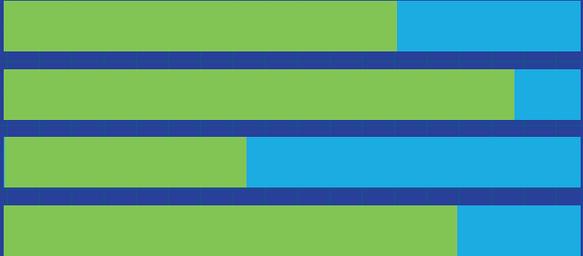
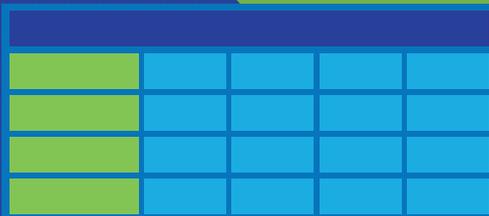


Gilda Lisbôa Guimarães
José Ivanildo Felisberto de Carvalho
ORGANIZADORES



ESTATÍSTICA ePROBABILIDADE naESCOLA





ESTATÍSTICA e PROBABILIDADE na ESCOLA

Gilda Lisbôa Guimarães

José Ivanildo Felisberto de Carvalho

ORGANIZADORES



RECIFE
2021

Universidade Federal de Pernambuco

Reitor: Alfredo Macedo Gomes

Vice-Reitor: Moacyr Cunha de Araújo Filho

Editora UFPE

Diretor: Junot Cornélio Matos

Vice-Diretor: Diogo Cesar Fernandes

Editor: Artur Almeida de Ataíde

Editoração

Revisão de Texto: Os autores

Projeto Gráfico: Ildembergue Leite

EDITORA ASSOCIADA À



Associação Brasileira
das Editoras Universitárias

Catálogo na fonte

Bibliotecária Kalina Ligia França da Silva, CRB4-1408

E79 Estatística e probabilidade na escola [recurso eletrônico] /
organizadores : Gilda Lisbôa Guimarães, José Ivanildo
Felisberto de Carvalho. – Recife : Ed. UFPE, 2021.

Vários autores

Inclui referências.

ISBN 978-65-5962-071-5 (online)

1. Estatística – Estudo e ensino. 2. Probabilidades – Estudo e
ensino. 3. Aprendizagem. 4. Matemática – Estudo e ensino. 5.
Matemática – Pesquisa. 6. Alfabetização matemática. I. Guimarães,
Gilda, 1959- (Org.). II. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Org.).

519.507

CDD (23.ed.)

UFPE (BC2021-079)

Esta obra está licenciada sob uma Licença Creative Commons
Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 Internacional.



SUMÁRIO

- 6 **Apresentação**
Gilda Lisbôa Guimarães e José Ivanildo Felisberto de Carvalho
- 11 **CAPÍTULO 1. Pesquisa como eixo estruturador do ensino de estatística e probabilidade**
Gilda Lisbôa Guimarães e José Ivanildo Felisberto de Carvalho
- 49 **CAPÍTULO 2. Levantamento de hipóteses e confrontos com dados reais**
Erica Michelle S. Cavalcanti e Gilda Lisbôa Guimarães
- 71 **CAPÍTULO 3. O ensino de amostragem como estratégia para práticas pedagógicas contextualizadas e interdisciplinares**
Tâmara Marques da Silva Gomes
- 92 **CAPÍTULO 4. Aprendizagem de amostragem em sala de aula, a partir de atividades em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**
Luan Costa de Luna e Gilda Lisbôa Guimarães
- 113 **CAPÍTULO 5. Refletindo sobre o ensino de classificação nos anos iniciais do Ensino Fundamental**
Paula Cristina Moreira Cabral

- 132 **CAPÍTULO 6. Escala: o x das questões de interpretação e construção de gráficos**
Milka Cavalcanti e Gilda Lisbôa Guimarães
- 152 **CAPÍTULO 7. De quadrado em quadrado construímos um gráfico?**
Rita de Cássia Gonçalves Muniz e Gilda Lisbôa Guimarães
- 169 **CAPÍTULO 8. Construção de gráficos, a partir de tabelas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando o Excel**
Marcília Elane do Nascimento Pontes
- 185 **CAPÍTULO 9. Entre linhas, colunas e variáveis: vamos falar sobre tabelas?**
Betânia Evangelista
- 212 **CAPÍTULO 10. Estratégias de ensino articulando literatura infantil e estatística**
Izabela Cristina Bezerra da Silva e Gilda Lisbôa Guimarães
- 229 **CAPÍTULO 11. O ensino de medidas de tendência central com uso de tecnologias móveis como agente facilitador**
Paulo Marcos Ribeiro
- 249 **CAPÍTULO 12. Explorando o mundo das incertezas: o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**
Emilly Rayane Moura Diniz Santos, Waleska Stefany Moura Diniz e José Ivanildo Felisberto de Carvalho
- 274 **CAPÍTULO 13. Articulando estatística e probabilidade: curva normal e média aritmética no Ensino Médio, a partir da inferência informal**
André Fellipe Queiroz Araújo e Diêgo Bezerra de Melo Maciel
- 294 **Apresentação dos autores**

APRESENTAÇÃO

Em 2010 foi criado o Gref – Grupo de Estudo em Estatística no Ensino Fundamental da Universidade Federal de Pernambuco, registrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Esse tinha como objetivo realizar pesquisas com o objetivo de compreender como a estatística podia ser ensinada e aprendida no Ensino Fundamental.

