



1st European Mathematical Olympiad

Language: Armenian

Day: 1

Շաբաթ, Ապրիլի 25, 2026թ.

Խնդիր 1. Գտեք բոլոր n բնական թվերը, որոնք օժտված են հետևյալ հատկությամբ. $\{1, 2, \dots, 2n - 1, 2n\}$ բազմությունը հնարավոր է բաժանել հարմար չունեցող երկու հարմար n փոքրանոց A և B բազմությունների, որ B բազմության փոքրերի գումարը բաժանվի A բազմության փոքրերի գումարի վրա:

Խնդիր 2. Տրված ABC եռանկյան AC կողմի վրա ընտրված են իրարից փոքր K և L կետերն այնպես, որ $\angle ABK = \angle CBL$: Նայարնի է, որ BK և BL ճառագայթներն ուղղահայաց չեն AC -ին, և երկրորդ անգամ հարմար են ABC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծը համապատասխանաբար K_1 և L_1 կետերում: Դիցուք K_2 և L_2 կետերը նշված են ABC եռանկյանն արտագծած շրջանագիծին համապատասխանաբար K_1 և L_1 կետերում փոխված շոշափողների վրա այնպես, որ $\angle BKK_2 = \angle BLL_2 = 90^\circ$:

Ապացուցեք, որ A, C, K_2, L_2 կետերը գտնվում են մի շրջանագծի վրա:

Խնդիր 3. Դիցուք $n \geq 2$ բնական թիվ է: Եվրոլանդիա երկրում կա n քաղաք, և յուրաքանչյուր երկու քաղաքներ կապված են մեկից մյուսը մեկնող ուղիղ ճանապարհով: Քաղաքների յուրաքանչյուր զույգի համար արքան որոշում է դրական թիվ՝ դրանք կապող ճանապարհների գինը, որը նույնն է երկու ուղղությունների համար: A և B իրարից փոքր քաղաքների համար $D(A, B)$ -ով նշանակենք մեկից մյուսը ամենաէժեք ճանապարհի թափանցանքի քանակը. եթե կան մի քանի այդպիսի ճանապարհներ, ապա $D(A, B)$ -ով նշանակենք դրանցից ամենաերկարի թափանցանքի քանակը:

Արքան դիտարկում է իրարից փոքր քաղաքների բոլոր (A, B) զույգերի համար $D(A, B)$ թվերի միջինը: Կամայական n թվի համար գտեք այդ միջինի ամենամեծ հնարավոր արժեքը, որն արքան կարող է սպանալ:

Խնդիր 4. Դիցուք \mathbb{N} -ը բնական, այսինքն՝ դրական ամբողջ թվերի բազմությունն է: Գտեք բոլոր $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ֆունկցիաները, որոնք միաժամանակ բավարարում են հետևյալ պայմաններին.

- (i) $f(mn) = f(m)f(n)$ բոլոր բնական m և n թվերի համար,
- (ii) Գոյություն ունի այնպիսի c բնական թիվ, որ $f(n) \leq n^c$ բոլոր բնական n թվերի համար,
- (iii) $f(n) + m$ և $f(m) + n + 1$ թվերը փոխադարձաբար պարզ են բոլոր բնական m և n թվերի համար: