



LES POSTULATS CONSTITUTIFS DE LA GESTION DU PORTEFEUILLE DE TITRES

*Les fondamentaux de la mécanisation et
l'automatisation de la neurotransmission
synaptique réciproque*



Table des matières

<i>1. Le prototype L-1690-b-2,71828.....</i>	<i>7</i>
<i>2. Introduction.....</i>	<i>8</i>
<i>3. Postulat.....</i>	<i>11</i>
<i>4. Analyse.....</i>	<i>13</i>
a. Préambule.....	13
b. Une loi mixte théorisée.....	14
c. Variables réelles.....	16
d. Une loi mixte vérifiée.....	17
<i>I. Données réelles de marché en date du 14 avril 2023.....</i>	<i>17</i>



II. Analyse des données réelles de marché du 14 avril 2023.....	19
III. Données brutes.....	21
e. Une loi normale d'entropie maximale.....	22
5. Une fonction pour une équation dérivée différentielle.....	24
1. Une fonction exponentielle.....	24
a. Inverses des factorielles.....	24
b. Une f exponentielle réelle.....	26
c. Composition de f dans $\mathbb{N} \times$ domaines compatibles.....	26
2. Une équation polynomiale.....	29
d. D'une équation cubique.....	29
e. Au crible de la géométrie euclidienne.....	32
IV. Deux séries entières de n domaines de définition en weekly (idem pour intraday en annexe).....	32
V. Résolution de l'équation par fonction polynomiale unique composée.....	33
f. A une équation quintique.....	34



6. Numérisation.....	36
3. Théorème de Lax.....	36
f. Élimination de Gauss-Jordan.....	37
g. Récursivité.....	37
VI. En listes liées (linked list).....	38
i. List.....	38
ii. Prolong.....	38
iii. Map.....	39
iv. Ins.....	39
v. Concat.....	39
VII. En arbre binaire.....	40
7. Conclusion.....	44
8. Appendix.....	46
4. ETD.....	46



5. <i>Mark-To-Market</i>	50
6. <i>Lois discrètes</i>	52
7. <i>Lois absolument continues</i>	54
8. <i>Séries entières intraday</i>	56
9. <i>Pivot de Gauss</i>	57
10. <i>Couverture</i>	58
11. <i>Portefeuille d'autofinancement</i>	59



1. Le prototype L-1690-b-2,71828



1

1 *Courrier de Leibniz à Huygens en 1690 postulant qu'en logarithmique $b = 2,71828...$ b devint ensuite e (Euler)*



2. *Introduction*

Parasynthèse du MtM² sur n futures³ de sous-jacents d'actions - à volatilité strikée initialement sur n vega notionnels - par morphémisation dérivationnelle substituant au suffixe Market le terme Model afin de conceptualiser un MtMdl (Mark-to-Model) qui exclut les dimensions de volatilités stochastiques des règles de calcul d'EDP⁴ en démontrant un postulat ergodique⁵ dans un portefeuille de valeurs mobilières sous-jacentes négociées sur des marchés réglementés (non dérivées) - compartimentées dans des positions en nombres préalablement indéfinis et dans lesquelles les quantités, les volumes et les montants des transactions effectuées hors engagement contractuel avec n contreparties - dont la variance réalisée reste acquise -

2 *Mark-to-Market : mesure quotidienne d'écart de la valeur liquidative par rapport au closing de la veille pour appel de marge (net value Δ for margin call @ end-of-day)*

3 *Futures : type de forwards (contrats à terme) échangeables non entre deux parties mais sur des marchés financiers ouverts et anonymes à transparence de prix sur classes d'actifs de diverses natures (actions, énergie, devises, commodities, taux d'intérêt, météorologie, etc.)*

4 *EDP : Équations différentielles avec pour solutions des fonctions inconnues composées de n variables vérifiant n conditions de leurs Dérivées Partielles*

5 *Hypothèse formulée par Ludwig Boltzmann en 1871 pour la théorie cinétique des gaz selon laquelle les molécules roses arbitrairement disposées initialement finissent par se répartir uniformément*



dépendent de l'évolution constante et ininterrompue des variables identifiées et circonscrites dans le périmètre d'un modèle prédéfini assurant son propre hedging par un équilibrage ininterrompu de prises de positions, d'opérations d'averaging up ou down ou de leur débouclage sans contraintes de maturité ni de terme.

En d'autres termes :

Appliquer les méthodes de valorisation à un instant t de portefeuille de contrats à terme par calcul estimatif du prix d'exercice de l'option de leur vente ou rachat anticipés (avant le terme du contrat des produits dérivés d'un actif réel appelé sous-jacent) à la gestion d'un unique portefeuille d'actions par une société qui ne négocie pas de produits dérivés mais uniquement des produits réels (en l'occurrence des actions d'entreprises cotées) à partir desquels sont fabriqués les produits dérivés.

- ◆ Un objectif initial de rentabilité du portefeuille estimée à sa constitution par son gestionnaire ; objectif de rentabilité ensuite ré-évalué au début de chaque nouvel exercice social par l'assemblée des détenteurs de parts.
- ◆ Portant sur des montants d'investissement inconnus à l'avance, en constante et continue évolution – tant positive que négative - eu égard la nature variable du capital de la société gérante du portefeuille



(nouveaux apports par des associés entrants ou retrait de capitaux par des apporteurs préalablement associés).

- ◆ A partir desquels sont réalisées des opérations d'achats ou de ventes d'actions émises par des sociétés cotées sur des marchés réglementés (contrôlés ou surveillés).
- ◆ En l'absence de prévisibilité quant à la variabilité du capital social requérant une anticipation des oscillations aléatoires par une modélisation complexe pour anticiper les variations des montants comptabilisables au bilan comme actif circulant correspondant à l'investissement en portefeuille fluctuant à la hausse ou à la baisse jusqu'au terme de l'exercice annuel.

Évaluation par référence à un modèle

Dispositif de Bâle III, CAP50.6

« Compte tenu du fait que l'approche standard ne permet pas de rendre compte de tous les risques de marché, car cela nécessiterait un régime excessivement complexe, la RRAO assure une couverture suffisante des risques de marché pour les instruments précisés au paragraphe 258. Le calcul de la RRAO est décrit au paragraphe 264 »

Dispositif de Bâle III, MAR20.4



3. *Postulat*

Adaptation d'un modèle à volatilité stochastique standard ⁶ pour :

n entrées d'actifs non dérivés (actions)

$$\begin{cases} dX_t = \mu X_t dt + \sigma_t X_t dW_t \\ \sigma_t = f(Y_t) \\ dY_t = \alpha(m - Y_t) dt + \beta d\hat{Z}_t \end{cases}$$

dX_t : le Δ (distance) entre l'instant t et l'instant d de l'action

μ : le rendement instantané de l'action, soit son prix de marché

σ_t : valeur à l'instant t de la volatilité de l'action mesurant l'intensité du bruit $\sigma_t X_t dW_t$ de l'action

⁶ J.-P. FOUQUE, G. PAPANICOLAOU, K.R. SIRCAR, *Derivatives in Financial Markets with Stochastic Volatility*, Cambridge University Press, 2000



Hypothèse

- ✕ W n'est présentement et paradoxalement considéré ici comme un mouvement brownien standard mais un mouvement de lois mixtes dans lequel une première loi discrète tend à rejoindre par convergence une seconde loi continue de type uniforme selon le processus de Martov.
- ✕ La volatilité σ est un processus d'une dérivée quartique d'une équation quintique déterminant le processus Y .
- ✕ La fonction f étant définie sur $\mathbb{C}] \mathbb{R}_0, \mathbb{R}_n[$ à valeurs strictement positives, nonobstant sa propre composition $f \circ f$ sur n domaines de définitions compatibles de densité $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.
- ✕ Y demeure un processus d'Ornstein-Uhlenbeck⁷ de moyenne à long-terme m et de variance à long-terme $\frac{\beta^2}{2\alpha}$ pris en compte à la marge dans le modèle LeomB pour couverture du risque résiduel.
- ✕ $\hat{Z}$ n'est également pas ici considéré comme un mouvement brownien standard de la même façon que W n'est lui non plus pas admis comme tel.
- ✕ $\hat{Z}$ est corrélé de façon quasiment continue et infinitésimalement constante à W .
- ✕ **$\hat{Z}$ et W sont tous les deux considérés comme dépendants et infinitésimalement non stochastiques.**

