximo común divisor de 180 y 324.

Sus descomposiciones son:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$324 = 3^4 \cdot 2^2$$

El máximo común divisor será el producto de una potencia de base 2 y otra de base 3, ya que son las bases que aparecen en las dos descomposiciones.

- la potencia de base 2 tiene el exponente 2 en las dos descomposiciones, así que escribiremos 2^2
- la potencia de base 3 tiene los exponentes 2 y 4. Nos quedamos con el menor: 3^2

Por tanto, el **máximo común divisor** de 180 y 324 es:

$$M.C.D.(180,324) =$$
$$= 2^2 \cdot 3^2 =$$
$$= 4 \cdot 9 =$$
$$= 36$$

Actividades de Revisión:

1) Escribe 5 múltiplos y todos los divisores de: 9 ¿Es un número primo o compuesto?
2) Descomponer el siguiente número como producto de sus factores primos: 720
3) Completar el siguiente cuadro indicando con una “x” según corresponda:

Es múltiplo de:	2	3	4	5	6	10
1024						
3033						
915						
9210						

4) Hallar el MCM y MCD de los siguientes números:
   a) 30; 35 y 40 b) 150 y 315

Actividades Complementarias en Carpeta

Estadística

Mateo quiere saber cuál es el deporte preferido por los estudiantes de su colegio. ¿Qué podría hacer Mateo para resolver su inquietud?

Mateo podría preguntarle a cada uno de los estudiantes del colegio acerca de su deporte favorito, pero dado que se trata de un colegio con más de 3 000 estudiantes, esto no es práctico. Entonces él podría, en su defecto, tomar al azar a diez estudiantes de cada curso y hacerles la pregunta. Con ello resolvería su inquietud.

La estadística es una rama de la Matemática que comprende el conjunto de métodos, estrategias y procedimientos para recolectar, organizar y analizar datos que se pueden observar en una población o en una muestra.

Ciencias como la economía, la medicina, las Ciencias Sociales, la física, etc. aplican la estadística ya que ésta facilita el estudio de hechos morales, sociales o físicos del mundo o de la sociedad más inmediata.

Población, Muestra y Variable:

El *conjunto* que se reúnen para estudiar una determinada característica como por ejemplo, un grupo de hombres, de plantas, de animales, de autos reciben el nombre de POBLACIÓN y cada integrante de esa población es un INDIVIDUO. La información sobre cada individuo es un *dato*.

DATOS QUE SE RECOPILAN	**POBLACIÓN**
Se estudia la altura de los alumnos de 1er año	Alumnos de 1er año
Se hace una encuesta en el barrio para determinar cuántos gatos hay	Gatos del barrio
Se efectúa un censo de modelos de autos	Conjunto de autos

Si la población es muy grande y no se puede reunir información de todos sus individuos, se toma una *MUESTRA*, es decir una porción representativa de esa población. Por ejemplo, si se desea analizar el peso promedio de los habitantes de la ciudad de Vera (25000 aprox.), se puede tomar un grupo de 1500 habitantes y sobre esta muestra analizar la *VARIABLE*

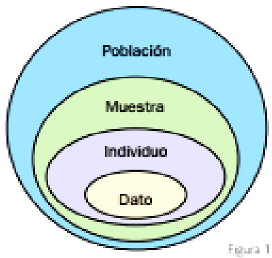


Figura 1

¿Qué son las Variables?

Al hacer un estudio de una determinada población observamos algunas características o propiedades de sus individuos. Por ejemplo, con los alumnos de 1er Año de EESO N° 259 podemos estudiar el lugar de nacimiento, el número de hermanos, la estatura, etc. Cada una de estas características de la población recibe el nombre de <u>*VARIABLE*</u> <u>*ESTADÍSTICA*</u>.

Dependiendo de las características podemos distinguir varios tipos de variables:

****Variables Cualitativas***: son aquellas características que no podemos expresar con números sino que debemos utilizar palabras. Por ejemplo: Estado civil, deporte favorito.

****Variables Cuantitativas***: son aquellas que se pueden expresar con números. Por ejemplo: cantidad de hermanos, estatura, etc. Dentro de este tipo de variables podemos distinguir otras dos:

- *Variables Cuantitativas Discretas*: son aquellas que pueden tomar únicamente números o valores puntuales (naturales). Por ejemplo: número de hermanos.

-*Variables Cuantitativas Continuas*: son aquellas que pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo real. Por ejemplo: estatura.

Variables → Cualitativas

Variables → Cuantitativas: → Discretas

Cuantitativas: → Continuas

(Este año, dentro de las variables cuantitativas, sólo trabajaremos con Variables Discretas)

Ejemplo: En un centro médico se realizó una encuesta para establecer la edad, el peso y el género de los pacientes atendidos durante una semana. Especifica los elementos considerados en este estudio estadístico.

Muestra	Individuo	Variables	Dato (Ejemplo)
Pacientes encuestados durante la semana	Cada uno de los pacientes encuestados	Edad (cuantitativa) Peso (cuantitativa) Género (cualitativa)	Edad: 23 años Peso: 62 kg Género: femenino

Actividad: Clasifica las siguientes variables en cualitativas y cuantitativas.

1- Color de Cabello:
2- Número de hijos:
3- Estado Civil:
4- Lugar de Nacimiento:
5- Deporte Preferido:
6- Peso:
7- Calificación Final en Matemática:
8- Marca de Automóviles:
9- Cantidad de nacimientos en Vera:
10- Tipo de mascotas en las familias de tu barrio:

Tabla de frecuencias

La *tabla de frecuencias* (o *distribución de frecuencias*) es una tabla que muestra la distribución de los datos mediante sus frecuencias. Se utiliza para variables cuantitativas o cualitativas. Es una herramienta que permite ordenar los datos de manera que se presentan numéricamente las características de la distribución de un conjunto de datos o muestra.

- Se llama *frecuencia absoluta* a la cantidad de veces que se repite un determinado valor de la variable. Lo abreviamos con la letra $\boldsymbol{f}$ (ó $\boldsymbol{f_i}$).
- ¿Qué parte del total representa cada valor de la variable? Para determinarlo calculamos la *frecuencia relativa* cuya abreviatura es $\boldsymbol{fr}$.

Se llama frecuencia relativa al cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de observaciones o población, el cual se simboliza con la letra "n". $\boldsymbol{fr = f : n}$

En dicha tabla de distribución de frecuencias, la suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de observaciones y la suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

- Para obtener la *frecuencia porcentual*, se debe multiplicar cada una de las frecuencias relativas por 100. De esta manera se obtiene el porcentaje correspondiente a cada una de las variables. Su suma es igual al 100% y su abreviatura es $\boldsymbol{f\%}$.

Ejemplo: A los 30 alumnos de una división de 1er Año se les preguntó cuántos hermanos hay en total en sus casas y se obtuvieron los siguientes resultados: 1, 4, 2, 3, 3, 1, 5, 4, 2, 2, 3, 2, 2, 1, 3, 3, 4, 4, 5, 1, 1, 3, 2, 2, 5, 4, 1, 1, 3, 1

Variable: Cant. De hermanos	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Frecuencia Porcentual
1	8	8 : 30=	0,27 * 100=
2	7	7: 30=	
3			
4	5		
5			
Total	30	1	100

Actividad:

A 50 mujeres que trabajan en una empresa se les preguntó cuántos hijos tienen y los datos obtenidos fueron: (cero, 9 veces – uno, 8 veces – dos, 10 veces – tres, 12 veces – cuatro, 5 veces – cinco, 3 veces – seis, 2 veces y siete, 1 vez)

a) ¿Cuál es la variable que se estudia?

b) ¿Qué tipo de variable es?

c) Realiza la distribución de frecuencias ($f, fr\ y\ f\%$)

d) ¿Qué porcentajes de mujeres no tienen hijos?

Medidas de tendencia central

Una vez que los datos están organizados se procede a analizarlos mediante diferentes parámetros llamados: PARÁMETROS DE POSICIÓN, dentro de los cuales están las medidas de tendencia central. Uno de esos parámetros es el *Promedio o Media Aritmética.*

¿Cómo calcular promedio?

Para calcular promedio en una serie de frecuencias, debemos multiplicar el valor de cada variable por su correspondiente frecuencia absoluta, luego sumar dichos productos y por último dividir ese resultado por el número total de observaciones.

El promedio se indica de la siguiente manera: $\bar{x}$

- ***Siguiendo con el ejemplo anterior…***

$$\bar{x} = (0\,.\,9 + 1\,.\,8 + 2\,.\,10 + 3\,.\,12 + 4\,.\,5 + 5\,.\,3 + 6\,.\,2 + 7\,.\,1)\,/\,50 = 118/50 = 2{,}36$$

Otra medida de tendencia central es la *Moda,* que es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos. O sea, la variable que más se repite.

La moda se puede indicar como: $\hat{x}$ o Mo

- ***Siguiendo con el ejemplo anterior,*** $Mo = 1$ porque es la variable que tiene mayor frecuencia absoluta (se repite 8 veces).

