



1st European Mathematical Olympiad

Language: **Lithuanian**

Day: **2**

2026 m. balandžio 26 d.,
sekmadienis

5 uždavinys. Tegū $n \geq 4$ yra natūralusis skaičius. Raskite visus tokius teigiamų realiųjų skaičių x_1, x_2, \dots, x_n rinkinius, kad

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_2x_3 + 1, \\ x_2 + x_3 = x_3x_4 + 1, \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = x_nx_1 + 1, \\ x_n + x_1 = x_1x_2 + 1. \end{cases}$$

6 uždavinys. Nustatykite visus natūraliuosius skaičius $n \geq 2$, turinčius tokią savybę: kiekvienam teigiamam skaičiaus n dalikliui d visų kitų skaičiaus n teigiamų daliklių sandauga yra tikslusis laipsnis.

Tikslusis laipsnis yra skaičius, užrašomas pavidalu a^b kuriems nors natūraliesiems $a \geq 1$ ir $b \geq 2$.

7 uždavinys. Tegū ABC yra smailusis trikampis, kuriam $AB < AC$. Taškas M dalija atkarpą BC pusiau. Atkarpose AC ir AB atitinkamai pažymėti tokie taškai E ir F , kad trikampio MEF apibrėžtinis apskritimas liečia tiesę BC . Trikampių AEF ir ABC apibrėžtiniai apskritimai kertasi taške $P \neq A$. Pažymėtas toks trikampio AEF apibrėžtinio apskritimo taškas Q , kad tiesės AQ ir BC yra statmenos.

Įrodykite, kad trikampio MEF apibrėžtinio apskritimo centras yra tiesėje PQ .

8 uždavinys. Iškilajam daugiakampiui \mathcal{P} jo krašto taškų aibę žymėkime \mathcal{B} . Funkcija $f: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$ yra *europietiška*, jei ji turi tokias savybes:

- (i) $f(f(X)) = X$ visiems taškams $X \in \mathcal{B}$;
- (ii) tiesių atkarpos $Yf(Y)$ ir $Zf(Z)$ turi bendrą tašką, esantį griežtai šio daugiakampio viduje, visiems taškams $Y, Z \in \mathcal{B}$.

Koks yra didžiausias toks realusis skaičius c , kad kiekvienam iškilajam daugiakampiui \mathcal{P} ir kiekvienai atitinkamai europietiškai funkcijai f egzistuoja toks taškas $W \in \mathcal{B}$, kad tiesės atkarpos $Wf(W)$ ilgis yra ne mažesnis nei \mathcal{P} perimetras, padaugintas iš c ?