⁷ *Le processus d'Ornstein-Uhlenbeck est un processus gaussien à variance bornée admettant une distribution de probabilité stationnaire, contrairement au processus de Wiener.*



4. *Analyse*⁸

a. Préambule

En théorie, la formulation algébrique à construire ne devrait permettre la fabrication du composant algorithmique nécessaire à la production d'un prototype utilisable, employable et exploitable en raison des modèles probabilistiques sur lesquels elle devrait reposer puisque :

- La formule de calcul à prétention infinitésimale serait élaborée à partir d'une analyse complète de fonctions variables complexes composantes d'une équation différentielle dérivable qui relèvent par définition du domaine des lois discrètes.
 - Alors que la nature même de l'analyse numérique permettant la production de l'algorithme est d'appartenir au domaine des lois continues.
- Dès lors, l'intervention des lois discrètes devrait rendre impossible l'élaboration d'un schéma numérique consistant et stable (c.f. [*Théorème de Lax*](#))

⁸ ἀναλόειν



Cependant

b. Une loi mixte théorisée

Le périmètre de construction du modèle par le bureau d'étude de LeomB intègre une loi de probabilités qui n'est ni uniquement discrète, ni absolument continue, ni strictement singulière mais *mixte*.

Soit une loi de probabilité P qui se décompose en une combinaison linéaire d'une [loi continue](#) P_c et d'une [loi discrète](#) P_d .

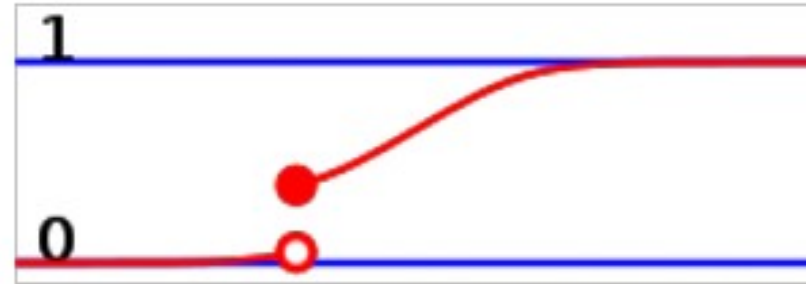
Si à P_d est appliqué le théorème de décomposition de Lebesgue, cette loi continue mixte de probabilités réelles se décompose alors en une combinaison linéaire de deux lois continues, l'une P_{ac} est absolument continue et l'autre P_s est singulière. Sa décomposition s'écrit :

$$P = \alpha P_d + (1 - \alpha) P_c = \alpha P_d + \beta P_{ac} + \gamma P_s$$

Avec $\alpha, \beta, \gamma \in [0, 1]$ et $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

Et avec (α, β, γ) ensemble

Alors $P(\Omega) = 1$



Cette loi mixte de probabilité réelle mélange une loi discrète, définie par ses atomes $\{x_k, k \in \mathbb{N}\}$ et sa fonction de masse p , avec une loi absolument continue de densité f :

$$P(dx) = \alpha f(x) dx + (1 - \alpha) \sum_{k \in \mathbb{N}} p(x_k) \delta_{x_k}(dx)$$

où $\alpha \in]0, 1[$



c. Variables réelles

Le socle de l'algorithme repose sur n variables des marchés boursiers d'actions considérées comme des entiers naturels ⁹ :

1. *Le prix* ¹⁰
2. *Le volume* ¹¹
3. *Le temps* ¹²
4. *La prévisibilité* ¹³
5. *La lisibilité* ¹⁴
6. *La liquidité* ¹⁵

9 Entiers Naturels potentielles variables de f continue dans $\mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ et extensibles par densité de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$

10 A décimales finies sur les marchés réglementés, non transcendant

11 Nombre d'actions échangées par transaction

12 Transactions au format YYYY/MM/DD hh:mm:ss

13 La réalisation effective anticipée et prévisible par modélisation des ordres en carnets

14 La volatilité anticipée schématisée pour chaque type d'actifs en fonction des types et natures d'opérateurs de marchés à partir d'ensembles spécifiques et catégorisés de variables regroupées par cohérence et pertinence

15 Les processus d'Ornstein-Uhlenbeck de gestion du cash non investi en portefeuille



d. Une loi mixte vérifiée

I. Données réelles de marché en date du 14 avril 2023

PRODUCT ↑	SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S ⋮ Derichebourg	C DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,275	EUR	527,50	7,555	-8,50	-1,58%	-228,00 (-30,17%)	-206,77	12:11:25 ● R ⋮
B S ⋮ Korian	C KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,675	EUR	387,15	15,075	-8,70	-2,19%	-487,20 (-55,72%)	-490,83	12:11:31 ● R ⋮
PRODUCT ↑	SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S ⋮ Derichebourg	C DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,255	EUR	525,50	7,555	-10,50	-1,95%	-230,00 (-30,44%)	-208,77	13:43:46 ● R ⋮
B S ⋮ Korian	C KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,665	EUR	386,57	15,075	-9,28	-2,34%	-487,78 (-55,78%)	-491,41	13:42:44 ● R ⋮
PRODUCT ↑	SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S ⋮ Derichebourg	C DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,265	EUR	526,50	7,555	-9,50	-1,77%	-229,00 (-30,31%)	-207,77	13:57:39 ● R ⋮
B S ⋮ Korian	C KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,66	EUR	386,28	15,075	-9,57	-2,41%	-488,07 (-55,82%)	-491,70	13:57:14 ● R ⋮
PRODUCT ↑	SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S ⋮ Derichebourg	C DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,265	EUR	526,50	7,555	-9,50	-1,77%	-229,00 (-30,31%)	-207,77	14:03:02 ● R ⋮
B S ⋮ Korian	C KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,695	EUR	388,31	15,075	-7,54	-1,90%	-486,04 (-55,58%)	-489,67	14:03:39 ● R ⋮
PRODUCT ↑	SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S ⋮ Derichebourg	C DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,255	EUR	525,50	7,555	-10,50	-1,95%	-230,00 (-30,44%)	-208,77	14:11:39 ● R ⋮
B S ⋮ Korian	C KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,69	EUR	388,02	15,075	-7,83	-1,97%	-486,33 (-55,62%)	-489,96	14:11:45 ● R ⋮



PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,19	EUR	519,00	7,555	-17,00	-3,17%	-236,50 (-31,30%)	-215,27	15:04:00 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,67	EUR	386,86	15,075	-8,99	-2,27%	-487,49 (-55,75%)	-491,12	15:04:41 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,215	EUR	521,50	7,555	-14,50	-2,70%	-234,00 (-30,97%)	-212,77	15:29:51 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,685	EUR	387,73	15,075	-8,12	-2,05%	-486,62 (-55,65%)	-490,25	15:30:01 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,205	EUR	520,50	7,555	-15,50	-2,89%	-235,00 (-31,10%)	-213,77	16:41:38 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,70	EUR	388,60	15,075	-7,25	-1,83%	-485,75 (-55,55%)	-489,38	16:41:24 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,185	EUR	518,50	7,555	-17,50	-3,26%	-237,00 (-31,37%)	-215,77	16:59:53 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,69	EUR	388,02	15,075	-7,83	-1,97%	-486,33 (-55,62%)	-489,96	16:59:20 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,21	EUR	521,00	7,555	-15,00	-2,79%	-234,50 (-31,03%)	-213,27	17:05:59 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,69	EUR	388,02	15,075	-7,83	-1,97%	-486,33 (-55,62%)	-489,96	17:05:33 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,205	EUR	520,50	7,555	-15,50	-2,89%	-235,00 (-31,10%)	-213,77	17:08:12 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,70	EUR	388,60	15,075	-7,25	-1,83%	-485,75 (-55,55%)	-489,38	17:08:36 ● R

PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,21	EUR	521,00	7,555	-15,00	-2,79%	-234,50 (-31,03%)	-213,27	17:19:16 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,705	EUR	388,89	15,075	-6,96	-1,75%	-485,46 (-55,52%)	-489,09	17:19:09 ● R

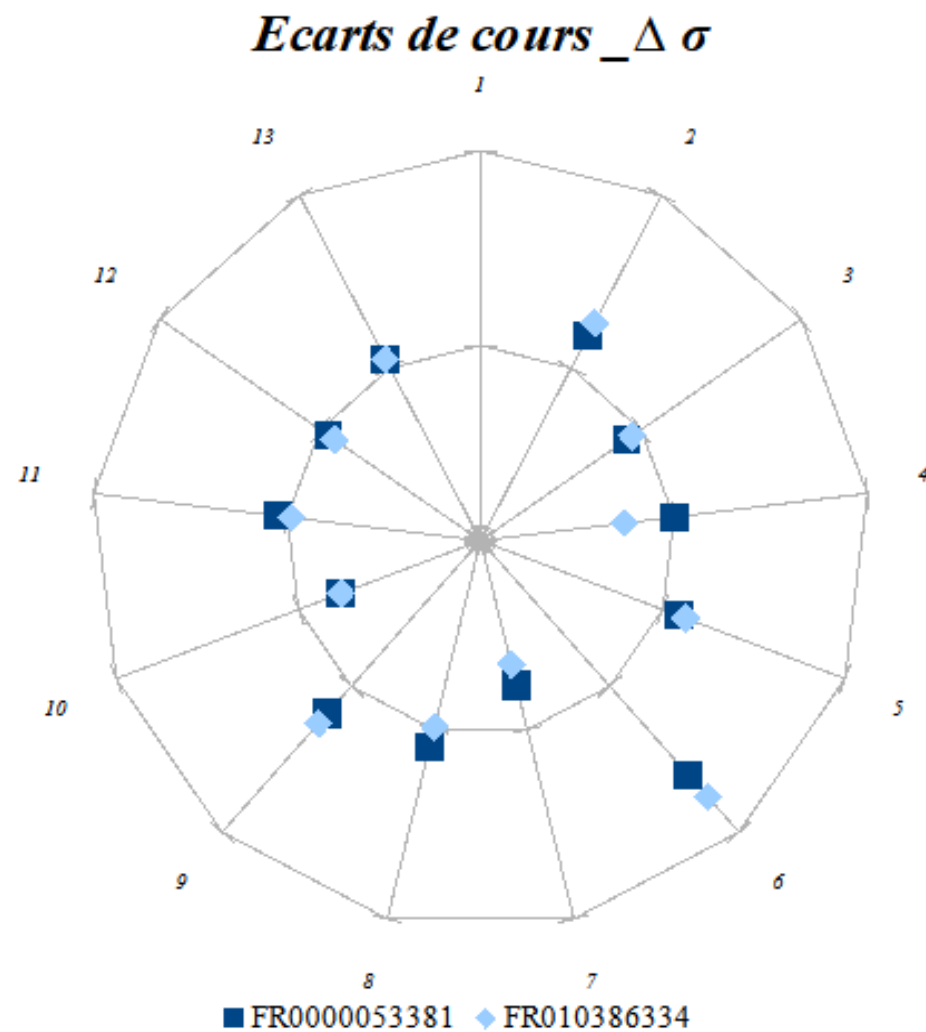
PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L€ ?	LAST ?
B S :: Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,205	EUR	520,50	7,555	-15,50	-2,89%	-235,00 (-31,10%)	-213,77	17:19:55 ● R
B S :: Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,705	EUR	388,89	15,075	-6,96	-1,75%	-485,46 (-55,52%)	-489,09	17:19:30 ● R

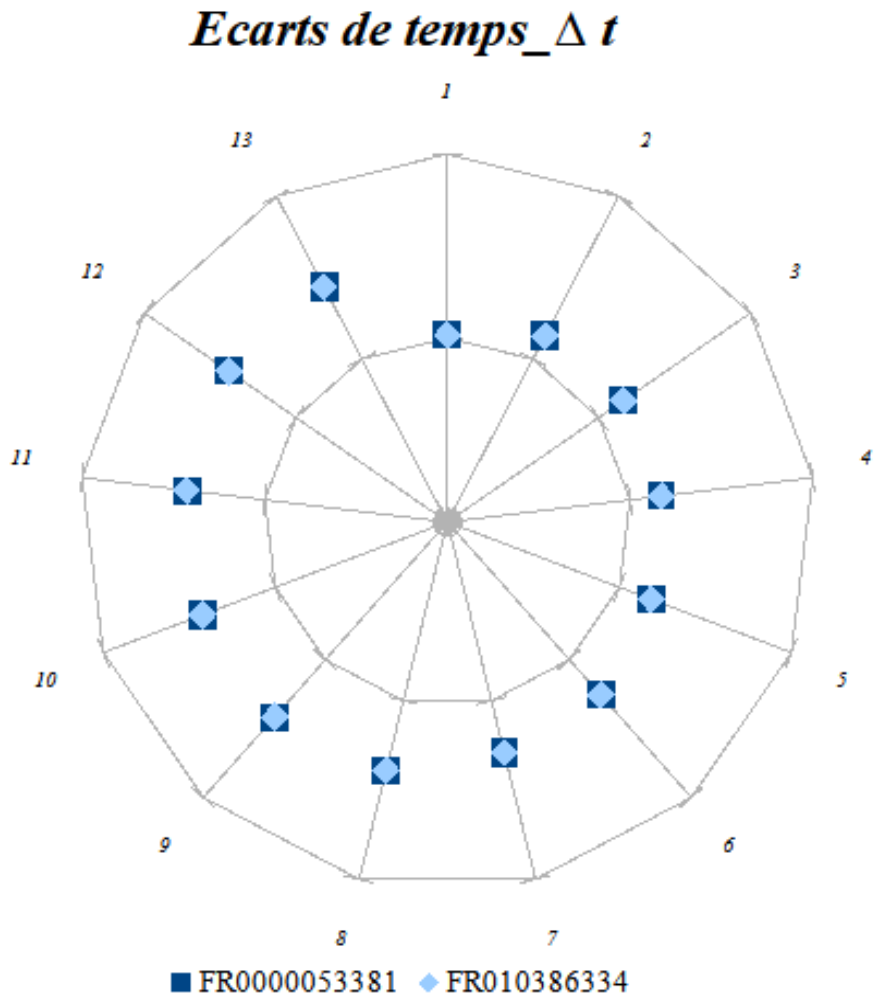


PRODUCT ↑		SYMBOL ISIN	EXCHANGE	QTY	PRICE	CURR.	VALUE	BEP ?	P/L €	P/L %	UNREALISED P/L € ?	TOTAL P/L € ?	LAST ?
B S : Derichebourg	C	DBG FR0000053381	EPA	100	€ 5,205	EUR	520,50	7,555	-15,50	-2,89%	-235,00 (-31,10%)	-213,77	17:26:32 ● R ⋮
B S : Korian	C	KORI FR0010386334	EPA	58	€ 6,70	EUR	388,60	15,075	-7,25	-1,83%	-485,75 (-55,55%)	-489,38	17:26:37 ● R ⋮