Actividad:

Según una encuesta realizada a los alumnos de una división 1er año de la EESO N° 259 se obtuvieron los siguientes datos en relación a la cantidad de integrantes de su grupo familiar: 3, 5, 4, 5, 9, 4, 3, 4, 3, 7, 4, 4, 3, 4, 8, 6, 8, 9, 3, 3, 3, 8, 3, 7, 6.

a) ¿Qué tipo de variable se estudia?

b) Realizar la distribución de frecuencias.

c) Hallar promedio y moda.

d) ¿Qué porcentaje le corresponde a la moda?

Representación gráfica – Gráficos estadísticos

Una vez que tenemos los datos ordenados en la tabla podemos construir, con esos datos, gráficos que nos permitan ver con mayor facilidad la distribución de las frecuencias.

Existen muchos tipos de gráficos estadísticos, nosotros sólo veremos algunos.

Diagrama de barras

Un *diagrama de barras* se utiliza para de presentar datos cualitativos o datos cuantitativos de tipo discreto.

Se representan sobre unos ejes de coordenadas, en el eje de abscisas (x) se colocan los valores de la variable, y sobre el eje de ordenadas (y) las frecuencias absolutas (aunque también se puede trabajar con las frecuencias relativas.

Los datos se representan mediante barras de una altura proporcional a la frecuencia.

Ejemplo: Un estudio hecho al conjunto de los 20 alumnos de una clase para determinar su grupo sanguíneo ha dado el siguiente resultado:

Grupo sanguíneo	***f***
A	**6**
B	**4**
AB	**1**
0	**9**
	20

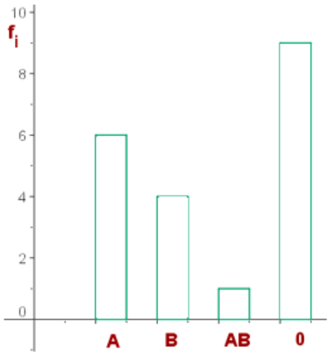
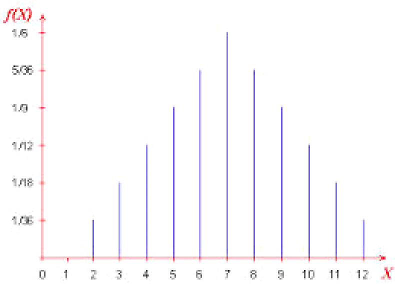


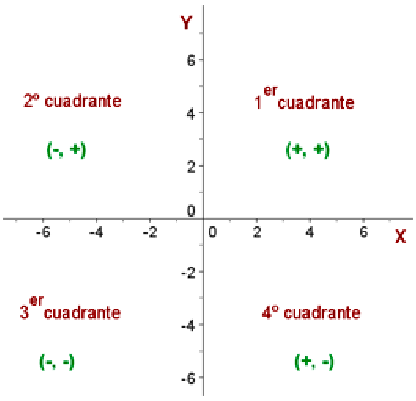
Diagrama de líneas

Es aquel en el que la variable estudiada se representa en el eje de las abscisas (x) y su correspondiente frecuencia se representa en el eje de las ordenadas (y). Aplicable a variables cuantitativas discretas y a variables cualitativas.

Ejemplo:



- Sistemas de ejes de Coordenadas Cartesianas



Un sistema de coordenadas Cartesianas es la región del plano formada por un par de rectas perpendiculares que determinan cuatro regiones en el plano llamadas cuadrantes.

Cada una de las rectas recibe el nombre de ejes. El eje vertical es el eje "y" o de las ordenadas y el eje horizontal "x" o de las abscisas.

En estadística sólo trabajaremos con valores positivos por lo que utilizaremos el 1er cuadrante del sistema.

Gráficos Circulares o de Sectores

Este tipo de gráficos es aplicable a cualquier clasificación de variable: (Variables Cualitativas y Cuantitativas: Discretas y Continuas). Es conveniente utilizarlo para la representación de variables cualitativas, aunque éstas también pueden representarse perfectamente en gráficos de líneas.

Para realizar una gráfico circular, se debe establecer una relación entre el porcentaje correspondiente al total del círculo que es el 100% y la medida del ángulo central que es de 360°.

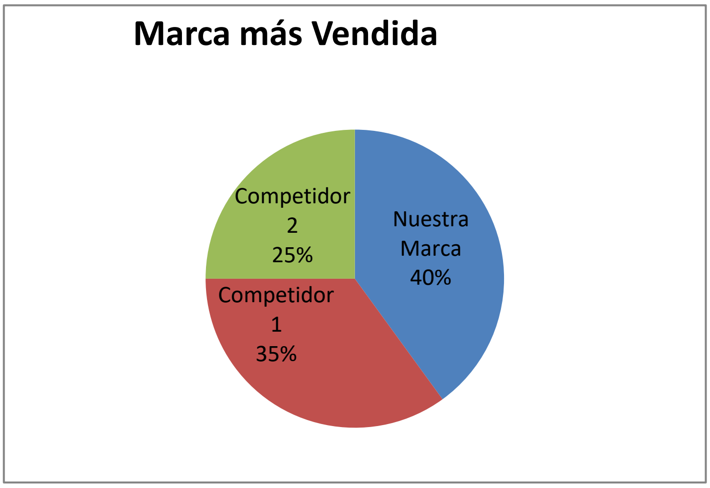
Es decir, el círculo representa el 100% y a este le corresponde un ángulo central de 360°.

Ejemplo: una fábrica de chocolates realizó una encuesta sobre una población de 200 individuos para comparar el éxito de uno de sus productos con dos de sus principales competidores:

Variable	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Porcentual (%)	Grados
Nuestra Marca	80	0,40	40%	144°
Competidor 1	70	0,35	35%	126°
Competidor 2	50	0,25	25%	90°
	200	**1**	**100%**	**360°**

Para la construcción del gráfico circular se divide un círculo en sectores según el ángulo obtenido. A la medida de cada ángulo le corresponde un porcentaje.

IMPORTANTE: la suma de la columna de grados debe ser igual a 360°.



100% -------- 360°

40% --------- x° Solución: $\frac{40\% \, . \, 360^\circ}{100\%} = 144^\circ$

100% -------- 360°

35% --------- x° Solución: $\frac{35\% \, . \, 360^\circ}{100\%} = 126^\circ$

100% -------- 360°

25% --------- x° Solución: $\frac{25\% \, . \, 360^\circ}{100\%} = 90^\circ$

Actividades de Fijación:

1. Se preguntó a 20 familias la cantidad de veces por semana que van a hacer compras al mercado, las respuestas son las siguientes: 1 – 2 - 2 – 4 – 6 – 1 – 6 – 1 – 2 – 3 – 5 – 2 – 6 – 3 – 1 – 4 – 1 – 6 – 1 – 2

a) ¿Cuál es la variable estudiada? ¿De qué tipo es?

b) Elabora la serie de frecuencia.

c) ¿Qué cantidad de familias va al mercado 3 veces por semana? ¿Cuántas familias van **más de 2 veces** por semana al mercado a hacer compras?

d) Calcula el promedio.

e) Realiza el gráfico de barras que represente la situación.

2. En una encuesta sobre las preferencias musicales de un grupo de 45 personas se recogieron los siguientes datos:

Estilo	Rock	Opera	Lentos Latinos	Cumbia	Tango	Variado
Cant. De votos	12	3	8	10	7	5

a- ¿Cuál es la variable estudiada? ¿De qué tipo es?

b- Realiza la distribución de Frecuencias.

c- ¿Cuál es el estilo más votado? ¿Qué porcentaje le corresponde?

d- Realiza el gráfico circular.

3. La asociación de libreros encuestó a un grupo de jóvenes para saber cuál fue la cantidad de libros que leyeron el año pasado:

X (Variable)	F. Absoluta	F. Relativa	F. Porcentual
0	5		
1	8		
2	10		
3	9		
4	6		
5	2		
	n=40		

a) ¿Cuál es la variable estudiada? ¿De qué tipo es?
b) ¿Cuántos jóvenes leyeron más de 3 libros? ¿Qué porcentaje de jóvenes no leyó ningún libro?
c) Calcular promedio. Representar en un gráfico de líneas.

4. Un concesionario de automóviles lleva el registro de los colores preferidos por sus clientes durante un año, y son los siguientes:

- Blanco: 20
- Rojo: 42
- Gris: 16
- Azul: 35
- Verde: 18
- Varios: 19

a) Armar la distribución de Frecuencias.
b) ¿Qué tipo de variable se estudia?
c) ¿Cuál es el color de autos más vendido?
d) Realiza el gráfico circular y pinta cada sector con el color que representa.
e) Realiza el gráfico de líneas correspondiente utilizando una escala adecuada.

5. Realiza una encuesta en tu curso con la siguiente pregunta:

¿De qué equipo de fútbol eres simpatizante?

a- Anota los resultados en una tabla con su correspondiente frecuencia.

b- Indica cuál es el equipo de fútbol más elegido.

c- Realiza el gráfico circular que represente la situación.

