



1st European Mathematical Olympiad

Language: Albanian (KSV)

Day: 2

E diel, 26 Prill, 2026

Problemi 5. Le të jetë $n \geq 4$ një numër natyror. Gjeni të gjithë numrat realë pozitivë x_1, x_2, \dots, x_n të tillë që

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_2x_3 + 1 \\ x_2 + x_3 = x_3x_4 + 1 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = x_nx_1 + 1 \\ x_n + x_1 = x_1x_2 + 1. \end{cases}$$

Problemi 6. Gjeni të gjithë numrat natyrorë $n \geq 2$ me vetinë në vijim: për çdo pjesëtues pozitiv d të n -së, prodhimi i të gjithë pjesëtuesve të tjerë të n -së është fuqi e plotë.

Fuqi e plotë është numri i formës a^b ku $a \geq 1$ dhe $b \geq 2$ janë numra të plotë.

Problemi 7. Le të jetë ABC një trekëndësh këndngushtë me $AB < AC$. Le të jetë M mesi i segmentit BC . Le të jenë E dhe F pika në segmentet AC dhe AB , përkatësisht, të tilla që rrethi i jashtëshkruar i trekëndëshit MEF është tangjent në BC . Rrathët e jashtëshkruar të trekëndëshave AEF dhe ABC priten në pikën $P \neq A$. Le të jetë Q një pikë në rrethin e jashtëshkruar të trekëndëshit AEF e tillë që AQ është normale në BC .

Vërtetoni se PQ kalon nëpër qendrën e rrethit të jashtëshkruar të trekëndëshit MEF .

Problemi 8. Për një shumëkëndësh të mysët (konveks) \mathcal{P} , le të jetë \mathcal{B} bashkësia e pikave në vijën e kufirit të \mathcal{P} . Një funksion $f: \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$ është *Evropian* nëse plotëson kushtet në vijim:

- (i) $f(f(X)) = X$ për të gjitha pikat $X \in \mathcal{B}$;
- (ii) Segmentet $Yf(Y)$ dhe $Zf(Z)$ kanë një pikë të përbashkët saktësisht brenda shumëkëndëshit, për të gjitha pikat $Y, Z \in \mathcal{B}$.

Sa është numri më i madh real c i tillë që për çfarëdo shumëkëndëshi të mysët (konveks) \mathcal{P} dhe funksion Evropian f , ekziston një pikë $W \in \mathcal{B}$ e tillë që gjatësia e segmentit $Wf(W)$ është të paktën c herë sa perimetri i \mathcal{P} ?