Hoje, em 2020, podemos dizer que muitas pesquisas foram realizadas e que agora, também, pesquisamos sobre a compreensão de conceitos probabilísticos envolvendo alunos e professores da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Nossas pesquisas investigam diferentes elementos do processo de ensino e aprendizagem da Estatística e Probabilidade nos diferentes níveis de ensino. Entre esses, destacam-se a análise de abordagens didáticas de conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos no currículo e em livros didáticos; a construção, a experimentação e a análise de abordagem para o ensino da estatística e probabilidade com uso de materiais didáticos e *softwares* educacionais, incluindo pessoas com deficiência; a análise de concepções e aprendizagem sobre conceitos e procedimentos estatísticos de alunos

e professores da Educação Infantil, da Educação Básica e da Educação de Jovens e Adultos.

Essas pesquisas, realizadas em escolas públicas de Pernambuco, nos permitiram compreender muitos conceitos de Probabilidade e Estatística, e, com certeza, muitos outros ainda precisam ser investigados.

Assim, com esse livro, buscamos contribuir com os professores do Ensino Fundamental e Médio para ensinarem Estatística e Probabilidade em suas salas de aula. Sabemos que essa unidade temática foi introduzida mais recentemente no currículo brasileiro e, portanto, muitas dificuldades vêm sendo enfrentadas por nós professores para ensiná-la.

Uma das riquezas do nosso grupo é a participação de professores com formações diferentes. Nosso grupo de pesquisa é composto de Pedagogos e Licenciados em Matemática que ensinam estatística. Alguns são graduandos; outros, doutores; mas a maioria tem vasta experiência em sala de aula. Exatamente por sermos professores preocupados com uma melhor aprendizagem é que realizamos pesquisas.

No Capítulo 1, Gilda e Ivanildo apresentam a concepção de Educação Estatística e Probabilística que estrutura as reflexões e pesquisas do grupo, ressaltando a importância do letramento estatístico e probabilístico. Dessa forma, acreditamos que a pesquisa é o eixo estruturador do Ensino de Estatística e Probabilidade e que os conceitos estudados devem partir de situações reais, as quais permitem que nós todos utilizemos nossos conhecimentos para compreendermos as informações do mundo físico e social. Assim, o ensino precisa considerar a função da aprendizagem desses conceitos, e não apenas cál-

culos. Nesse capítulo é apresentado o ciclo investigativo que o grupo utiliza, e, a partir dele, os capítulos foram organizados.

No Capítulo 2, Erica nos leva a pensar sobre a importância de levarmos nossos alunos a refletirem sobre o levantamento de hipóteses segundo nossas vivências e o confronto com dados reais, para que tenhamos base nas nossas conclusões e argumentações sobre fatos do nosso mundo. Desde pequenos, os alunos precisam aprender a defender pontos de vista fundamentados em dados.

Os Capítulos 3 e 4 apresentam reflexões sobre atividades baseadas no conceito de amostragem. Tâmara relata sobre suas práticas pedagógicas nos anos iniciais relacionadas ao ensino e aprendizagem de amostragem, em atividades que envolvem todo o ciclo investigativo e em atividades específicas sobre as possibilidades para o ensino de amostragem, ressaltando a interdisciplinaridade. Luan e Gilda analisam as coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2020) para os anos finais do Ensino Fundamental, refletindo sobre as atividades acerca de amostragem, e sugerindo outras não contempladas neles.

No Capítulo 5, Paula nos leva a refletir sobre precisarmos criar e saber analisar critérios de classificação, quando coletamos nossos dados ou analisamos os dados apresentados por outros. Saber avaliar critérios de classificação é fundamental para nossa crença nas informações. Ela nos mostra que crianças, desde os anos iniciais, são capazes de criar esses critérios.

Nos Capítulos 6, 7 e 8 as autoras refletem sobre a construção e interpretação de gráficos. Milka e Gilda, no capítulo 6, argumentam que a maior dificuldade dos alunos e professores, ao construírem gráficos, está relacionada à compreensão

das escalas representadas em gráficos. Assim, buscam discutir os conhecimentos do professor para o ensino de escala apresentada em gráficos. Rita e Gilda, no capítulo 7, diante da dificuldade dos alunos para construir gráficos, analisam atividades que envolvam essas construções, tendo como ponto de partida as atividades propostas em livros didáticos de matemática para o 1º ano do Ensino Fundamental. No Capítulo 8, Marcília reflete a viabilidade de vivências pedagógicas que buscaram levar os alunos dos anos iniciais, do Ensino Fundamental, a aprenderem a construir gráficos de barras a partir de tabelas, com auxílio do *software* Excel.