II. Analyse des données réelles de marché du 14 avril 2023







III. Données brutes

Référentiel		Volatilité_Cours			Ecart_Temps_Transactions		
ID	Moyenne t	FR0000053381	FR010386334	$\Delta \sigma \text{ €}$	FR0000053381	FR010386334	$\Delta t \text{ secondes}$
1	12:11:28	-1,58 %	-2,19 %	0,00 %	12:11:25	12:11:31	-6
2	13:43:15	-1,95 %	-2,34 %	0,39 %	13:43:46	13:42:44	62
3	13:57:26	-1,77 %	-2,41 %	0,64 %	13:57:39	13:57:14	25
4	14:03:20	-1,77 %	-1,90 %	0,13 %	14:03:02	14:03:39	-37
5	14:11:42	-1,95 %	-1,97 %	0,02 %	14:11:39	14:11:45	-6
6	15:04:20	-3,17 %	-2,27 %	-0,90 %	15:04:00	15:04:41	-1
7	15:29:56	-2,70 %	-2,05 %	-0,65 %	15:29:51	15:30:01	10
8	16:41:31	-2,89 %	-1,83 %	-1,06 %	16:41:38	16:41:24	14
9	16:59:36	-3,26 %	-1,97 %	-1,29 %	16:59:53	16:59:20	33
10	17:05:46	-2,79 %	-1,97 %	-0,82 %	17:05:59	17:05:33	26
11	17:08:24	-2,89 %	-1,83 %	-1,06 %	17:08:12	17:08:36	-24
12	17:19:12	-2,79 %	-1,75 %	-1,04 %	17:19:16	17:19:09	7
13	17:19:42	-2,89 %	-1,75 %	-1,14 %	17:19:55	17:19:30	25
		Moyenne $\Delta \sigma \text{ €}$		-0,42 %	Moyenne $\Delta t \text{ secondes}$		10
		Ecart_Type		0,66 %	Ecart_Type		26



e. Une loi normale d'entropie maximale

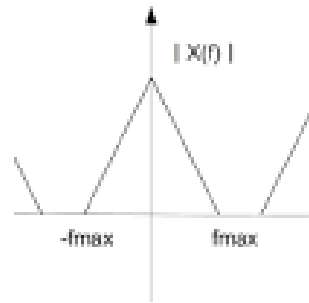
Les écarts constatés par les immiscions de la loi discrète dans la loi continue et mesurés par l'analyse matricielle constamment évolutive de la bibliothèque ordonnée des statistiques constamment et sélectivement enrichie par des séries de données hétérogènes correspondant aux variables réelles pertinemment identifiées doivent tendre infinitésimalement à se réduire par l'application d'une fonction d'entropie convertissant la loi mixte en loi normale par analyse des moyennes et écarts-type.

La fonction repose sur le principe de l'entropie de Shannon quantifiant l'état de désordre moléculaire d'un système.

Le but de la fonction est de mesurer les perturbations à l'origine du manque d'informations nécessaires à convertir la loi mixte en loi infinitésimalement normale.

Pour une loi discrète $P_1 = \sum_{i \leq n} p_i \delta x_i$ et une loi P_2 de densité f , l'entropie H est définie respectivement par :

$$H(P_1) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) \text{ et } H(P_2) = - \int_{\mathbb{R}} f(x) \ln(f(x)) dx.$$





5. Une fonction pour une équation dérivée différentielle

L'algorithme, pour tenter de résoudre numériquement, en tendant de façon infinitésimale vers 0 le plus finement possible, doit au préalable résoudre algébriquement son équation différentielle par un nombre fini d'opérations selon la *méthode directe*, en s'appuyant sur l'analyse réelle, à savoir l'étude rigoureuse et formelle des dérivées et des intégrales de fonctions à valeurs réelles.

1. Une fonction exponentielle

a. Inverses des factorielles

Avec



$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Quand les coefficients de développement de séries entières de la fonction exponentielle $\exp$ qui est égale à sa propre dérivée en tout point.

$$\forall x \quad \exp(x) = e^x.$$

Où e est l'unique réel quand f associant x à e^x égale à sa propre dérivée prend la valeur 1 en 0.

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$



b. Une f exponentielle réelle

Une fonction strictement positive de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, non identiquement nulle et continue en au moins un point, transformant les sommes en produits, vérifiant l'équation fonctionnelle :

$$\forall u, v \in \mathbb{R} \quad f(u + v) = f(u) \times f(v).$$

c. Composition de f dans $\mathbb{N}_x$ domaines compatibles

Si g est continue en x_0 et f est continue en $g(x_0)$ alors $f \circ g$ est continue en x_0 .

Si $f \circ g$ définie sur $\mathbb{C}] \mathbb{R}_0, \mathbb{R}_s[$ étendue aux domaines $\mathbb{C}] \mathbb{N}_0, \mathbb{N}_s[$

Si $f : \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{J}$ et $g : \mathbb{K} \rightarrow \mathbb{L}$ alors $g \circ f$ est toujours définie quand $\mathbb{J} \subseteq \mathbb{K}$ (l'ensemble d'arrivée de f est compris dans l'ensemble de départ de la fonction g).

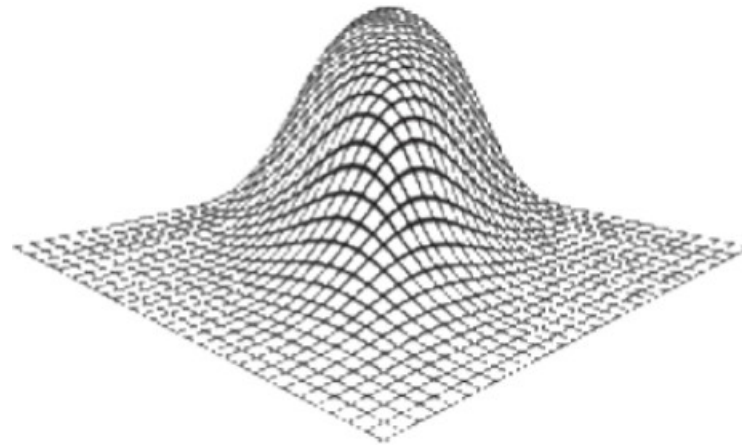


Si $\mathbb{J} \subset \mathbb{K}$ alors f peut être composée avec elle-même. D'où :

$$\forall x \in X, (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f^2(x)$$

$$\forall x \in X, (f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f^3(x)$$

Pour tout entier naturel n , la puissance n -ième de f est définie par $f \circ f^n = f^n \circ f = f^{n+1}$

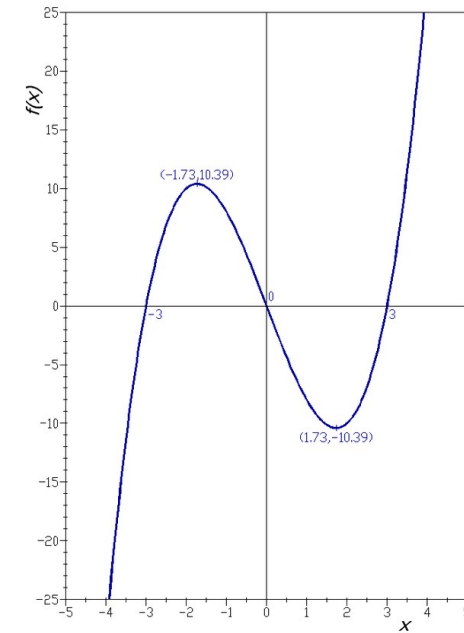
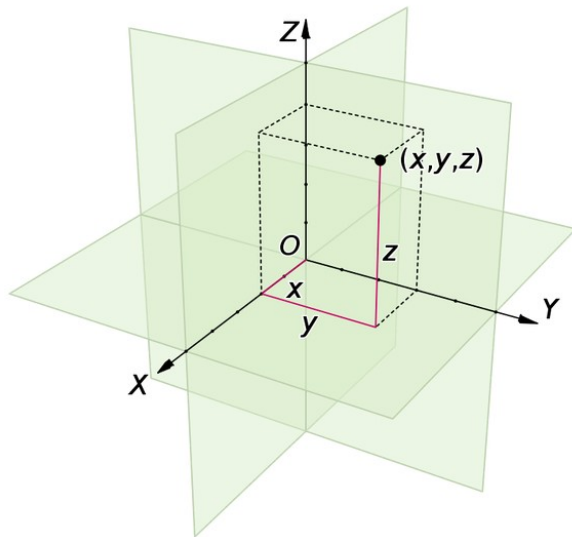






2. Une équation polynomiale

d. D'une équation cubique





Soit

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad ^{16}$$

Pour laquelle

$$y_0 = x_0 + x_1 + x_2$$

$$y_1 = x_0 + jx_1 + j^2 x_2$$

$$y_2 = x_0 + j^2 x_1 + jx_2$$

Dans laquelle

$$y_0$$

$$y_1 y_2$$

$$y_1^3 + y_2^3$$

sont des polynômes symétriques en

¹⁶Avec $a \neq 0$.



$$x_0, x_1, x_2^{17}$$

exprimés en fonction de

$$a, b, c, d$$

Composantes de l'équation

dont tous les coefficients sont entiers et dont le premier a permet de trouver la première racine appartenant à un corps commutatif d'entiers rationnels et réels.