6. Los siguientes datos fueron reunidos mediante una encuesta en una academia de cultura inglesa a la que le interesaba saber las edades de sus alumnos y los datos obtenidos fueron: 10, 12, 8, 8,13, 15, 11, 12, 10, 8, 9, 12, 8, 13, 14, 9, 8, 11, 12, 10, 9, 8, 13, 9, 9, 11, 12, 12, 14, 15, 12, 11, 10, 12, 15, 13, 9, 14, 12, 15, 11, 10, 9, 11, 10.

a) Realiza la tabla de frecuencias.

b) Realiza el gráfico de líneas.

c) Calcula el promedio e indica que porcentaje de alumnos tienen 10 años.

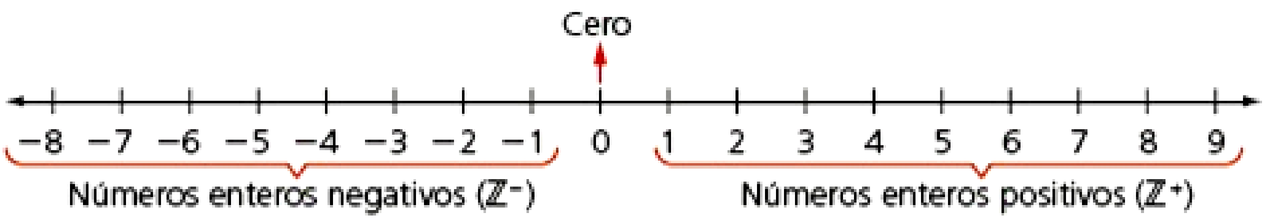
………

Números Enteros:

Repasemos: Los números negativos surgieron para dar solución a las restas en las que el Minuendo es menor que el Sustraendo!!! (Las que no podíamos resolver con los Números Naturales)

Así, los Números Naturales (que coinciden en la Recta numérica con los números Positivos) + el Cero + Los números Negativos, forman en Conjunto de los Números Enteros.

El nuevo conjunto se simboliza con la letra **Z** y se representa en la **RECTA NUMÉRICA.**



Importante!!!

La recta Numérica se dibuja con Regla tomando una unidad de medida que puede ser: 1cm, 2cm, etc.

Pero SIEMPRE LA MISMA!!!

¡LA RECTA NUMÉRICA CRECE HACIA LA DERECHA!

ENTONCES:

- ✎ *Todo número Positivo es mayor que cualquier número Negativo….*
- ✎ *El Cero es mayor que todo número Negativo y menor que todo Número Positivo…*
- ✎ *Entre dos números Negativos es mayor el que está más a la Derecha…*

Ejemplos:

✎ +3 $>\ -4$ $\boldsymbol{Se\ lee}: +3,\ es\ mayor\ que\ -4$

✎ 0 $<$ +2 ***Se lee**: cero es menor que +2*

✎ *-4* $>\ -9$ $\boldsymbol{Se\ lee}: -4\ es\ mayor\ que\ -9$

¡Recordar! La boca del signo ($<,>$) $se\ abre\ hacia\ el\ Mayor\ \dots\ \dots$

Partes de un Número Entero:

+ 

Signo Valor Absoluto

\- 

Signo Valor Absoluto

¿Qué es el valor Absoluto?

Es la DISTANCIA de Cero a cualquier Número Entero, por lo tanto el Valor absoluto NO TIENE SIGNO y se lo representa entre | |.

Ejemplos:

+13 Signo Positivo (+) Valor Absoluto 13 / Distancia de cero: 13

-18 Signo Negativo (-) Valor Absoluto 18 / Distancia de cero: 18

- 7 Signo Negativo(-) Valor Absoluto 7 / Distancia de cero: 7

Lo podemos ver de esta forma:

$|-4| = 4$ ***Se lee****: Valor absoluto de -4 es 4*

$|+13|$ *= 13* ***Se lee:*** *Valor absoluto de +13 es 13*

Recordar: **El Valor absoluto es una Distancia y ¡no lleva Signo!**

Números Opuestos:

Ejemplos:

+4 Número Opuesto: -4

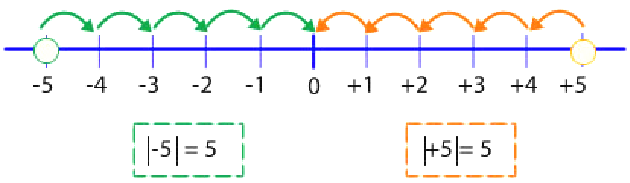
-100 Número Opuesto: +100

0 Número Opuesto: 0

Importante:

*Cero es el único que se tiene como opuesto a sí mismo.

*Los números opuestos tienen el mismo valor absoluto



Actividad de fijación

1) Indica mediante números enteros:
   a) Una deuda de $700
   b) Una temperatura de 5 grados bajo cero
   c) La altura de un avión que vuela a 1286 metros.
   d) El séptimo piso de un edificio.
   e) El tercer subsuelo de una torre

2) Escribe el antecesor y sucesor:

Antecesor (Anterior)	Número	Sucesor (Posterior)
	-11	
	+39	
	0	
	-204	
	+118	
	-9	

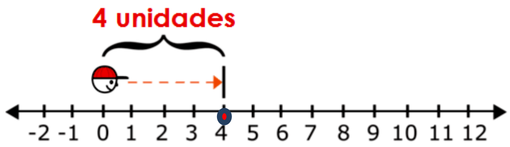
3) Indica >, < 0 =

-4………….-24   +16………….+26   -30…………..-28   -10……………….0   +5…………….-7

4) Representa en la recta numérica: +4, -12, -1,+ 9,+ 5, -5, -10

Observación: *Para representar un número en la recta numérica, debemos ubicar el número y representarlo mediante un punto pequeño.*

Por ejemplo +4



5) Completa la siguiente tabla:

Número	El Opuesto	Antecesor	Valor Absoluto	Sucesor
+45				
-39				
+19				
-27				
+55				
-10				

6) Plantea y resuelve:

a) Ignacio y Martín están jugando al juego del escape. Consiste en un tablero con números y un dado, si salen los números 1, 2 ó 6 el participante avanza hacia la derecha tantos casilleros como indique el dado. En caso de que salga 3, 4 ó 5 debe ir hacia la izquierda. El punto de partida es el cero. Gana el primero que llega a alguna de las dos salidas (izquierda -12; derecha +12).

La secuencia en que salieron los dados fue:

Ignacio	4	2	3	5	6	2	5
Martín	2	2	4	3	3	5	1

*¿En qué numero quedó ubicado cada uno?

*¿Ganó alguno?

(podés ayudarte con la recta numérica, recordá en qué números está la salida)

Suma de números Enteros:

Para sumar dos números enteros debemos tener en cuenta su signo:

- ✓ Si los sumandos son del <u>mismo signo</u>, se suman los valores absolutos y al resultado se le pone el signo común.

Ejemplos: (+3) + (+8)= +11

(-3) + (-8)=-11

*En una exploración del fondo marino, un buzo se sumerge, en un primer momento, a 45 m de profundidad (-45) y al cabo de una hora desciende otros 27 m (-27).

En total, ¿cuántos metros descendió el buzo durante la exploración?

(-45)+(-27)= (-72) En total descendió 72 metros.

- ✓ Si los sumandos son de <u>distinto signo</u>, se restan los valores absolutos (al mayor le restamos el menor) y al resultado se le pone el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplos: (-3) + (+8)= +5

(+3) + (-8)= -5

*Bruno hizo una compra con su tarjeta de débito, por $500 (-500). Antes de la compra tenía un saldo a favor de $350(+350).

¿Cuál es el saldo de la tarjeta de Bruno después de realizar la compra?

(-500) + (+350) = -150 Después de realizar la compra el saldo de la tarjeta de Bruno es de -$150

Propiedades de la Suma:

- *<u>Interna (Ley de Cierre)</u>*: El resultado de sumar dos números enteros es otro número entero.

Ejemplo: (+3)+(-5) =-2 pertenece a Z

- *<u>Asociativa:</u>* El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.

Ejemplo: [(-2)+(+3)]+(-5)=(-2)+[(+3)+(-5)]

(+1)+(-5) =(-2)+(-2) $\Rightarrow$ (-4) = (-4)

- *<u>Conmutativa</u>*: El orden de los sumandos no varía la suma.

Ejemplo: (+2)+(-5) = (-5)+(+2)

(-3) = (-3)

- *Elemento neutro:* El 0 es el elemento neutro de la suma, porque todo número sumado con él da el mismo número.

Ejemplo: (-12)+0 = (-12)   (+23)+ 0 = (+23)

- *Elemento opuesto:* Dos números son opuestos cuando al sumarlos obtenemos como resultado 0.