No Capítulo 9, Betânia apresenta uma distinção entre “Quadro, banco de dados e tabela” e discute as habilidades que os alunos, dos anos iniciais, precisam compreender ao interpretar e construir tabelas de frequência. Ela vai propondo como essa aprendizagem pode ir se complexificando com a escolaridade.

No Capítulo 10, Izabela e Gilda escolhem, entre diversos recursos pedagógicos, a literatura infantil como auxiliar dos professores no ensino e aprendizagem dos alunos dos anos iniciais. Assim, apresentam sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas pelos professores com o uso de livros de literatura infantil, através de situações interdisciplinares envolvendo conceitos.

No Capítulo 11, Paulo discute uma sequência de atividades, com alunos do 9º ano, sobre medidas de tendência central com auxílio de um aplicativo de celular. A proposição buscou superar uma didática baseada apenas na resolução de cálculos. Na experiência vivenciada pelo autor, foi possível associar cálculos a gráficos para melhor compreensão dos alunos.

No Capítulo 12, Emilly, Waleska e Ivanildo discutem sobre o desenvolvimento de compreensões relativamente à probabilidade, apresentando as noções necessárias para a construção do pensamento probabilístico por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Propõem atividades a partir de um livro de literatura infantil, do qual são os autores, que possibilitem a compreensão da probabilidade de forma lúdica.

Finalmente, no Capítulo 13, André e Diêgo, preocupados com o processo de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica, refletem sobre as possíveis aproximações entre a Probabilidade e Estatística. Para tanto, propõe-se uma abordagem informal do principal modelo probabilístico utilizado na Inferência Estatística – a Curva Normal –, e discutem sobre atividades que podem levar os alunos a essa apropriação.

Desejamos uma ótima leitura para todos, e que nossas experiências e reflexões possam contribuir com a sala de aula de vocês.

Recife, setembro de 2020

Gilda Lisbôa Guimarães

José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Agradecimentos especiais pela colaboração, como pareceristas, aos membros do Gref: Alissá Mariane Garcia Grymuza, Lermerton Matos Nogueira e Widney Shelldon Souza.

CAPÍTULO 1

PESQUISA COMO EIXO ESTRUTURADOR DO ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Gilda Lisbôa Guimarães
José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Pesquisa e estatística, duas palavras recentemente incluídas no currículo brasileiro. O que querem dizer? Começemos por tentar entender o que é estatística.

A estatística é uma ciência como a matemática, a física, a geografia ou tantas outras. Como ciência, busca desenvolver métodos e técnicas de pesquisa para lidar racionalmente com situações sujeitas a incertezas, isto é, situações não determinísticas.

Estatística não é certeza? Sempre escuto que quando é comprovado estatisticamente é porque é verdade! Essa afirmação não é adequada. A estatística vai indicar a probabilidade de ocorrer determinada situação. Nesse sentido, quanto maior a probabilidade, maior a chance de ocorrer uma situação, mas nunca a certeza.

Nos anos mais avançados da escolarização, os alunos devem ser levados a conhecer cálculos matemáticos que permitam estabelecer essas probabilidades, mas, nos anos iniciais, os alunos devem somente ser levados a refletir sobre as diferentes possibilidades de ocorrência, sem quantificá-las.

Assim, a aprendizagem de estatística, no Ensino Básico, deve considerar que para além de compreender conceitos, técnicas e representações isolados, a aprendizagem da estatística requer a apropriação do processo de investigação estatística.

O estudante deve compreender que a estatística é um potente instrumento para as investigações de fenômenos naturais e sociais. Não se concebe mais uma formação estatística pautada tão somente em construir gráficos, tabelas e calcular alguns índices sem uma inserção de todos esses instrumentos e conceitos estatísticos nos contextos em que a estatística tenha o seu sentido e utilização.

Partindo do conhecimento de mundo de cada aluno, é possível realizar pesquisas que buscarão compreender o mundo e, portanto, provocam a interdisciplinaridade tão desejada na escola. Dessa forma, propiciaremos aos alunos uma reflexão, a partir de dados reais, sobre questões de interesse deles.

Mas, o que é pesquisa?

Ao contrário do que muitos afirmam, a pesquisa não é realizada somente nas universidades e nem por especialistas/pesquisadores. A pesquisa estatística assume métodos cientificamente testados e estruturados, ou seja, um processo sistemático de análise quantitativa de dados qualitativos ou quantitativos, na busca de gerar novos conhecimentos ou discutir conhecimentos antigos.

Porém, existem diferentes tipos de pesquisa e diferentes formas de se pesquisar. Nesse livro, estamos interessados em discutir sobre a pesquisa que acompanha o sujeito, desde suas formas mais intuitivas de se questionar, desenvolvendo um processo sistemático que busca gerar conhecimentos novos.