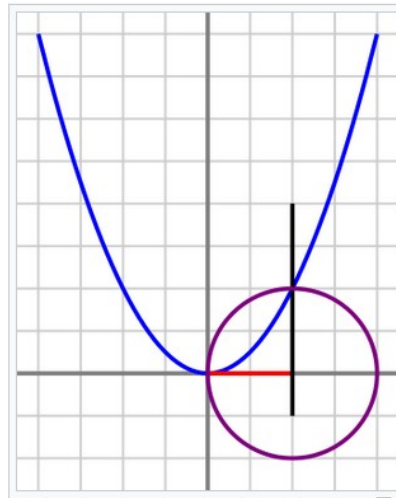
e. Au crible de la géométrie euclidienne

IV. Deux séries entières de n domaines de définition en weekly (idem pour [intraday](#) en annexe)





V. Résolution de l'équation par fonction polynomiale unique composée



Pour $x^3 + m^2x = n$

Avec $y = x^2/m$ où $\exp(e) = e^x$

Et $[0, n/m^2] = \pi$ (avec $0 = 1 - 1$) quand fog est composée en fof avec $n^{\pi/2}$

Et $y^2 + x(x - n/m^2) = (1 - 1) = 0$

Alors $y^2 = e^{\pi/2}$

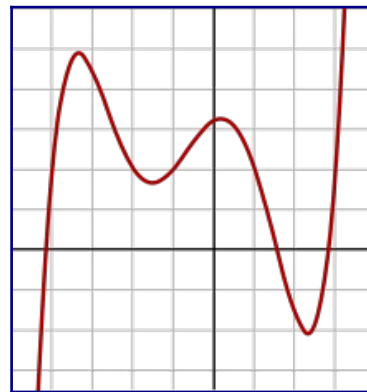
Alors $n = e$



f. A une équation quintique

La résolution euclidienne est exactement identique pour une équation polynomiale de cinquième degré :

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$$



Avec



$$x^5 + x = w$$

$$x = \frac{S\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}\rangle^2 - R\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^2\rangle}{S\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}\rangle^2} \times$$

$$\times \frac{1 - R\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^2\rangle S\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}\rangle}{R\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^2\rangle} \times$$

$$\times \frac{\vartheta_{00}\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^5\rangle \vartheta_{00}\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^{1/5}\rangle^2 - 5\vartheta_{00}\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}^5\rangle^3}{2\sqrt[4]{20}\text{sl}[\frac{1}{2}\sqrt{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]\vartheta_{00}\langle q\{\text{ctlh}[\frac{1}{2}\text{aclh}(\frac{5}{4}\sqrt[4]{5}w)]^2\}\rangle^3}$$

Où $w = e$

Et $x = 2,71828\dots$



6. *Numérisation*

3. *Théorème de Lax*

La résolution numérique d'une équation évolutive linéaire impose que :

- Les conditions initiales soient posées de la façon la plus complète possible
- Le schéma numérique soit consistant et stable : l'algorithme partant à l'origine d'une équation dérivée partielle se rapproche de manière infinitésimale d'une solution régulière en s'appuyant sur des différences finies pour que tous les pas de discrétisation convergent vers 0 pour constituer une même norme.



f. Élimination de Gauss-Jordan

L'utilisation de la méthode du [pivot de Gauss](#) étendu à la dimension polynomiale cubique puis quintique et dérivée de l'inverse de la matrice inversible dans l'algorithme pourrait permettre de déterminer la solution de l'équation linéaire algébrique par calcul et obtenir sa forme échelonnée réduite.

g. Récursivité

- Algorithme récursif : un algorithme qui s'invoque lui-même pour calculer l'inverse des factorielles des cardinaux de la fonction exponentielle polynomiale dérivée en fonction quartique qui se compose avec elle-même : définir une structure de données à partir de l'une au moins de ses sous-structures.



VI. En listes liées (linked list)

i. *List*¹⁸

ii. *Prolong*¹⁹

$$[] ++ \ell2 = \ell2$$

$$(x:\ell1) ++ \ell2 = x:(\ell1 ++ \ell2)$$

¹⁸ Une collection ordonnée et de taille arbitraire d'éléments de même type : une succession de cellules faites d'un contenu et d'un pointeur vers une autre cellule (une chaîne dont les maillons sont les cellules)

¹⁹ L'opérateur ++ concatène deux listes = prolonge la première liste par la seconde liste.



iii. *Map*²⁰

map $f [] = []$

map $f (x:\ell) = f\ x : (\text{map } f\ \ell)$

iv. *Ins*²¹

ins $x [] = x$

ins $x (y:\ell) = (x:y:\ell) : \text{map } ((:) y) (\text{ins } x\ \ell)$

v. *Concat*²²

concat $[] = []$

concat $(\ell:\ell\ell) = \ell ++ (\text{concat } \ell\ell)$

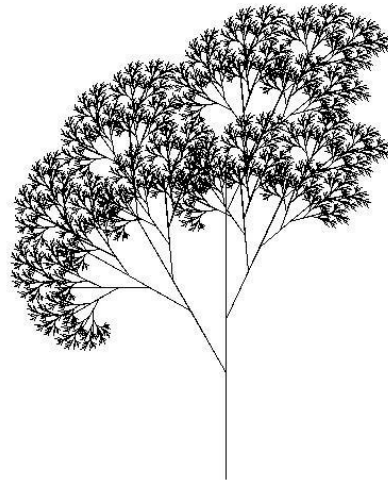
²⁰Produit une seconde liste en appliquant la fonction f à tous les éléments de la liste première

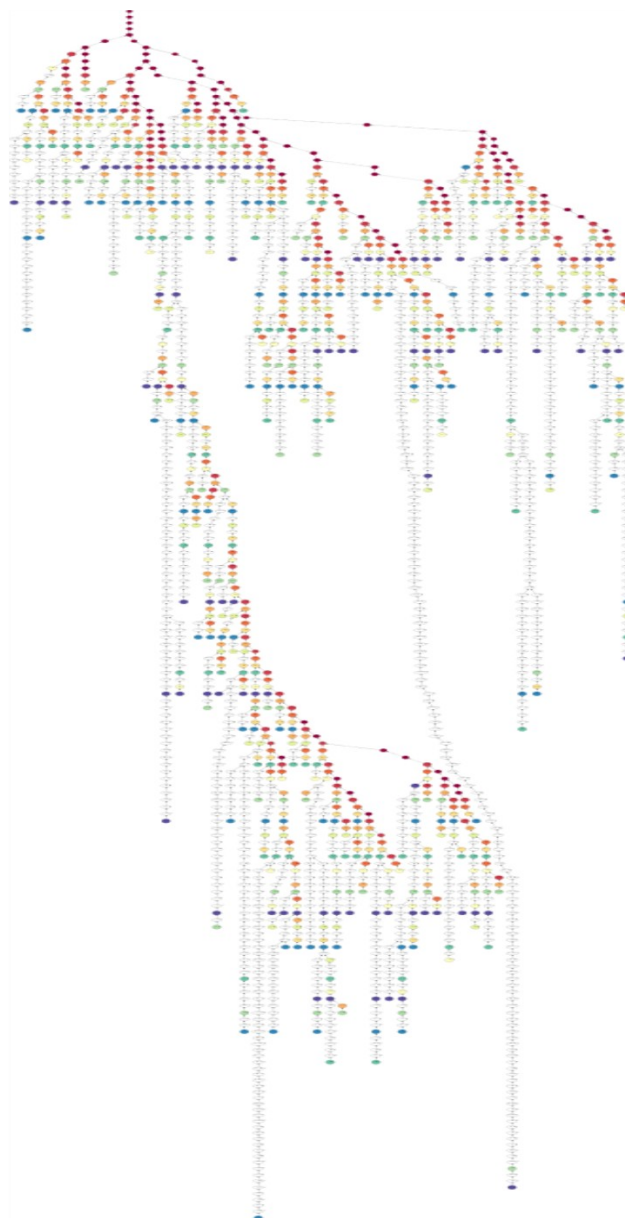
²¹Insère un élément dans une liste à toutes les positions, produisant une liste de listes

