



# 1st European Mathematical Olympiad

Language: **Latvian**

Day: **1**

*Sestdiena, 25. aprīlis 2026*

**Uzdevums 1.** Atrast visus naturālus skaitļus  $n$ , kam izpildās šāda īpašība: kopu  $\{1, 2, \dots, 2n-1, 2n\}$  ir iespējams sadalīt divās apakškopās  $\mathcal{A}$  un  $\mathcal{B}$ , kurām nav kopīgu elementu un katrā ir  $n$  elementi, pie tam  $\mathcal{A}$  elementu summa ir dalītājs  $\mathcal{B}$  elementu summai.

**Uzdevums 2.** Trijstūrī  $ABC$  uz malas  $AC$  atlikti nesakrītoši punkti  $K$  un  $L$  tā, ka  $\angle ABK = \angle CBL$ . Stari  $BK$  un  $BL$ , kuri nav perpendikulāri  $AC$ , attiecīgi krusto trijstūrim  $ABC$  apvilktu riņķa līniju otru reizi punktos  $K_1$  un  $L_1$ . Punkti  $K_2$  un  $L_2$  attiecīgi atrodas uz trijstūrim  $ABC$  apvilktās riņķa līnijas pieskarēm, kas novilkta punktos  $K_1$  un  $L_1$ , pie tam  $\angle BKK_2 = \angle BLL_2 = 90^\circ$ .

Pierādīt, ka punkti  $A$ ,  $C$ ,  $K_2$ , un  $L_2$  atrodas uz vienas riņķa līnijas.

**Uzdevums 3.** Dots naturāls skaitlis  $n \geq 2$ . Eirolandē ir  $n$  pilsētas, kurām katru pilsētu pāri savieno tieši lidojumi abos virzienos. Katram pilsētu pārim imperators izvēlas pozitīvu cenu, kura ir vienāda abos virzienos. Divām dažādām pilsētām  $A$  un  $B$  ar  $D(A, B)$  apzīmējam lidojumu skaitu lētākajā maršrutā starp tām; ja ir vairāki šādi maršruti, tad  $D(A, B)$  tiek izvēlēts kā garākais no tiem.

Katrai  $n$  vērtībai noteikt, kāda ir lielākā iespējamā  $D(A, B)$  vidējā vērtība, ņemot visus dažādu pilsētu pārus  $(A, B)$ , ko imperators var panākt.

**Uzdevums 4.** Ar  $\mathbb{N}$  apzīmējam naturālo skaitļu kopu. Atrast visas funkcijas  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , kurām vienlaicīgi izpildās nosauktās īpašības:

- (i)  $f(mn) = f(m)f(n)$  visiem naturāliem skaitļiem  $m$  un  $n$ ;
- (ii) eksistē tāds naturāls skaitlis  $c$ , ka  $f(n) \leq n^c$  visiem naturāliem skaitļiem  $n$ ;
- (iii) skaitļi  $f(n) + m$  un  $f(m) + n + 1$  ir savstarpēji pirmskaitļi visiem naturāliem skaitļiem  $m$  un  $n$ .