A produção desse conhecimento pode e deve ser tanto de professores como de alunos. Afinal, todo processo de formação estatística dos alunos prescinde também de uma boa formação dos professores para ensinar estatística. Nesse sentido, Borba e Guimarães (2006) afirmam que é fundamental incentivar professores, a partir da Educação Infantil, a pesquisarem suas salas de aula, uma vez que a formação deve ser *pela e para* a pesquisa.

O professor pesquisador é aquele que pesquisa o processo de ensino e aprendizagem em sua sala de aula, ou seja, pesquisa a aprendizagem de seus alunos e as relações dessas com sua mediação enquanto professor. Assim, articula suas intenções testando suas hipóteses na busca de resolver questões de sua sala de aula. Com isso, busca formas de propiciar uma melhor aprendizagem de todos os seus alunos, considerando o contexto institucional e cultural que ensina, modificando sua percepção sobre si mesmo, tornando-se crítico de sua prática e compreendendo seus alunos de uma forma que outros não conhecem.

A escola precisa valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica, por parte de alunos e professores, em uma sociedade marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões. Destarte, a pesquisa é uma forma de apropriação de saberes de forma autônoma,

permitindo uma prática reflexiva de mundo, levando professores e alunos a serem responsáveis pela produção do saber.

Nesse sentido, defende-se que a pesquisa deva ser o eixo principal da formação estatística dos alunos, assim como dos professores, de todos os níveis de ensino.

O pesquisador Iddo Gal denominou essa perspectiva de compreensão de estatística como Letramento Estatístico. O termo Letramento, utilizado por ele, vai ao encontro do que vem sendo usado no campo da linguagem. Assim, Gal (2002) expõe habilidades inter-relacionadas que atuam para o Letramento Estatístico da população, as quais requerem postura crítica, quando diante de informações estatísticas e exposição do entendimento a respeito delas. Em nossa sociedade, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomar decisões em situações de incertezas, é necessária uma postura investigativa, reflexiva e crítica para o exercício de cidadania. O Letramento Estatístico envolve conhecimentos estatísticos, matemáticos, de contexto, as crenças e atitudes e a necessidade de uma postura crítica. Ser estatisticamente competente significa ser crítico e reflexivo em relação à informação veiculada através de conteúdos estatísticos. Para isso, é preciso saber o que está presente num estudo estatístico, como interpretá-lo, e aprender a colocar perguntas críticas acerca do que é apresentado.

Nessa perspectiva, nosso atual currículo, a Base Nacional Curricular (BNCC, 2017), coloca que, desde os anos iniciais de escolarização, as crianças devem “interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas”

(p. 265). Enfatiza, ainda, a importância de se trabalhar com questões que envolvem dados reais que possam oferecer contextos ricos para aprendizagem de procedimentos estatísticos. A partir dos anos finais do ensino fundamental, a expectativa é que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, abrangendo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico, incluindo a decisão sobre a necessidade ou não de usar amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de uma adequada técnica de amostragem.

Ainda na BNCC, para os anos iniciais, o documento chama atenção para que as pesquisas envolvam mais de uma variável organizando os dados coletados em listas, tabelas (simples e de dupla entrada) e gráficos de barras, pictóricos e de linhas, com ou sem uso de tecnologias digitais, produzindo textos com o objetivo de sintetizar conclusões. Ressalta, ainda, a importância da apropriação desse tipo de linguagem. Nos anos finais, destaca a relevância do uso de planilhas eletrônicas, o significado das medidas de tendência central, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados. Além disso, a BNCC coloca a necessidade de os alunos averiguarem se a pesquisa deve ser censitária ou amostral, selecionando a técnica de amostragem mais adequada. No ensino médio, chama atenção para pesquisas estatísticas incluindo, ou não, o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

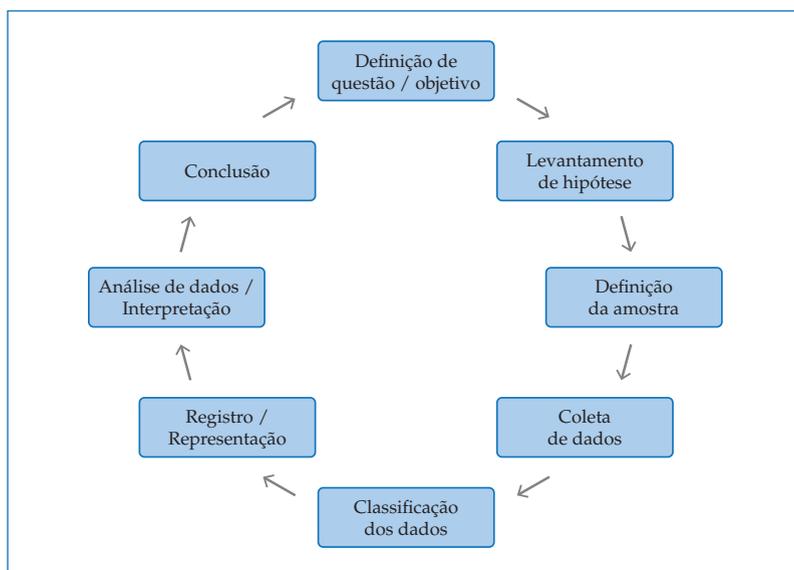
Nesse livro, adotamos essa perspectiva de um ensino de estatística baseado na pesquisa e de forma crítica. Desse modo, se faz imprescindível sempre lidarmos com dados reais em nossas pesquisas. Quando refletimos sobre dados

reais, estamos buscando perceber nosso mundo, o que possibilita resolvermos problemas práticos.