²²Prend une liste de listes et concatène ces listes en une seule liste



VII. En arbre binaire







- Algorithme inverse de fonction factorielle pour des entiers naturels de conjecture Syracuse ²³ et le *cas de propagation*

$$n! = (n - 1)! \times n$$

Considérant :

```
factorielle(n) =  
  si (n = 0) alors 1  
  sinon n * factorielle(n-1)
```

factorielle (0) = 1

²³ Hypothèse selon laquelle la suite de Syracuse de n'importe quel entier strictement positif atteint 1.



```
syracuse(n) =  
  si (n = 0) ou (n = 1) alors 1  
  sinon si (n mod 2 = 0) alors syracuse(n/2)  
  sinon syracuse(3*n + 1)
```

Si la récursivité Syracuse de variables naturelles et réelles = 1

Elle prend alors la valeur e



7. *Conclusion*

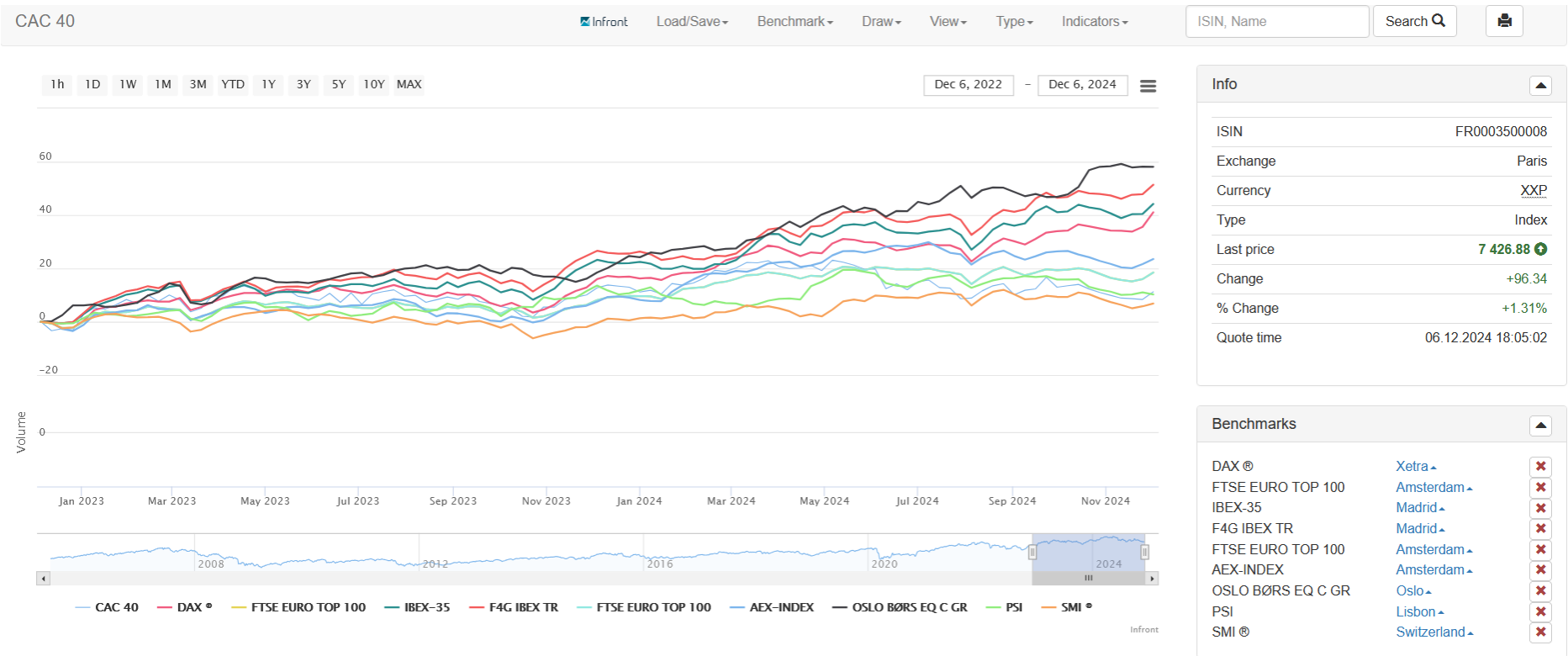
Dès lors, à chaque instant (t) entre l'ouverture et la fermeture des marchés boursiers d'échanges de produits dérivés ayant pour sous-jacents des actions de sociétés cotées compris dans le périmètre du modèle, la valeur liquidative (VL) du portefeuille constitué d'un ensemble de sphères²⁴ – constamment en mouvement ou déplacement, en flux tendu et continu – correspondant au montant total investi au volume du montant total de l'investissement disponible²⁵ – tend à se tenir en constant équilibre, à s'auto-couvrir, à se garantir le risque neutre -

Une gestion de la valeur liquidative pilotée par un algorithme informatique opérationnel prouvant qu'invariablement :

$$VL_t - e \forall \varepsilon = 0$$

²⁴ Les actions de sociétés cotées négociées sur ces mêmes marchés réglementés

²⁵ Nonobstant une réserve de liquidités pour couverture, à la marge, du risque résiduel d'imperfectibilité du modèle





8. Appendix

4. ETD

Standardisation – Chaque contrat d’ETD a une date d’expiration précise, un processus de règlement défini et une taille. La bourse établit toutes ces règles, ainsi que d’autres conditions, ce qui assure une cohérence qui élimine toute difficulté pour les participants et la bourse en ce qui concerne la personnalisation des contrats.

Liquidité élevée – Le marché des ETD est très liquide, ce qui signifie que les ETD forment un important marché. Cela permet aux négociateurs de trouver rapidement des contreparties pour exécuter leurs ordres à des prix intéressants sans subir de pertes importantes.