Ejemplo: (-7) es el opuesto de (+7)

Porque (-7)+(+7)=0

(+25) es el opuesto de (-25)

Porque (+25)+(-25)= 0

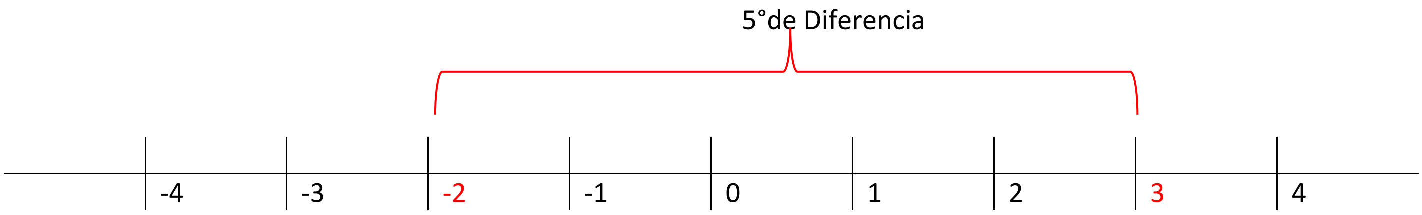
Actividad: Resuelve las siguientes sumas de números enteros:

1) (-4) + (-2)=
2) (-12) + (+13)=
3) (+15) + (+6)=
4) (+23) + (-23)=
5) (-17) + (+17)=
6) (+34) + (+63)=
7) (+1) + (-1)=
8) (-4) + (-5) + (+12)=
9) (-7) + (-3) +(-10)=
10) (-22) + (-14)=

Resta de Números Enteros:

Restar Números enteros es hallar la DIFERENCIA entre ellos. Por ejemplo: Si queremos saber qué diferencia de Temperatura hubo en Bariloche entre ayer y hoy, deberíamos recurrir a la resta.

Ayer: +3°
Hoy: -2°
¿Qué diferencia o Variación hay? Realizamos la Resta: (+3) – (-2)= +5



*Para Restar Números Enteros debemos:

1. Transformar la Resta en Suma
2. Cambiar el Signo del Sustraendo
3. Resolver recordando la Suma de Números Enteros:
4.

- Signos iguales se suman y se coloca el mismo signo
- Signos distintos se restan y se coloca el signo del Número que tiene mayor valor absoluto.

Ejemplos:

(-4) – (+2)= Transformamos la Resta en Suma

(-4) + (-2)= Cambiamos el Signo del Sustraendo, en este caso +2 pasa a ser **-2**

-6 Al tener una suma: recordamos lo explicado en el video de Suma de Números Enteros

(+14) – (-1)=

(+14) + (+1)=

+15

(+12) – (+20)=

(+12) + (-20)=

-8

También se puede decir, que SE LE SUMA AL MINUENDO EL OPUESTO DEL SUSTRAENDO.

¡¡¡Importante!!! Una vez que la RESTA se TRANSFORMA EN SUMA trabajamos con lo aprendido para sumar Números Enteros.

Actividad : Resuelve las siguientes restas de números enteros (Recuerda lo explicado)

1) (-2) – (-5)=
2) (+18) – (+12)=
3) (+4) – (-8)=
4) (-12) – (-1)=
5) (-30) – (+13)=
6) (-14) – (+13)=
7) (+15) – (+9)=
8) (-1) – (+1)=
9) (+23) – (+10)=
10) (-12) – (+13)=

Propiedades de la Resta:

Propiedad Conmutativa: NO SE CUMPLE, ya que no es lo mismo retar

(-3) – (+2)≠ (+2) – (-3) $\neq$ *Significa Distinto o No es Igual*

(-3) + (-2)≠ (+2) + (+3)

- 5 ≠ **+ 5**

Ley de Cierre: Si restamos dos números enteros, obtenemos como resultado otro número Entero.

(-3) - (-2)= (-3) +(+2)= -1 Número Z

Ley del Elemento Neutro: El cero es el elemento Neutro de la Resta, Sólo si figura como Sustraendo.

(-10) – 0 = -10

Sustraendo

Actividad 1: Resuelve las siguientes SUMAS y RESTAS. Identifícalas bien antes de resolver para saber cómo proceder…

1) (-18) – (-15)=
2) (+12) + (+10)=
3) (-5) + (-3) =
4) (+9) – (-1)=
5) (-17) – (+3) =

Actividad 2: Coloca V (Verdadero) o F (Falso) según Corresponda. Justifica lo que es falso.

1) (-3) – (-2) = +5 …….
2) (+12) + (+1)= +13 ………
3) (-1) – (-1) = -2 ……
4) (+11) + (-3) = +8 ………

Actividad 3: Plantea y resuelve

1) La temperatura más alta medida en un congelador ha sido de 4°C bajo cero y la más baja de 26°C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia entre las dos temperaturas?
2) En un kiosco escolar tuvieron $3400 de ganancia en el primer mes, perdieron $837 en el segundo mes y ganaron $2800 en el tercer mes. ¿Tuvieron ganancia o pérdida durante el trimestre? ¿Cuál es el total?
3) Juana tiene una deuda y decide pagar 16 pesos cada mes. ¿Cuál era el importe de la deuda si tarda 10 meses en saldarla?
4) El dueño de un negocio está controlando la caja al final del día. Compró mercadería por $3400, por las ventas obtuvo $4250 y pagó $1100 de impuestos. Si al empezar el día había $450 en la caja, ¿Cuánto dinero tiene?
5) Matías tenía en su cuenta del banco un saldo negativo de $569. Si depositó $2000 y gastó $1480, ¿Cuál es su saldo actual?

Multiplicación de números enteros:

"Desde las 8:00 am, a un tanque vacío se le vierten 28 L de agua cada hora y se le extraen simultáneamente 5 L.

¿Cuántos litros de agua habrá en el tanque a las 11:00 am?"

Una manera de averiguar cuántos litros de agua habrá en el tanque a las 11:00 am, consiste en hacer el cálculo de los litros que se vertieron durante las tres horas y, a esta cantidad, restarle la cantidad de litros que se extrajeron en ese mismo tiempo.

- ✓ Al representar en la recta numérica la cantidad de litros de agua que se vierten en el tanque, se obtiene la *Figura 1*

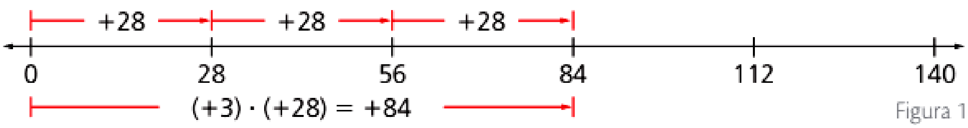


Figura 1

Según lo anterior, después de 3 horas se habrán depositado 84 L de agua en el tanque.

- ✓ Por otra parte, el número de litros que se extraen del tanque puede representarse como en la *Figura 2.*

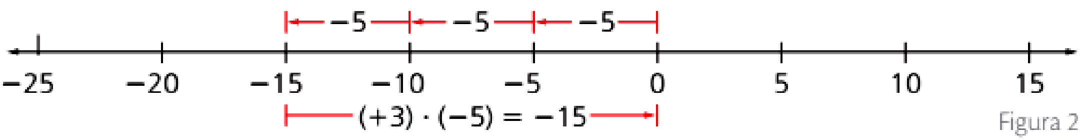


Figura 2

Entonces, al cabo de tres horas habrán salido del tanque 15 L de agua.

- ✓ Finalmente, para calcular la cantidad de litros que habrá en el tanque a las 11:00 am se realiza la resta.

84 L - 15 L= 69 L

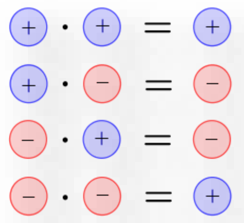
Definición:

Para calcular el ***producto de dos números enteros***, se multiplican los *valores* *absolutos* de los factores y se determina el signo aplicando la REGLA DE SIGNOS.

REGLA DE SIGNOS

Se puede determinar el signo del producto de dos números enteros si se aplica la regla de los signos, que se resume a continuación:

✎ El producto es **positivo** si los factores tienen el mismo signo.



Ejemplos: *Si queremos calcular (+5).(+4) =

Primero multiplicamos los valores absolutos: 5 . 4=20

Luego aplicamos la regla de signos: +.+= +

Entonces: (+5).(+4) =+20

*Si queremos calcular (-6).(-3) =

Primero multiplicamos los valores absolutos: 6 . 3 =18

Luego aplicamos la regla de signos: -.-= +

Entonces: (-6).(-3) =+18

Tener en cuenta:
El signo de la multiplicación (x) se puede reemplazar por el punto (.)
para evitar confusiones con otros signos matemáticos.
Por ejemplo: **7 x 8**
se puede escribir: **7 . 8**

✎ El producto es **negativo** si los factores tienen diferente signo.

Ejemplos: *Si queremos calcular (-5).(+4) =

Primero multiplicamos los valores absolutos: 5 . 4=20

Luego aplicamos la regla de signos: -.+= - Entonces: (-5).(+4) =-20

*Si queremos calcular (+6).(-3) =

Primero multiplicamos los valores absolutos: 6.3=18

Luego aplicamos la regla de signos: +.-= - Entonces: (+6).(-3) =-18

Actividades:

1. Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica la que es falsa.

a) El producto de dos números enteros positivos es otro número entero positivo……………….
b) El producto de dos números enteros negativos es un número entero negativo……………….

c) Si multiplicamos un número entero negativo por un número entero positivo, obtenemos un número entero positivo…………
d) Al multiplicar un número entero positivo por un número entero negativo, se obtiene un número entero negativo…………….