Para a realização de uma pesquisa, é necessário compreendermos cada uma de suas fases. Guimarães e Gitirana (2013) criaram este esquema (Figura 1) para ilustrar essas fases. Como podemos observar, ele é um esquema circular, pois, quando terminamos uma investigação científica, estamos prontos para lançar novas questões e assim a humanidade vem construindo sua cultura e/ou civilização.

Nos capítulos seguintes, cada uma dessas fases será melhor explorada e os autores refletirão a partir de situações vivenciadas em sala de aula. Aqui, é importante compreendermos todas essas fases relacionadas entre si.

Figura 1. Ciclo investigativo proposto por Guimarães e Gitirana



FONTE: Guimarães e Gitirana (2013).

Iniciamos uma pesquisa a partir de uma questão, ou seja, algo que queremos investigar. A fim de ser interessante e passível de realização, para, então, chegar a um resultado, essa questão dependerá do nível de conhecimento e escolaridade dos alunos. Esses, quando da Educação infantil, podem, por exemplo, pesquisar como se locomovem alguns animais e coletar as informações a partir de observações. Já alunos do Ensino Médio podem querer pesquisar sobre diferentes agrotóxicos para eliminar pragas de forma sustentável e realizar experimentos para verificar a adequação deles e sua eficácia e eficiência, a partir de observações.

Uma vez elaborada a questão de pesquisa, passamos para a fase seguinte, a qual se refere ao levantamento de hipóteses, ou seja, de possíveis respostas a nossa questão. Essas hipóteses partem dos conhecimentos prévios dos envolvidos na pesquisa e serão colocadas à prova (ver Capítulo 2). No caso da pesquisa da Educação infantil, os alunos podem hipotizar que a forma de locomoção se relaciona com tamanho ou tipo de membro que os animais têm (pernas, asas...), por exemplo. No caso da pesquisa do Ensino Médio, podem hipotizar a influência de determinados elementos naturais que são capazes de combater as pragas, podem considerar o período de melhor aplicação desses produtos, a quantidade e outros.

A partir dessas hipóteses, definimos quais serão os elementos da nossa amostra ou população. Mas, desde pequenos, precisamos reforçar a necessidade de levar os alunos a pensarem de forma probabilística. Eles vão levantar hipóteses que podem interferir nas conclusões e precisam definir se será possível investigar com toda a população ou com apenas uma amostra. Dessarte, digamos que as crianças resolvam investi-

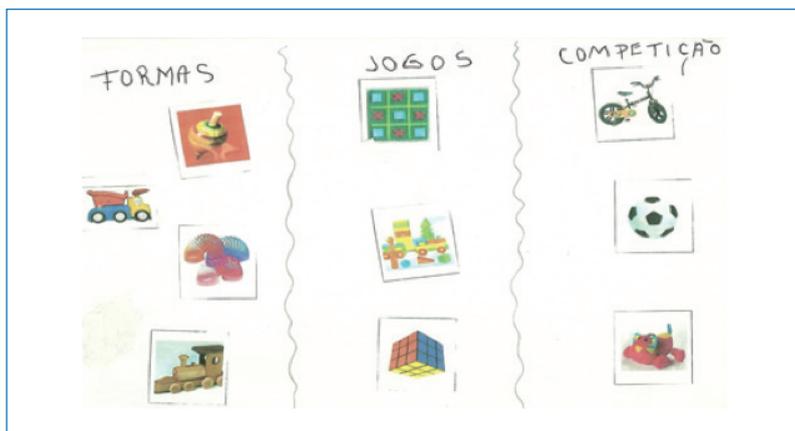
gar os animais que encontrarem na escola (formiga, minhoca, moscas...). Já os adolescentes poderão colocar os produtos considerando diferentes tipos de plantas, em diferentes fases de germinação, diferentes quantidades, entre outros. Nós professores, independente do ano escolar, precisamos levá-los a refletir se o que descobriram será válido para qualquer outra amostra, levando-os a pensar sobre a maior ou menor chance de ser verdade que o que foi encontrado nessa amostra, e se é verdade para toda a população. O vocabulário probabilístico deve ser um dos focos do ensino, além dos cuidados em generalizar uma conclusão para qualquer outro grupo. Uma amostra precisa ser representativa da população, considerando todas as variações dessa (ver Capítulos 3 e 4). Nesses exemplos, é fundamental questionar se os resultados que encontraram seriam os mesmos em outra escola na zona rural ou com outros produtos, por exemplo.