LeomB

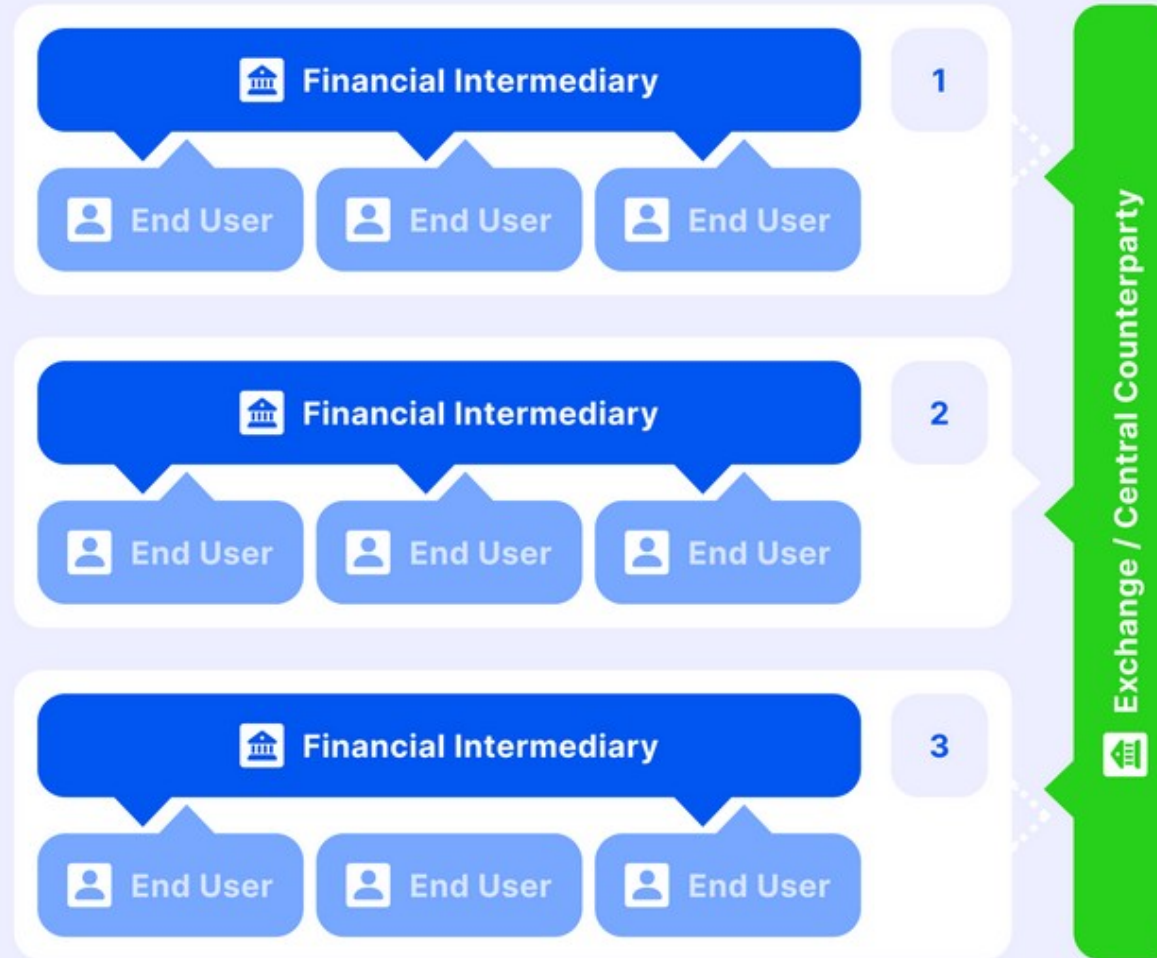


Réglementation – Le marché des ETD est contrôlé par des régulateurs chargés de publier des informations quotidiennes sur les transactions effectuées sur le marché. En Inde, par exemple, le Securities and Exchange Board contrôle le marché. Ainsi, il est difficile pour les grands acteurs de se livrer à des pratiques illégales ou déloyales.

Risques réduits – Les ETD sont traitées par le biais d'un intermédiaire, ce qui élimine le risque de contrepartie et réduit les risques de défaillance en raison des obligations contractuelles établies avec une bourse crédible.



Exchange-Traded Derivatives



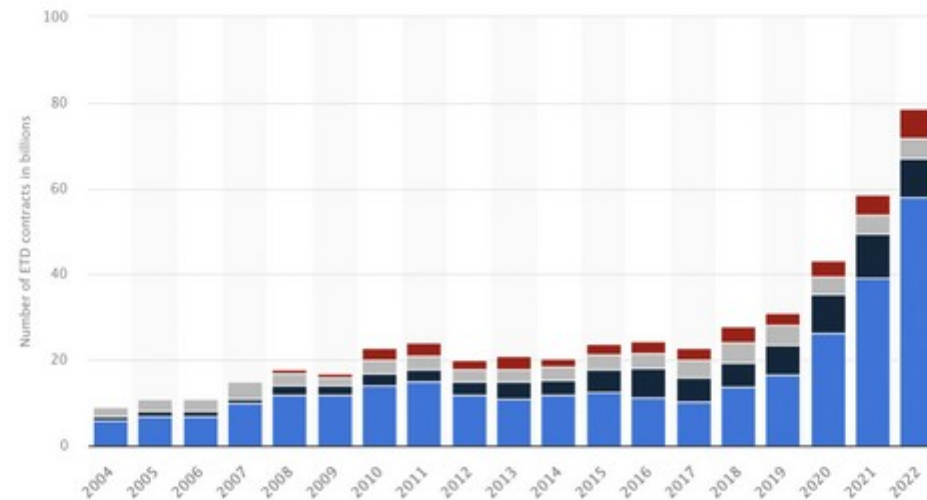


Number of exchange-traded derivatives (ETDs) traded worldwide

Types Of ETDs

from 2004 to 2022 by type

Equity Commodity Interest rate Currency





5. *Mark-To-Market*

$$MtM VS_t = N * PV_t(T) * \left[\frac{t}{T} * \left[((RV - \Psi)(0, t))^2 - K_{var}^2 \right] + \frac{T-t}{T} * [NewK_{var}^2 - K_{var}^2] \right]$$

Kvar : la volatilité strik  initialement

NewKvar : le strike d'un variance swap commençant en t, avec maturité T

PVt(T) : valeur du zéro-coupon en t avec maturité T

RV(0,t) : positions du portefeuille d boucl es entre α (22YY-08-01) et t (volatilité réalisée)



Ψ : contributions sociales, commissions de courtiers et courtages, frais divers et généraux, prélèvements sur opérations, taxes et impôts sur transactions.

N : Vega notionnel du portefeuille des positions ouvertes à α (22YY-08-01) dérivé par variance

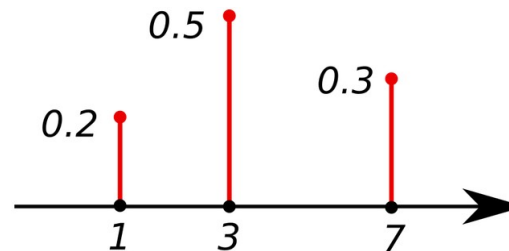
Exemple de calcul :

Soit un variance swap initial d'un an, dont le strike était de 14% et le Vega notionnel était de \$100,000. Au bout du 9ème mois, on cherche à évaluer la juste valeur de ce swap, sachant que la volatilité réalisée jusqu'à présent est de 15%, que le taux d'intérêt 3 mois est de 3% et que le strike d'un variance swap 3 mois serait de 17%.

$$\begin{aligned} MtM VS_{0,75} &= \frac{100000}{2 * 14} * \frac{1}{(1 + 3\%)^{0,75}} * \\ &[0,75 * [15^2 - 14^2] + 0,25 * [17^2 - 14^2]] \\ MtM VS_{0,75} &= \$159531 \end{aligned}$$



6. Lois discrètes



Le support de cette loi discrète prise comme exemple est composé des singletons $\{1\}$, $\{3\}$ et $\{7\}$

Les probabilités associées sont respectivement 0,2, 0,5 et 0,3.

Une loi de probabilité P est *concentrée* ou *est portée* sur un ensemble $A \in \mathcal{A}$ lorsque $P(A) = 1$. Une loi de probabilité P est dite *discrète* s'il existe un ensemble fini ou dénombrable sur lequel elle est concentrée.

L'élément $\omega \in \Omega$ est appelé *atome* d'une loi de probabilité P lorsque $\{\omega\} \in \mathcal{A}$ et $P(\{\omega\}) \neq 0$.

L'ensemble des atomes d'une loi de probabilité est fini ou dénombrable. Plus généralement, cette propriété



est valable pour toute mesure σ -finie. Pour une loi de probabilité réelle, l'ensemble des atomes est exactement l'ensemble des points de discontinuité de sa fonction de répartition ; dans ce cas, la finitude de l'ensemble des atomes se retrouve à partir du fait que la fonction de répartition est bornée.

Pour qu'une loi soit discrète, le critère est que Ω soit fini ou dénombrable.

Si P est discrète alors elle se concentre sur l'ensemble (fini ou dénombrable) de ses atomes Ω_a .

Pour définir P , il suffit de définir l'ensemble des couples : $\{ (\omega, p(\omega)) \in \Omega_a \times]0, 1] \}$ où p est la fonction de masse de P . On obtient ainsi :

$$P = \sum_{\omega \in \Omega_a} p(\omega) \delta_{\omega}.$$

où δ_{ω} est la mesure de Dirac au point $\omega \in \Omega_a$.