2. Calcula los siguientes productos:
   a) (-8).(-4)=
   b) (-3).(-9)=
   c) (+2).(+15)=
   d) (-7).(+6)=
   e) (+10).(-3)=
   f) (+8).(+7)=
   g) (-1).(+36)=
   h) (-45).(-1)=

División de números enteros

En cierto experimento científico se debe disminuir la temperatura de una sustancia a razón de 3 ºC cada hora.

Si el experimento da inicio con una temperatura de 0 ºC, ¿cuántas horas habrán transcurrido cuando la temperatura alcanza los 24ºC bajo cero?

- ✓ Para resolver la situación, se puede dividir la temperatura final entre la cantidad de grados Celsius en los que disminuye la temperatura cada hora.

  $\boxed{(-24) : (-3) =}$

- ✓ En este caso, se debe dividir una cantidad negativa (ya que la temperatura es **bajo cero** y como vimos en el primer video las temperaturas bajo cero se representan con números negativos) entre otra cantidad negativa (ya que la temperatura **disminuye**).
  Para ello, se efectúa la división del valor absoluto del dividendo entre el valor absoluto del divisor, y al cociente se le coloca signo positivo.

  $\boxed{(-24) : (-3) = +8}$

  Este resultado significa que habrán transcurrido 8 horas desde el inicio del experimento hasta alcanzar la temperatura final.

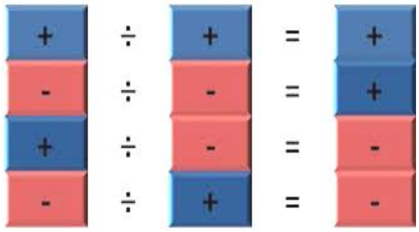
Definición:

Para calcular el ***cociente de dos números enteros***, se divide el *valor absoluto* del dividendo por el valor *absoluto* del divisor y se determina el signo aplicando la REGLA DE SIGNOS.

REGLA DE SIGNOS

Se puede determinar el signo del cociente de dos números enteros si se aplica la regla de los signos, que se resume a continuación. (La regla de signos es la misma que se usa para el producto de Números Z)

El cociente es **positivo** si el dividendo y el divisor tienen el mismo signo.



Ejemplos: (+20) : (+4) = +5

(-16) : (-2) = +8

El cociente es **negativo** si el dividendo y el divisor tienen diferente signo.

Ejemplos: (-25).(+5) = -5

(+36).(-4) = -9

Actividades:

1. Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica la que es falsa.

a) El cociente de dos números enteros positivos es otro número entero negativo…………….

b) El cociente de dos números enteros negativos es un número entero positivo……………….

c) Si dividimos un número entero negativo por un número entero positivo, obtenemos un número entero negativo………….

d) Al dividir un número entero positivo por un número entero negativo, se obtiene un número entero positivo………..

2. Calcula los siguientes cocientes:

   a) (+20) : (-5) =
   b) (-26) : (-2) =
   c) (-15) : (+1) =
   d) (+24) : (+6) =
   e) (-27) : (+3) =

Algunas Propiedades de la Multiplicación:

La multiplicación cumple con las siguientes propiedades:

*Ley de cierre: si multiplicamos dos o más números enteros, obtenemos como resultado otro número entero. Ejemplo: (-3) . (+4)= -12 →**-12** es un número Z negativo

*Propiedad conmutativa: El orden de los factores no altera el Producto.

Ejemplo: (-3) . (+4)= (+4) .(-3)

-12 = -12

*Propiedad Asociativa: Al agrupar de diferentes maneras los factores, el resultado no varía.

Ejemplo: (-3) . (-4) . (-2) = -24

[(-3) . (-4)] . (-2) = (-3) .[(-4) . (-2)]

+12 . (-2) = (-3) . (+8)

-24 = -24

*Elemento Neutro: Si multiplicamos cualquier número entero por 1, el resultado es el mismo número. Ejemplo: (-4) .**1** = -4

*Elemento Absorbente: Si multiplicamos por cero cualquier número entero, el producto se anula. (Es igual a cero). Ejemplo: (-4) .**0**= 0

*Propiedad Distributiva: Ejemplo: (-3 + 4 -5) . (+2)= (-3) . (+2) + (+4) . (+2) + (-5) . (+2)

= -6 + (+8) + (-10)

= **+8 +(– 16) = -8**

Se agrupan positivos y negativos. El único positivo es 8 y los negativos suman 16. (Recuerden, signos iguales se suman y se coloca el mismo signo).

Observación: la propiedad distributiva de la multiplicación, se verifica a derecha e izquierda.

Algunas Propiedades de la División:

Es importante mencionar algunas propiedades que **NO** CUMPLE la división, como:

*Ley de cierre: ya que no siempre que se dividan dos números Z el resultado será otro número Z.

Por ejemplo: 2: 4= 0,50 → NO ES UN NÚMERO Z

Importante: recordemos la condición para que una división en Z sea posible:

"el dividendo debe ser múltiplo del divisor"

Divisor

4 : 2 = 2 Cociente

Dividendo

Resto: cero

*Propiedad Conmutativa: si el dividendo y el divisor invierten su orden, el resultado cambia. Por ejemplo: 2: 4= 0,50 y 4 : 2 = 2

Una de las propiedades que **SÍ** CUMPLE, es LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA:

*Propiedad Distributiva: Ejemplo: (14 + 7 – 21) : (-7) = 14 : (-7) + (+7) : (-7) + (-21) : (-7)

= -2 + (-1) + (+3)

= +3 - 3 = → 0

Se agrupan positivos y negativos. El único positivo es 3 y los negativos suman 3. (Recuerden, signos iguales se suman y se coloca el mismo signo).

Observación: la propiedad distributiva de la división, se verifica sólo a la derecha.

Ejercitación: Resuelve Aplicando Propiedad Distributiva de la multiplicación o división según corresponda:

1) (+3) . (-4 + 6 -1)=
2) (5 – 7 + 4) . (-3) =
3) 2 . (-5 + 4 +2) =
4) (10 – 5) : (-5) =
5) (12 + 18 – 21) : (+3)=
6) (-8 + 14 + 12) : (-2)=

Recuerden: Si un número NO TIENE EL SIGNO ESCRITO, ES POSITIVO.

Actividades de fijación

Completa con el número que verifique la igualdad:

1) ……….. - (-1) = 9
2) – 3 + (-7) = ………
3) ………. + (-2) + (-1) = -7
4) 3 - ……….= 6
5) 2 + (-10) = ………
6) -8 - ……… = 0

Marca con un círculo el resultado correcto:

1) 7 – (7 – 2) : (-5) =	-8	6	8
2) -15 : (-1 -2) – (-4) =	-1	4	9
3) (2 – 3 . 4) : 5 – 7 . (-1) =	-9	5	9
4) 8 : (-8) + 15 . 0 -42 =	-43	-41	-24

Calcula las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva:

1) 3 . (1 – 6 +12) =
2) (9 – 27 -33) :3=
3) (12 + 3 -15) . (-2)=

4) Plantea y resuelve:
1) En un depósito hay 800 L de agua. Por la parte superior un tubo vierte en el depósito 25L por minuto, y por la parte inferior por otro tubo salen 30L por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de 15 minutos de funcionamiento?

2) Un jefe de familia constituida por dos adultos y un menor tiene un ingreso mensual de $85000. Durante el mes de mayo tuvo los siguientes gastos:

Internet: $1200
Cable: $1100
Seguro de Auto: $4000
Seguro de Casa: $1200
Teléfono: $2000
Luz: $3650
Carnicería: $10000
Supermercado: $21000
Tienda: $10000
Viajes: $ 15000
Librería: $ 1200
Farmacia: $5200
Otros: $5000

a) ¿Cuánto suman los gastos de Mayo?
b) Se propone ahorrar $20000 por mes. ¿Puede hacerlo este mes? ¿Por qué? ¿Cuánto le faltaría para llegar a los $20000?
c) ¿Cuántos meses debería ahorrar si en promedio puede ahorrar lo mismo que este mes y quiere comprar una máquina que cuesta $42000?
d) Si comenzó a ahorrar en mayo de 2022, ¿en qué mes podrá realizar la compra?

………

ECUACIONES

*Una **ecuación** es una **igualdad** donde aparece un valor desconocido llamado **incógnita** (que se representa con una letra).*

$$\boldsymbol{x+9=15} \qquad \boldsymbol{-2+a=-10} \qquad \boldsymbol{m-8=5}$$

- Los **miembros** de una ecuación son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.
- Los **términos** de una ecuación son los **sumandos** que forman los **miembros** de una **ecuación**.