Na fase seguinte, os dados serão coletados. Certamente, será divertido para as crianças procurarem os animais pela escola e, para nós, buscarmos formas de observação e de registro delas. Os adolescentes, da mesma forma, precisarão construir maneiras de registrar as observações, ponderando todas as variáveis consideradas relevantes. Assim, nessa fase, é preciso estarmos atentos à forma que vamos observar e registrar nossos dados. Nesse ponto, o uso das tecnologias digitais, como as fotografias, por exemplo, pode auxiliar.

Na fase de classificação dos dados, é preciso definir os critérios que serão utilizados e conferir se as informações necessárias estão disponíveis. Cada grupo de elementos pode ser classificado de formas diferentes (ver Capítulo 5). Porém, para todas as classificações, é preciso que todos os elemen-

tos estejam em um dos grupos (exaustividade) e que nenhum elemento possa estar em mais de um grupo (exclusividade). Na Figura 2, temos um exemplo de uma classificação que não atende à exclusividade, pois todos os jogos têm uma forma e a competição é uma das características dos jogos. Assim, um mesmo elemento pode estar em mais de um grupo.

Figura 2. Classificação que não atende à exclusividade



FONTE: Luz (2011).

Algumas pessoas acreditam que classificações que envolvem gosto pessoal são equivocadas (Figura 3). Se uma pessoa classifica desenhos animados em função de gostar ou não, estaria errado, mas essa é uma classificação válida. O problema é que ela é individual e muitas vezes precisamos de uma classificação mais global, como a empresa responsável pela produção da atração. No exemplo a seguir, o aluno nos diz oralmente que classificou os desenhos animados como “Esse eu assisto muito/ eu assisto de vez em quando/ esse eu não assisto”, criando uma classificação correta individual.

Figura 3. Classificação que atende à exclusividade



FONTE: Luz (2011).

Vocês já devem ter percebido que criar critério de classificação depende do objetivo de quem classifica. Pensando no exemplo apresentado, se quero selecionar filmes para assistir, minhas preferências pessoais são fundamentais, já para saber a quantidade de filmes de diferentes produtoras, preciso classificar em função desse critério. Compreender essa especificidade do classificar é fundamental para nós professores na condução de uma pesquisa.

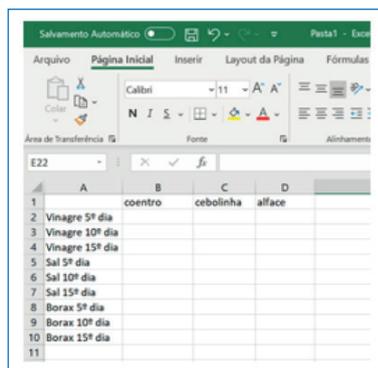
A partir do momento que criamos os critérios, classificamos todos os elementos. Para tal, precisamos definir como registrá-los. Muitas vezes, optamos em fazer um banco de dados manual (Figura 4) ou numa planilha eletrônica (Figura 5). Com as crianças pequenas, os registros manuais são mais adequados, mas, a partir do 3º ano do ensino fundamental, os alunos já são capazes de preencher uma planilha do Excel, por exemplo.

Figura 4. Banco de dados manual

	Perna e asa
	Perna
	Perna e asa
	Sem pernas

FONTE: Os autores.

Figura 5. Banco de dados no Excel



	A	B	C	D
1		coentro	cebolinha	alface
2	Vinagre 5º dia			
3	Vinagre 10º dia			
4	Vinagre 15º dia			
5	Sal 5º dia			
6	Sal 10º dia			
7	Sal 15º dia			
8	Borax 5º dia			
9	Borax 10º dia			
10	Borax 15º dia			
11				

Uma vez construído o banco de dados, é preciso começar a sistematizar as informações construindo tabelas (ver Capítulo 9). As quais são um tipo de representação que nos permitem analisar nossos dados.

Mas como organizar tabelas nos exemplos que estamos construindo aqui?

No caso dessa pesquisa da educação infantil, não faz sentido construir uma tabela e um gráfico, pois a questão de pesquisa não envolve a frequência de uma variável. Assim, nessa pesquisa, após a coleta dos dados e classificação, os alunos irão relacionar as informações e concluir, por exemplo, que os animais que voam têm asas e patas, portanto, se locomovem de duas formas diferentes.

Já na pesquisa do Ensino Médio, os alunos poderão pegar suas planilhas individuais e juntar em uma única planilha obtendo, assim, medidas repetidas de uma mesma variável e, portanto, é possível construir uma tabela e um gráfico.

Na Figura 6, apresentamos um exemplo de banco de dados e, na Figura 7, os mesmos dados em uma tabela. Podemos observar que no banco de dados temos uma configuração retangular com linhas que apresentam cada sujeito e colunas que apresentam as variáveis tipo de medalha e sexo. Já na tabela, temos uma configuração retangular com linhas que apresentam uma variável (tipo de medalha) e colunas que apresentam o gênero.

