



1st European Mathematical Olympiad

Language: Georgian

Day: 2

Sunday, April 26, 2026

ამოცანა 5: დაუშვათ $n \geq 4$ მთელი რიცხვია. იპოვეთ ყველა დადებითი ნამდვილი რიცხვი x_1, x_2, \dots, x_n რომლებიც აკმაყოფილებენ სისტემას:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_2 x_3 + 1 \\ x_2 + x_3 = x_3 x_4 + 1 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = x_n x_1 + 1 \\ x_n + x_1 = x_1 x_2 + 1 \end{cases}$$

ამოცანა 6: იპოვეთ ყველა დადებითი მთელი $n \geq 2$ რიცხვი, რომელსაც აქვს შემდეგი თვისება: n -ის ყველა დადებითი d გამყოფისთვის, ამ d გამყოფის გარდა n -ის ყველა სხვა გამყოფის ნამრავლი წარმოადგენს სრულყოფილ ხარისხს. ჩვენ ვამბობთ, რომ რიცხვი სრულყოფილი ხარისხია თუ ის არის a^b სახის, სადაც $a \geq 1$ და $b \geq 2$ მთელი რიცხვებია.

ამოცანა 7: ABC მახვილკუთხა სამკუთხედაა, სადაც $AB < AC$. M არის BC გვერდის შუაწერტილი. ვთქვათ, E და F წერტილები შესაბამისად AC და AB მონაკვეთების ისეთი წერტილებია რომ MEF სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი ეხება BC -ს. AEF და ABC სამკუთხედებზე შემოხაზული წრეწირები იკვეთებიან $P \neq A$ წერტილში. ვთქვათ Q არის AEF -ზე შემოხაზულ წრეწირზე მდებარე ისეთი წერტილი, რომ AQ მართობულია BC -სი. დაამტკიცეთ, რომ PQ გადის MEF სამკუთხედის შემოხაზულ წრეწირის ცენტრზე.

ამოცანა 8: ამოზნექილი P მრავალკუთხედისთვის B იყოს მის საზღვარზე მდებარე წერტილთა სიმრავლე. ფუნქციას $f: B \rightarrow B$ ვუწოდოთ ევროპული თუ ის აკმაყოფილებს შემდეგ თვისებებს:

- (i) $f(f(X)) = X$ ყველა $X \in B$;
- (ii) $Yf(Y)$ და $Zf(Z)$ მონაკვეთებს აქვთ საერთო წერტილი რომელიც მკაცრად მდებარეობს მრავალკუთხედის შიგნით ყველა $Y, Z \in B$.

იპოვეთ ისეთი ნამდვილი c რიცხვის უდიდესი მნიშვნელობა, რომ ნებისმიერი ამოზნექილი P მრავალკუთხედისთვის და f ევროპული ფუნქციისთვის მოიძებნოს $W \in B$, რომ $Wf(W)$ მონაკვეთის სიგრძე სულ მცირე c -ჯერ აღემატებოდეს P -ს პერიმეტრს.