Si la loi de probabilité est définie à partir d'une variable aléatoire, les précédentes notions s'utilisent pour la variable aléatoire : une variable aléatoire X est concentrée sur un ensemble $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$, respectivement est discrète si sa loi P_X est concentrée sur B . De même Les atomes de X sont les atomes de P_X .

Pour une variable aléatoire discrète X , le théorème de transfert s'exprime sous forme de sommes (ou de séries) :

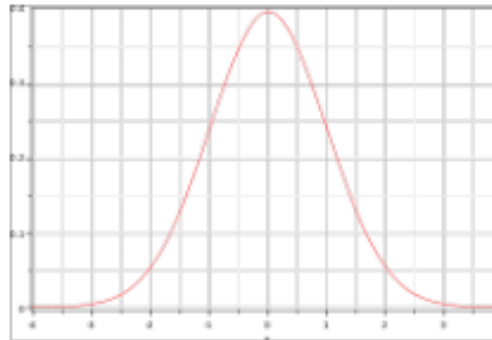
$E[\varphi(X)] = \sum_{x \in \Omega_a} \varphi(x) p_X(x)$, pour toute fonction $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si positive ou si nulle ou si la série converge absolument,

$$P(X \in A) = \sum_{k \in A} P(X = k), \text{ pour tout } A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}).$$



La fonction de répartition de la loi discrète est ici présumée constante par morceaux.

7. Lois absolument continues



La courbe rouge est la densité de probabilité de la loi normale centrée réduite : une courbe de Gauss ou courbe en cloche.



Une loi de probabilité réelle P est dite absolument continue ou à densité lorsqu'elle est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue.

Si P est absolument continue alors en vertu du théorème de Radon-Nikodym, elle possède une densité de probabilité par rapport à la mesure de Lebesgue, c'est-à-dire qu'il existe une unique (à égalité Lebesgue-presque partout près) fonction mesurable positive $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ telle que pour tout $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$:

$$P(A) = \int_A f(x) dx = \int_{\mathbb{R}} 1_A(x) f(x) dx$$

où 1_A est la fonction caractéristique du borélien A . Cette densité de probabilité n'a pas toujours d'expression analytique (voir les exemples ci-dessous).

Lorsqu'une loi de probabilité absolument continue est définie à partir d'une variable aléatoire X , la variable aléatoire est dite absolument continue ou à densité et la densité de la loi P_X est également appelée la densité de X , elle est parfois notée f_X .

Pour une variable aléatoire absolument continue X , le théorème de transfert s'écrit à l'aide d'une intégrale de Lebesgue, pour toute fonction $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ intégrable par rapport à P_X (dx) = $f_X(x) dx$ ou positive ou nulle :

$$E[\varphi(X)] = \int_{\mathbb{R}} \varphi(x) f_X(x) dx.$$

La mesure de Lebesgue est une mesure qui étend le concept intuitif de volume à une très large classe de parties de l'espace. Comme l'a immédiatement perçu son inventeur, Henri Lebesgue, elle permet de bâtir une théorie de l'intégration très performante et fondamentale en analyse moderne : la théorie de l'intégrale de Lebesgue supra



8. Séries entières intraday





9. Pivot de Gauss

Soit une matrice A de dimensions $n \times m$;

Gauss-Jordan

```

r = 0                                (r est l'indice de ligne du dernier pivot trouvé)
Pour j de 1 jusqu'à m                (j décrit tous les indices de colonnes)
| Rechercher max(|A[i,j]|, r+1 ≤ i ≤ n). Noter k l'indice de ligne du maximum
|                                     (A[k,j] est le pivot)
| Si A[k,j] ≠ 0 alors                (A[k,j] désigne la valeur de la ligne k et de la colonne j)
| | r=r+1                            (r désigne l'indice de la future ligne servant de pivot)
| | Diviser la ligne k par A[k,j]    (On normalise la ligne de pivot de façon que le pivot prenne la valeur 1)
| | Si k ≠ r alors
| | | Échanger les lignes k et r    (On place la ligne du pivot en position r)
| | Fin Si
| | Pour i de 1 jusqu'à n            (On simplifie les autres lignes)
| | | Si i ≠ r alors
| | | | Soustraire à la ligne i la ligne r multipliée par A[i,j] (de façon à annuler A[i,j])
| | | Fin Si
| | Fin Pour
| Fin Si
Fin Pour
Fin Gauss-Jordan

```



10. Couverture

Pas de produits dérivés forwards type futures à contrebalancer par exemple CDS ²⁶ protection contre volatilité et risques (VaR) de dtn à T mais liberté de strikes à tn (sans dtn ni T contractuel donc) sur actions uniquement avec positions sur une unique société cotée émettrice (pas de produits mille feuilles) donc réduction risque car *Diversification* : choisie libre et la plus fine possible versus (Réduction du risque de [Dispositif de Bâle, MAR10.22] pour différents instruments qui ne sont pas parfaitement corrélées les unes avec les autres et réduction risque société par société unitairement par position permet sélection fine donc pas de PD, Probability of default = JTD : (Jump-To-Default) : Probabality = Null au sens de la disposition MAR10.19 de Bâle avec exigence de fonds propres au titre du risque de défaut (DRC) donc cf. blocage liquidités infra et moins risques taux de change car moins avec LeomB de transactions trans-continentes que contrats à terme par nature plus de transactions monnaie par monnaie à hedger et moins cher car pas hedging obligatoire de la VaR (Bâle, MAR10.17) avec immobilisation de liquidités pour fonds propres donc pertes d'opportunités de transactions marchés financiers / marchés boursiers potentiellement plus rémunérateurs et moins coûteux car pas de primes de futures et moins coûteux en mobilisation humaine machine de calculs / modèles / ... de gestion des probabilités car pas de nécessité de gérer des probabilités mais uniquement des statistiques et moins coûteux en consommation et mobilisations de ressources pour affectation traitements procédures contractuelles (legal / accounting / sales) et moins coûteux car champ à couvrir fonctionnel plus

26 Credit Default Swap



large nécessite plus de programmes / algorithmes / bases de données = maintenance et coûts de coordination et de management (avec cependant à couvrir risque résiduel (RRAO) du modèle avec gestion à tn de réserves de liquidités en instantané de blockchain in or out sur compte bancaire).

11. Portefeuille d'autofinancement

$$v(t, S_t) = e^{rt} u(t, -\frac{1}{\sigma} (r - \frac{1}{2} \sigma^2) t + \frac{1}{\sigma} \ln S_t)$$



3.3 Stratégies de couverture

Comme nous sommes en marché incomplet, il n'est pas possible d'éliminer le risque en gérant un portefeuille ne contenant que du liquide et du sous-jacent. Il s'agit de transiger entre les pertes éventuelles dues à une mauvaise couverture et le coût de la couverture. On mesure sous la probabilité subjective $\mathbb{P}$ les performances statistiques d'une stratégie.

3.3.1 La stratégie de couverture dans le modèle de Black et Scholes

Dans le modèle de BLACK et SCHOLLES, pour la dynamique suivante du sous-jacent :

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t,$$

une option européenne qui paye $h(X_T) \in L^2(\mathbb{P}^*)$ vaut $P_0(t, X_t)$ à la date t et est parfaitement couverte par le portefeuille autofinancé qui contient

$$a_t = \frac{\partial P_0}{\partial x}(t, X_t)$$

unités de sous-jacent et

$$b_t = e^{-rt} \left(P_0(t, X_t) - X_t \frac{\partial P_0}{\partial x}(t, X_t) \right)$$

unités monétaires. En effet :

- ce portefeuille *réplique* l'option : à toute date t , la valeur de ce portefeuille est $P_0(t, X_t)$; en particulier, à maturité, sa valeur est $P_0(T, X_T) = h(X_T)$,
- ce portefeuille est *autofinancé* : la formule d'Itô donne

$$dP_0(t, X_t) = \frac{\partial P_0}{\partial x}(t, X_t) dX_t + \left(\frac{\partial P_0}{\partial t}(t, X_t) + \frac{1}{2} \sigma^2 X_t^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2}(t, X_t) \right) dt.$$