



1st European Mathematical Olympiad

Language: **Estonian**

Day: **2**

Pühapäev, 26. aprill 2026

Ülesanne 5. Olgu $n \geq 4$ positiivne täisarv. Leia kõik positiivsed reaalarvud x_1, x_2, \dots, x_n , nii et

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_2x_3 + 1 \\ x_2 + x_3 = x_3x_4 + 1 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = x_nx_1 + 1 \\ x_n + x_1 = x_1x_2 + 1. \end{cases}$$

Ülesanne 6. Leia kõik positiivsed täisarvud $n \geq 2$, millel on järgmine omadus: arvu n iga positiivse jagaja d korral on arvu n kõigi teiste positiivsete jagajate korrutis täisaste.

Arv on täisaste, kui ta esitub kujul a^b mingite täisarvude $a \geq 1$ ja $b \geq 2$ korral.

Ülesanne 7. Teravnurkses kolmnurgas ABC kehtib $AB < AC$. Olgu M lõigu BC keskpunkt. Olgu E ja F punktid vastavalt külgedel AC ja AB , nii et kolmnurga MEF ümberringjoon puutub sirget BC . Kolmnurkade AEF ja ABC ümberringjooned lõikuvad punktis $P \neq A$. Olgu Q selline punkt kolmnurga AEF ümberringjoonel, et AQ on risti sirgega BC .

Tõesta, et sirge PQ läbib kolmnurga MEF ümberringjoone keskpunkti.

Ülesanne 8. Kumera hulknurga \mathcal{P} korral tähistagu \mathcal{B} kõigi hulknurga \mathcal{P} külgedel ja tippudes asuvate punktide hulka. Funktsiooni $f: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$ nimetatakse *euroopalikuks*, kui see rahuldab järgmisi omadusi:

- (i) $f(f(X)) = X$ iga $X \in \mathcal{B}$ korral;
- (ii) Sirglõigud $Yf(Y)$ ja $Zf(Z)$ lõikuvad hulknurga sisemuses mis tahes punktide $Y, Z \in \mathcal{B}$ korral.

Leia suurim reaalarv c , nii et iga kumera hulknurga \mathcal{P} ja euroopaliku funktsiooni f korral leidub punkt $W \in \mathcal{B}$ nii, et sirglõigu $Wf(W)$ pikkus on vähemalt sama suur kui c korda hulknurga \mathcal{P} ümbermõõt.