Problemi 5. Le të jetë $n \geqslant 4$ një numër natyror. Gjeni të gjithë numrat realë pozitivë $x_1, x_2, \ldots, x_n$ të tillë që

$$\begin{cases} x_1 + x_2 &= x_2x_3 + 1 \\ x_2 + x_3 &= x_3x_4 + 1 \\ &\vdots \\ x_{n-1} + x_n &= x_nx_1 + 1 \\ x_n + x_1 &= x_1x_2 + 1. \end{cases}$$

Problemi 6. Gjeni të gjithë numrat natyrorë $n \geqslant 2$ me vetinë në vijim: për çdo pjesëtues pozitiv d të n-së, prodhimi i të gjithë pjesëtuesve të tjerë të n-së është fuqi e plotë.

Fuqi e plotë është numri i formës a^b ku $a \geqslant 1$ dhe $b \geqslant 2$ janë numra të plotë.

Problemi 7. Le të jetë ABC një trekëndësh këndngushtë me $AB < AC$. Le të jetë M mesi i segmentit BC. Le të jenë E dhe F pika në segmentet AC dhe AB, përkatësisht, të tilla që rrethi i jashtëshkruar i trekëndëshit MEF është tangjent në BC. Rrathët e jashtëshkruar të trekëndëshave AEF dhe ABC priten në pikën $P \neq A$. Le të jetë Q një pikë në rrethin e jashtëshkruar të trekëndëshit AEF e tillë që AQ është pingule në BC.

Vërtetoni se PQ kalon në qendrën e rrethit të jashtëshkruar të trekëndëshit MEF.

Problemi 8. Për një shumëkëndësh të mysët (konveks) $\mathcal{P}$, le të jetë $\mathcal{B}$ bashkësia e pikave në vijën e kufirit të $\mathcal{P}$. Një funksion $f\colon \mathcal{B} \to \mathcal{B}$ është *Evropian* nëse plotëson kushtet në vijim:

(i) $f(f(X)) = X$ për të gjitha pikat $X \in \mathcal{B}$;

(ii) Segmentet $Yf(Y)$ dhe $Zf(Z)$ kanë një pikë të përbashkët saktësisht brenda shumëkëndëshit, për të gjitha pikat $Y, Z \in \mathcal{B}$.

Sa është numri më i madh real c i tillë që për çfarëdo shumëkëndshi të mysët (konveks) $\mathcal{P}$ dhe funksion Evropian f, ekziston një pikë $W \in \mathcal{B}$ e tillë që gjatësia e segmentit $Wf(W)$ është të paktën c herë sa perimetri i $\mathcal{P}$?

Koha: 4 orë e 30 minuta.
Çdo problem vlen 7 pikë.