Figura 6. Banco de dados

Atletas brasileiros que receberam medalhas nas Olimpíadas de 2016

Nome dos atletas					
Rafaela Silva	X				X
Diego Hypolito		X			X
Poliana Okimoto			X	X	
Isaquias Queiroz		X			X
Arthur Zanetti		X			X
Thiago Silva	X				X
Arthur Mariano			X		X
Rafael Silva			X		X
Robson Donato	X				X
Felipe Wu		X			X
Maicon Siqueira			X		X
Mayra Aguar			X	X	

Figura 7. Tabela de frequência

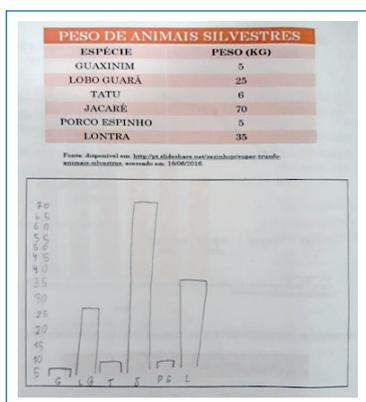
medalha	meninos	meninas
Ouro	1	2
Prata	0	4
Bronze	2	4

FONTE: Evangelista (2021).

Outra forma de representação de dados são os gráficos (ver Capítulos 6, 7 e 8). Nos anos iniciais, os gráficos mais utilizados são o pictórico e o de barras. Esses também são os tipos de gráficos mais utilizados pela mídia, pois são os de mais fácil compreensão. Desde o primeiro ano do ensino fundamental, os alunos são capazes de interpretar e construir gráficos de barras com escala unitária. A partir do 2º ano, os alunos já são capazes de construir gráficos com escalas não

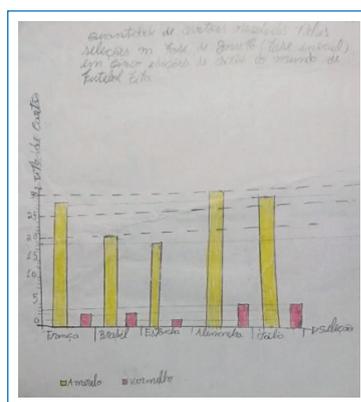
unitária, como no exemplo da Figura 8, construído por um aluno do 3º ano do ensino fundamental. Além disso, são capazes de construir gráficos de barras múltiplas, implicando em duas variáveis, como na Figura 9. No exemplo que segue, são representadas as quantidades de cartão amarelo e vermelho recebidos por seleções nacionais de futebol em cinco copas do mundo na fase grupos.

Figura 8. Gráfico com escala de 5 em 5



FONTE: Pontes e Guimarães (2021).

Figura 9. Gráfico de barras múltiplas escala de 5 em 5



A partir de informações sistematizadas apresentadas em tabelas e/ou gráficos, podemos analisar as informações e buscar responder à questão de pesquisa e chegar, então às conclusões. No caso da pesquisa da Educação Infantil, os alunos já concluíram que os animais que voam têm asas e patas, portanto, se locomovem de duas maneiras. Entretanto, será que todos os animais que voam têm 6 patas? Ou será que a quantidade de patas determina a capacidade de voo maior? Com essas questões poderemos iniciar uma nova pesquisa.

Por isso, chamamos esse procedimento de ciclo investigativo, afinal, quando chegamos a uma conclusão, sempre é possível colocarmos um “e se” fizéssemos de uma outra forma ou com outras amostras. É assim que a humanidade vem construindo o seu conhecimento, a sua cultura.

No caso da pesquisa do Ensino Médio, também é preciso refletir sobre os dados. Nesse nível de ensino, podemos sistematizar os dados utilizando as diferentes medidas de tendência central e de dispersão, analisar qual a mais adequada para a situação, discutir se o tipo de amostra probabilística, ou não, foi adequada e finalmente concluir, a partir dos dados, buscando a realização de inferências informais (ver Capítulo 13). Quando concluírem a pesquisa, poderão reiniciar o ciclo investigativo com produtos diferentes, tempo de utilização diferente ou outras questões que possam ir aprofundando a pesquisa finalizada. Há sempre uma nova ideia para ser investigada...

Assim, ressaltamos que há aprendizagens na vida e na escola referentes à compreensão de conceitos estatísticos. Existem conceitos que podemos aprender com nossas experiências de vida e existem conceitos que precisam ser refletidos e sistematizados na escola. A escola tem, então, o papel de proporcionar a todos aprendizagens fundamentais para o efetivo exercício da cidadania.

Para compreender como as pesquisas são desenvolvidas, é preciso que os alunos participem delas do início ao fim, passando por todas as suas fases. É fundamental que sejamos professores pesquisadores e proporcionemos que eles sejam alunos pesquisadores.

Em qualquer nível de ensino, a pesquisa pode durar apenas um dia ou semanas. O fundamental é que os alunos aprendam a pesquisar e não apenas repetir o que outros afirmam, que sejam levados a refletir e propor soluções para problemas e questões atuais.

Finalmente, ressaltamos que a pesquisa deve ser o momento de um trabalho cooperativo em grupo. Com isso, o conhecimento produzido pelos alunos deve ser divulgado de forma mais ampla possível, numa construção coletiva de conhecimento.