Primer miembro ↑ $\overline{2x-3} = \overline{3x+2}$ ↑ Segundo miembro

↘ ↓ ↓ ↙ Términos

- **Resolver una ecuación** es encontrar el valor o los valores que ha de tomar la variable o incógnita para que se cumpla la igualdad.
- **Verificar una ecuación** consiste en reemplazar el valor o los valores encontrados en ella para comprobar si la igualdad se cumple.

Para resolver una ecuación debemos despejar la incógnita (dejarla sola), aplicando las propiedades de las operaciones y respetando el orden de prioridad. Para ello utilizamos esta regla práctica:

"En una ecuación, todo número o expresión algebraica puede pasarse de un miembro a otro con la operación contraria".

Ejemplos:

- $x+5=3$

Para despejar la incógnita (x) debemos pasar el 5 que está sumando en el primer miembro al segundo miembro con la operación contraria, o sea restando:

$$x = 3 - 5$$

$$x = -2$$

- $2.x = -6$

Para despejar la incógnita (x) debemos pasar el 2 que está multiplicando en el primer miembro al segundo miembro con la operación contraria, o sea dividiendo:

$$x = -6 : 2$$

$$x = -3$$

- $-7 = -3 + x$

Para despejar la incógnita (x) debemos pasar el 3 que está restando en el primer miembro al segundo miembro con la operación contraria, o sea sumando:

$$-7 + 3 = +x$$
$$-4 = x$$

- $x : 3 = -10$

Para despejar la incógnita (x) debemos pasar el 3 que está dividiendo en el primer miembro al segundo miembro con la operación contraria, o sea:

$$x = -10 . 3$$
$$x = -30$$

Verificación

Podemos verificar si el valor que obtuvimos al resolver la ecuación cumple con la igualdad, reemplazando la incógnita en la ecuación por el valor obtenido.

En los ejemplos anteriores:

- En $x + 5 = 3$ obtuvimos que $x = -2$;
  entonces reemplazamos:
  $$-2 + 5 = 3$$
  Resolvemos: $3 = 3$
  Y comprobamos que se cumple la igualdad.

- En $-7 = -3 + x$ obtuvimos que $x = -4$;
  Entonces reemplazamos:
  $$-7 = -3 + (-4)$$
  Resolvemos: $-7 = -7$

  Y comprobamos que se cumple la igualdad.

- En $2.x = -6$ obtuvimos que $x = -3$;
  entonces reemplazamos:
  $2.(-3) = -6$

  Resolvemos: $-6 = -6$
  Y comprobamos que se cumple la igualdad.

- $En\ x : 3 = -10$ obtuvimos que $x = -30$;
  Entonces reemplazamos:
  $$(-30) : 3 = -10$$
  Resolvemos: Resolvemos: $-10 = -10$
  Y comprobamos que se cumple la igualdad.

Cuando en un ejercicio tenemos más de una incógnita (x); debemos "agruparlas" en un mismo miembro y luego resolver. Por ejemplo:

$5x - 2 = 4x + 8$
$5x - 4x = 8 + 2$
$1x = 10$
$x = 10 : 1$
$x = 10$

Recordar: Cuando no hay signo escrito entre un número y una letra, en realidad HAY UN POR.
Ejemplo:
$1x$ es $1.x$
$5x$ es $5.x$

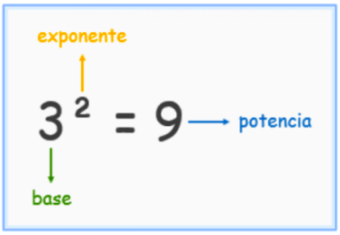
Actividades de Fijación

1. La expresión $\mathbf{9a - 4}$ es una ecuación?
2. ¿Cuál es la solución de $\mathbf{3x + 10 = 34}$?
3. Las ecuaciones $\mathbf{5x + 9 = 34}$ $\mathbf{y}$ $\mathbf{5x = 25}$, ¿son equivalentes?
4. Resolver y verificar las siguientes ecuaciones:
   a) $5x + 18 = -32$
   b) $x + 7x + 12 = -13.4$
   c) $x - 12 - 6x = -18 + 6$
   d) $4x - 8x - 4.9 = -x - 3x - 12.3$
   e) $5.(x + 4) = 55$
   f) $3.(x - 6) = 27$

Potenciación de Números Enteros (Z)

La potenciación es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

La potenciación permite calcular multiplicaciones tales como:



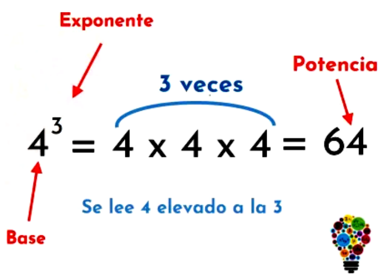
$4.4.4 = 4^3$ $\qquad\qquad$ $3.3 = \ 3^2$

El factor que se repite se denomina *base*; el número que indica la cantidad de veces que se repite la base se llama *exponente*, y el resultado, *potencia*.

Es decir:

$a^n \ = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ **n veces.**

La base, a, es el factor que se repite. El exponente, n, indica el número de veces que se repite la base.



Por ejemplo:

- $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
- $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$
- $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$
- $1^9 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

Veamos qué pasa cuando la base es un número negativo. Por ejemplo:

a) $(-3)^2 = (-3).(-3) = 9$
b) $(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$
c) $(-2)^8 = (-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2) = 256$
d) $(-2)^9 = (-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2).(-2) = -512$

¿Qué relación podemos observar entre el signo de la potencia y el exponente?

Como vemos en los ejemplos anteriores todas las potencias que dan como resultado un número negativo, sus exponentes son números impares, volvé a mirar los ejemplos b) y d). En cambio, si los exponentes son números pares, como el ejemplo a) y c) sus resultados son siempre números positivos.

Por lo tanto se puede decir en general que:

Si la **base es negativa** y el exponente **par**, el valor de la potencia será **positivo**.

Pero si la **base es negativa** y el exponente es **impar**, el valor de la potencia será **negativo**.

BASE	EXPONENTE	SIGNO DE LA POTENCIA
Positiva (+)	Par o impar	Positivo (+)
Negativa (-)	Par	Positivo (+)
	Impar	Negativo (-)

Es importante aclarar que esta regla de signos se deduce de la regla de signos de la multiplicación y de la definición de potenciación.

Casos particulares

- Si el exponente es 1, la Potencia es igual a la base. Ejemplo: $\mathbf{(+5)^1 = +5}$; $\mathbf{(-12)^1 = (-12)}$

- Todo número elevado a la Potencia cero, ES IGUAL A UNO. Ejemplo: $\mathbf{(+25)^0 = 1}$; $\mathbf{(-72)^0 = 1}$

*Excepto si la base es cero, es decir, 0^0 es una indeterminación y NO SE PUEDE RESOLVER.

- Cero elevado a cualquier potencia, (distinta de Cero) SIEMPRE es cero. Ejemplo: $\mathbf{0^{15} = 0}$; $\mathbf{0^4 = 0}$

- El 1 elevado a cualquier potencia siempre es 1. Ejemplo: $\mathbf{1^5 = 1}$; $\mathbf{1^{24} = 1}$

Observación: si la base es -1, el valor absoluto de la potencia sería 1, pero el signo se analiza de acuerdo al exponente.

Ahora observa estas dos potencias:

$-2^8 = -\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -256$

$(-2)^8 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 256$

Como podes observar **-2^8 no es igual a $(-2)^8$**

<u>Propiedades de la Potenciación en Z</u>

1- PROPIEDAD UNIFORME: si ambos miembros de una igualdad se elevan a un mismo exponente, la igualdad de mantiene.

Ejemplo: $(-5) = (-5)$

$(-5)^2 = (-5)^2 \quad \rightarrow \quad 25 \quad = \quad 25$

2- PROPIEDAD DISTRIBUTIVA:

- La potenciación ***NO*** es distributiva con respecto a la suma y a la resta:

  Ejemplo: $(3+2)^2 \neq (3)^2 + (2)^2$

  $(5)^2 \neq 9 + 4$

  25 ≠ 13

  Correcto - Incorrecto

- La potenciación ***SI*** es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división: $\boldsymbol{(a.b)^n = a^n.b^n}$ $\boldsymbol{(a:b)^n = a^n:b^n}$

Ejemplos: $(7.\ 3)^2 = 7^2.\ 3^2$

$(21)^2 = 49\,.9$

441 = 441

$(12:4)^3 = (12)^3:(4)^3$

$3^3 = 1728 : 64$

27 = 27

3- POTENCIA DE POTENCIA: para resolver una potencia de otra potencia, se coloca la misma base y se ***MULTIPLICAN*** los exponentes. $\boldsymbol{(a^n)^p = a^{n.p}}$

Ejemplo: $[(-3)^3]^2 = (-3)^{3.2} = (-3)^6 = 729$

4- PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE: para resolver un producto de potencias de igual base, se coloca la misma base y se ***SUMAN*** los exponentes: $\boldsymbol{a^n . a^p = a^{n+p}}$

Ejemplo: $(-2)^2 . (-2) . (-2)^3 = (-2)^{2+1+3} = (-2)^6 = 64$

5- COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE: para resolver un cociente de potencias de igual base, se coloca la misma base y se ***RESTAN*** los exponentes. : $\boldsymbol{a^n : a^p = a^{n-p}}$

Ejemplo: $(-4)^5 : (-4)^4 = (-4)^{5-4} = (-4)^1 = -4$

OBSERVACIÓN: LA POTENCIA DE EXPONENTE 1, NO SE ESCRIBE.

