



1st European Mathematical Olympiad

Language: **Latvian**

Day: **2**

Svētdiena, 26. aprīlis 2026

Uzdevums 5. Dots naturāls skaitlis $n \geq 4$. Atrast visus pozitīvus reālus skaitļus x_1, x_2, \dots, x_n , kam izpildās

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_2x_3 + 1 \\ x_2 + x_3 = x_3x_4 + 1 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = x_nx_1 + 1 \\ x_n + x_1 = x_1x_2 + 1. \end{cases}$$

Uzdevums 6. Noteikt visus naturālus skaitļus $n \geq 2$, kam piemīt šāda īpašība: katram skaitļa n pozitīvam dalītājam d izpildās, ka visu pārējo skaitļa n pozitīvo dalītāju reizinājums ir naturāla skaitļa pakāpe.

Naturāla skaitļa pakāpe ir skaitlis formā a^b , kur $a \geq 1$ un $b \geq 2$ ir naturāli skaitļi.

Uzdevums 7. Dots šaurleņķu trijstūris ABC , kurā $AB < AC$. Punkts M ir malas BC viduspunkts. Punkti E un F ir attiecīgi izvēlēti uz malām AC un AB tā, ka trijstūrim MEF apvilkta riņķa līnija pieskaras BC . Trijstūru AEF un ABC apvilktais riņķa līnijas krustojas punktā $P \neq A$. Punkts Q atrodas uz trijstūrim AEF apvilktais riņķa līnijas, pie tam taisne AQ ir perpendikulāra BC .

Pierādīt, ka trijstūrim MEF apvilktais riņķa līnijas centrs atrodas uz PQ .

Uzdevums 8. Izliektam daudzstūrim \mathcal{P} ar \mathcal{B} apzīmējam punktu kopu, kas veido \mathcal{P} malas. Funkciju $f: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$ saucim par *Eiropieisku*, ja tai izpildās nosauktās īpašības:

- (i) $f(f(X)) = X$ visiem punktiem $X \in \mathcal{B}$;
- (ii) nogriežņiem $Yf(Y)$ un $Zf(Z)$ ir kopīgs punkts, kas atrodas strikti daudzstūra iekšienē, visiem punktiem $Y, Z \in \mathcal{B}$.

Kāds ir lielākais iespējamais reālais skaitlis c , ka jebkuram izliektam daudzstūrim \mathcal{P} un jebkurai Eiropieiskai funkcijai f var atrast punktu $W \in \mathcal{B}$, kuram nogriežņa $Wf(W)$ garums ir vismaz c reizes \mathcal{P} perimetrs?