Actividades

1. Teniendo en cuenta la definición, resuelve las siguientes potencias.
   a) $(-3)^2$=
   b) $(+3)^2$=
   c) $(-4)^3$=
   d) $(-2)^5$=

2. Resuelve aplicando propiedades cuando sea posible:
   a) $(-3)^2 . (-3) . (-3)^2 =$
   b) $[(-7)^2]^0 =$
   c) $(9 : 1)^2 =$
   d) $(-25)^3 : (-25)^2 =$
   e) $(-8)^5 : (-8)^3 =$

3. Observa la siguiente tabla y completa según corresponda:

$(-2)^3 =$	$(-5)^2 =$	$(-7)^3 =$	$(-132)^0 =$
$(\quad)^4 = 16$	$(\quad)^3 = -27$	$(+10) \;\; = 1$	$-6^2 =$
$(12)^1 =$	$(-1)^{122} =$	$(-1)^{19} =$	$-3^2 =$

4. Unir cada potencia con el resultado correcto:

$(-3)^3$	1
$(-2)^8$	-125
$(+3)^3$	$+100$
$(-5)^3$	1
$(+10)^2$	$+27$
$(-1)^{14}$	$+35$
$(-36)^0$	-27
$(+35)^1$	$+256$

- Resuelve las siguientes potencias:

1. $(-1)^{17} =$
2. $(+250)^1 =$
3. $(-4)^3 =$
4. $(-15)^0 =$
5. $0^3 =$
6. $(-1)^{20} =$
7. $(-6)^2 =$
8. $(+1)^5 =$

- Expresa como una sola potencia: (Aplicando las propiedades, ejemplo: $(a^5)^4 = a^{20}$)

1. $a^5.b^5.c^5 = (\quad)$
2. $2^5.2^6.2^4.2 =$
3. $a^{18}:a^{12} =$
4. $(-5)^7:(-5)^4.(-5) =$
5. $[(-2)^2]^2 =$
6. $\{[(-6)^2]^7\}^0 =$

***Realiza una revisión de potenciación de números enteros y sus propiedades y resuelve:**

1. Calcular las siguientes potencias:

a) $(-\mathbf{5})^{\mathbf{2}} =$
b) $(-\mathbf{7})^{\mathbf{2}} =$
c) $(-\mathbf{2})^{\mathbf{3}} =$
d) $(-\mathbf{1})^{\mathbf{7}} =$
e) $(+\mathbf{1})^{\mathbf{5}} =$
f) $(-\mathbf{10})^{\mathbf{2}} =$
g) $(-\mathbf{11})^{\mathbf{0}} =$
h) $(-\mathbf{26})^{\mathbf{1}} =$
i) $(\mathbf{0})^{\mathbf{4}} =$
j) $(+\mathbf{3})^{\mathbf{4}} =$
k) $-\mathbf{5}^{\mathbf{2}} =$

2. Teniendo en cuenta las propiedades de la potencia, marcar con una **X** las igualdades correctas.

a) $(\mathbf{5.3})^{\mathbf{2}} = \mathbf{5}^{\mathbf{2}}.\mathbf{3}^{\mathbf{2}}$ ☐

b) $(-\mathbf{5})^{\mathbf{2}}.(-\mathbf{5})^{\mathbf{3}} = (-\mathbf{5})^{\mathbf{6}}$ ☐

c) $(-\mathbf{7})^{\mathbf{25}}:(-\mathbf{7})^{\mathbf{23}} = (-\mathbf{7})^{\mathbf{2}}$ ☐

d) $(-\mathbf{4}+\mathbf{3})^{\mathbf{2}} = (-\mathbf{4})^{\mathbf{2}} + \mathbf{3}^{\mathbf{2}}$ ☐

e) $[(-\mathbf{8})^{\mathbf{4}}]^{\mathbf{0}} = \mathbf{1}$ ☐

f) $[(-\mathbf{3})^{\mathbf{5}}]^{\mathbf{2}} = (-\mathbf{3})^{\mathbf{7}}$ ☐

g) $(-\mathbf{9})^{\mathbf{3}}.(-\mathbf{9})^{\mathbf{5}} = (-\mathbf{9})^{\mathbf{8}}$ ☐

Radicación.

La Radicación es una operación contraria a la Potenciación en la que se busca la base de la potencia. Sus partes son:

Índice

Signo Radical $\rightarrow$ $\sqrt[3]{\underbrace{(-8)}_{\text{Radicando}}} = -2 \rightarrow$ Raíz

Para resolver una raíz se debe encontrar un número (raíz) que elevado al índice de como resultado el radicando.

Miremos algunos ejemplos:

$\sqrt{36} = 6\; porque\; (+6)^2 = 36$; $\sqrt[3]{27} = 3\; porque\; (+3)^3 = 27$; $\sqrt{4} = 2\; porque\; (+2)^2 = 4$

Se lee: Raíz cuadrada de 36 — Se lee: Raíz cúbica de 27 — Se lee: Raíz cuadrada de 4

Observación: en la raíz cuadrada, el índice 2 NO SE ESCRIBE

Signos de la Radicación en Z:

$\sqrt[par]{(+)} = +$ y/o $-$ (dos raíces)

$\sqrt[par]{(-)} =$ número imaginario

$\sqrt[impar]{(+)} = +$

$\sqrt[impar]{(-)} = -$

*La raíz de índice par y radicando positivo, TIENE DOS SOLUCIONES de igual valor absoluto y signos contrarios. Por ejemplo: $\sqrt{36} = \pm 6\; porque\; (+6)^2 = 36\;\; y\; (-6)^2 = 36$ (Aunque sólo utilizamos la positiva o aritmética que es la que nos da la calculadora).

*La raíz de índice Par y Radicando negativo NO TIENE SOLUCIÓN EN Z. Esto es porque no existe un número que elevado a una potencia par de un resultado negativo. (Miramos el ejemplo anterior)

*La raíz de índice impar y radicando positivo tiene una ÚNICA SOLUCIÓN POSITIVA. Por ejemplo: $\sqrt[3]{27} = 3\; porque\; (+3)^3 = 27$

*La raíz de índice impar y radicando negativo tiene una ÚNICA SOLUCIÓN NEGATIVA. Por ejemplo: $\sqrt[3]{(-27)} = -3\; porque\; (-3)^3 = -27$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN EN Z

1- RAIZ DE RAIZ: Para resolver una raíz de otra raíz, colocamos el mismo RADICANDO y MULTIPLICAMOS los índices.

Ej: $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2\; y - 2$

2- PROPIEDAD DISTRIBUTIVA CON RESPECTO A LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN:

Ej: $\sqrt{16 : 4} = \sqrt{16} : \sqrt{4}$	$\sqrt[3]{8 . (-27)} = \sqrt[3]{8} . \sqrt[3]{-27}$
$\sqrt{4} = 4 : 2$	$\sqrt[3]{-216} = 2 . (-3)$
2 = 2	-6 = -6

*La radicación SOLO se puede distribuir con la MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN, **NO** con la suma y la resta.

*Las recíprocas de las distributivas para la multiplicación y la división también se cumplen:

Ej: $a)\; \sqrt[3]{5} . \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5.25} = \sqrt[3]{125} = 5$

$b)\ \sqrt{80} : \sqrt{20} = \sqrt{80 : 20} = \sqrt{4} = 2$

CONTRAEJEMPLO: La radicación es distributiva con la multiplicación y la división, salvo el caso en el que el índice sea Par y el Radicando con factores negativos:

Ej: $\sqrt{(-16).(-9)} \neq \sqrt{-16}\,.\sqrt{-9}$

$\sqrt{144} \neq Sin\ solución\ en\ Z$

3- La radicación no es Cerrada en Z, es decir, **NO CUMPLE LA LEY DE CIERRE**, ya que las raíces de números enteros, no siempre dan como resultado otro número entero.

4- **SIMPLIFICACIÓN DE ÍNDICE Y EXPONENTE**: La simplificación de índice y exponente solo es posible en el conjunto de Nº Naturales (N). Ej: $\sqrt[4]{16^2} = \sqrt{16} = 4$

Resuelve las siguientes raíces. (No olvides la regla de signos)

1) $\sqrt{81} =$

2) $\sqrt[3]{(-64)} =$

3) $\sqrt{16} =$

4) $\sqrt{100} =$

5) $\sqrt{-81} =$

6) $\sqrt[3]{64} =$

7) $\sqrt[5]{32} =$

8) $\sqrt[5]{(-32)} =$

Resuelve aplicando propiedades, cuando sea posible.

1) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

2) $\sqrt[3]{\sqrt{729}} =$

3) $\sqrt[3]{(-27):(-27)} =$

4) $\sqrt{9+16} =$

5) $\sqrt[3]{72-8} =$

6) $\sqrt{25.9} =$

OPERACIONES COMBINADAS CON POTENCIAS Y RAÍCES

Para resolver un cálculo combinando todas las operaciones estudiadas, seguimos estos pasos:

1. *Se separa en términos.*
2. *Se resuelven las potencias y las raíces.*
3. *Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.*
4. *Se resuelven las sumas y restas.*

$$\sqrt{\mathbf{81}}.\mathbf{3} + \mathbf{32}:\mathbf{2} - \mathbf{7}.\mathbf{2}^{\mathbf{2}} =$$
$$\mathbf{9}.\mathbf{3} + \mathbf{16} - \mathbf{7}.\mathbf{4} =$$
$$\mathbf{27} + \mathbf{16} - \mathbf{28} = \mathbf{15}$$

1) *Se separa en términos:* $(-\mathbf{7}+\mathbf{2})^{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{16}+\mathbf{8}.\mathbf{6}} - (-\mathbf{45}:\mathbf{9}+\mathbf{4})^{\mathbf{3}} =$

$(-\mathbf{5})^{\mathbf{2}} + \sqrt{\mathbf{16}+\mathbf{48}} - (-\mathbf{5}+\mathbf{4})^{\mathbf{3}} =$

2) *Se resuelven las potencias y las raíces* $\mathbf{25} + \sqrt{\mathbf{64}} - (-\mathbf{1})^{\mathbf{3}} =$

$\mathbf{25} + \mathbf{8} - (-\mathbf{1}) =$

3) *Se resuelven las sumas y restas* $\mathbf{25} + \mathbf{8} + \mathbf{1} = \mathbf{34}$

1. Separar en términos y resolver las siguientes operaciones:
   1. $(-4)^3 + \sqrt[3]{-125} - (-6)^3 - \sqrt{225} =$
   2. $\sqrt[5]{-8-24} + (-15+7+6)^2 - 0:2 =$
   3. $(-16)^0 - (-5)^2.\ 8:4 + \sqrt[3]{-8} =$
   4. $(-8)^1 + \sqrt{100} - \sqrt[3]{-27}\,.\sqrt[3]{-64} =$

2. Los siguientes cálculos están **<u>mal resueltos</u>**, marca los errores cometidos con un color y resuelve correctamente

$\sqrt{100-36} - (-4)^3.(-2) =$	$\cancel{\sqrt{}}(-4)^{\cancel{2}} + (-5-7):(-1-1) =$	$\sqrt{(-36).(-9)} - (-2\,.3)^3 =$
10 – 6 – (-64) . (-2) =	-4 + (-12) : (-2) =	(-6) . (-3) – (-8) . 27 =
10 – 6 – 128 = - 124	-4 + 6 = 2	18 + 216 = 234

ECUACIONES CON POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

Cuando vimos el concepto de ecuación enunciamos una regla práctica que aplicamos para resolverlas:

"En una ecuación, todo número o expresión algebraica puede pasarse de un miembro a otro con la operación contraria".

Esta misma regla nos va a permitir resolver ecuaciones que tengan potencias y raíces, teniendo en cuenta que estas operaciones son contrarias.

Siempre tenemos que mirar qué operación es la que afecta a la incógnita

Veamos algunos ejemplos:

- Si la incógnita está afectada por una potencia de exponente par — $x^2 = 25$ — $x^4 = 256$
  El exponente pasa a ser el índice de la raíz en el otro miembro — $x = \sqrt{25}$ — $x = \sqrt[4]{256}$
  Se resuelven las raíces — $x = \pm 5$ — $x = \pm 4$

- Si la incógnita está afectada por una potencia de exponente impar — $x^3 = 125$ — $x^5 = -32$
  El exponente pasa a ser el índice de la raíz en el otro miembro — $x = \sqrt[3]{125}$ — $x = \sqrt[5]{-32}$
  Se resuelven las raíces — $x = 5$ — $x = -2$

- Si la incógnita está afectada por una raíz — $\sqrt{x} = 7$ — $\sqrt[3]{x} = -4$
  El índice pasa a ser el exponente del otro miembro — $x = 7^2$ — $x = (-4)^3$
  Se resuelven las potencias — $x = 49$ — $x = -64$

- Si tenemos — $(x+3)^2 = 16$
  Primero pasamos la potencia como raíz al otro miembro — $(x+3) = \sqrt[2]{16}$
  y resolvemos — $(x+3) = 4$
  El 3 que está sumando, pasa al otro miembro restando — $x = 4 - 3$
  $x = 1$

Si tenemos $\sqrt{x} - 8 = -3$

Primero pasamos el 8 al otro miembro $\sqrt{x} = -3 + 8$

$\sqrt{x} = 5$

El índice pasa a ser el exponente del otro miembro $x = 5^2$

$x = 25$

Resolver las siguientes ecuaciones y verificar:

1. $x^2 = 9$
2. $\sqrt[3]{x} = -4$
3. $x^2 + 11 = 47$
4. $x^3 - 10 = -37$
5. $\sqrt{x} - 15 = -7$
6. $\sqrt{x - 14} = 9$
7. $(x-9)^3 : 3 = 9$
8. $x^2 : 27 = 3$
9. $7 . x^2 = 112$
10. $\sqrt{9.x} : 8 - 4) = -3$

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN – 1° Trimestre

CONSIGNAS: A continuación, encontrarás una grilla (cuadro) donde en la primera columna figuran 10 (diez) criterios que las docentes tuvimos en cuenta para que evalúes tu desempeño en este trimestre. Seleccionas UNA de las cuatro opciones que tiene cada indicador, marcando con una cruz.

Recuerda que de cada criterio, sólo una celda podrás elegir.

	Siempre	**La mayoría de las veces**	**Pocas veces**	**Nunca**
1-¿Interpreto las consignas dadas por la docente?				
2-¿Utilizo adecuadamente las herramientas y materiales?				
3-¿Cumplí con los plazos establecidos?				
4-¿Comprendí los temas desarrollados?				
5-¿Participé activamente de las clases?				
6-¿Incorporé el vocabulario específico del taller de economía y matemática I?				
7-¿He respetado los tiempos de trabajo de mis compañeros?				
8-¿Me he esforzado en superar mis dificultades?				
9-¿He aprovechado las clases para aclarar dudas?				
10-¿Me siento satisfecho (a) con el trabajo realizado?				

Para tener en cuenta:

<u>**AUTOEVALUACIÓN**</u>: Es la valoración que realiza el alumno sobre sus actuaciones académicas, a fin de determinar sus **LOGROS, FORTALEZAS y LIMITACIONES**. Esta forma de participación le permitirá desarrollar su capacidad de autocrítica y fomentar valores como la responsabilidad y la honestidad entre otros.

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN – 2° Trimestre

CONSIGNAS: A continuación, encontrarás una grilla (cuadro) donde en la primera columna figuran 10 (diez) criterios que las docentes tuvimos en cuenta para que evalúes tu desempeño en este trimestre. Seleccionas UNA de las cuatro opciones que tiene cada indicador, marcando con una cruz.

Recuerda que de cada criterio, sólo una celda podrás elegir.

	Siempre	La mayoría de las veces	Pocas veces	Nunca
1-¿Interpreto las consignas dadas por la docente?				
2-¿Utilizo adecuadamente las herramientas y materiales?				
3-¿Cumplí con los plazos establecidos?				
4-¿Comprendí los temas desarrollados?				
5-¿Participé activamente de las clases?				
6-¿Incorporé el vocabulario específico del taller de economía y matemática I?				
7-¿He respetado los tiempos de trabajo de mis compañeros?				
8-¿Me he esforzado en superar mis dificultades?				
9-¿He aprovechado las clases para aclarar dudas?				
10-¿Me siento satisfecho (a) con el trabajo realizado?				

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN – 3° Trimestre

CONSIGNAS: A continuación, encontrarás una grilla (cuadro) donde en la primera columna figuran 10 (diez) criterios que las docentes tuvimos en cuenta para que evalúes tu desempeño en este trimestre. Seleccionas UNA de las cuatro opciones que tiene cada indicador, marcando con una cruz.

Recuerda que de cada criterio, sólo una celda podrás elegir.

	Siempre	**La mayoría de las veces**	**Pocas veces**	**Nunca**
1-¿Interpreto las consignas dadas por la docente?				
2-¿Utilizo adecuadamente las herramientas y materiales?				
3-¿Cumplí con los plazos establecidos?				
4-¿Comprendí los temas desarrollados?				
5-¿Participé activamente de las clases?				
6-¿Incorporé el vocabulario específico del taller de economía y matemática I?				
7-¿He respetado los tiempos de trabajo de mis compañeros?				
8-¿Me he esforzado en superar mis dificultades?				
9-¿He aprovechado las clases para aclarar dudas?				
10-¿Me siento satisfecho (a) con el trabajo realizado?				