Entrelaçando Estatística e Probabilidade

Como já discutido na seção anterior, e considerando o que apresentamos neste texto até o momento, objetivamos que, por meio de propostas didáticas na sala de aula, seja possível o letramento tanto estatístico como probabilístico dos estudantes.

O Letramento Estatístico (GAL, 2002) envolve a capacidade de uma pessoa interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, levando em consideração os argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos apresentados em qualquer contexto. Em outros capítulos deste livro, essa discussão será retomada e aprofundada.

A proposta do Letramento Probabilístico (GAL, 2005), o qual está intimamente ligado ao letramento estatístico, apresenta elementos necessários para que, enquanto cidadãos, tomemos decisões coerentes e justas em situações de aleatoriedade e com envolvimento do raciocínio probabilístico. Tal modelo pode nos ajudar, enquanto professores, a preparar os

estudantes para sua atuação social, por meio da compreensão da aleatoriedade, a qual é bastante presente em nossas vidas. Assim, a partir das reflexões sobre o que seria um cidadão letrado probabilisticamente, Gal (2005) nos leva a pensar sobre a natureza da probabilidade, suas características, e o que cidadãos adultos precisam saber sobre esse conceito, assim como suas implicações no mundo real.

Uma dessas compreensões é a linguagem, que diz respeito ao entendimento dos termos e à familiaridade com vários conceitos como chance e risco. Compreende-se que a tomada de decisão bem como as predições realizadas, a partir e com base nos dados, precisam considerar a incerteza como característica da pesquisa estatística e, para isso, a utilização da linguagem probabilística é fundamental.

Porém, a utilização de linguagem apropriada à situações de incerteza tem se revelado uma habilidade de difícil compreensão, por parte dos estudantes do Ensino Fundamental e Médio. O trabalho em sala de aula, com atividades que possibilitem uma apropriação da linguagem probabilística, contribui para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico. Noções e termos que nos parecem de simples compreensão podem se constituir em obstáculos para a percepção dos conhecimentos probabilísticos, inclusive com estudantes de etapas escolares mais avançadas, como no Ensino Médio. Explorar a diferença entre eventos *impossíveis* e eventos *improváveis* é um destes aspectos, uma vez que mesmo pessoas adultas tendem a tratar eventos improváveis como impossíveis e cometem decisões errôneas que poderiam ser evitadas, caso tivessem considerado algo que é improvável, mas possível de acontecer.

Podemos pensar atividades que explorem os termos que constituem os eventos aleatórios, vejamos dois exemplos:

- 1) Numa caixa há cinco bolas todas iguais com numeração de 1 a 5. Sem ver, uma pessoa retira uma bola da caixa. Observando a caixa e considerando que se tira apenas uma bola, descreva:
 - a) um acontecimento possível (mas não certo);
 - b) um acontecimento impossível;
 - c) um acontecimento certo.

- 2) João tem um saco com 15 bolinhas de gude, todas de mesmo tamanho. Sete bolinhas são da cor verde, cinco são da cor azul e três são da cor branca. Ao sortear uma bolinha do saco, sem ver, descreva:
 - a) um acontecimento impossível;
 - b) um acontecimento mais provável;
 - c) um acontecimento pouco provável.

Quando lidamos com aleatoriedade, não significa que, necessariamente, todos os resultados são igualmente prováveis. Muitos estudantes levam consigo essa noção errônea por diversas fases de sua escolaridade. É fundamental trabalhar a noção de que existem resultados aleatórios, os quais podem ser mais prováveis do que outros e, ao falar sobre aleatoriedade, não significa que não é possível pensar logicamente sobre os resultados dos eventos aleatórios.

Em meio às incertezas, estamos sempre fazendo escolhas e tomando decisões, com isso, precisamos ter a capacidade de pensar sobre as chances de algo dar certo ou errado. Assim,

necessitamos saber sobre os riscos em diferentes situações tais como, a decisão sobre a escolha de um tratamento médico e não outro, além de ser capaz de utilizar os termos adequados para comunicar sobre as probabilidades. A linguagem, enquanto o ato de comunicar sobre incertezas e aleatoriedades, se articula com outros aspectos conceituais, como por exemplo, as formas de quantificação de probabilidades e a noção de risco probabilístico.

No documento curricular brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017; 2018), encontramos orientações para uma abordagem da probabilidade, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Essas orientações se dão por meio dos objetivos de aprendizagem e, de uma forma geral, discorrem sobre a compreensão das características dos diferentes eventos aleatórios, tais como improváveis, impossíveis, pouco provável, e outros, além de eventos independentes e dependentes, exploração e mapeamento do espaço amostral, equiprobabilidade e não-equiprobabilidade, quantificação de probabilidades comparando entre a probabilidade clássica e frequentista. Assim, corrobora a importância da tomada de decisão, levando-se em contas os riscos probabilísticos envolvidos nessa escolha.

Ensino e Aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica

Em nossa vida cotidiana, lidamos com uma diversidade de situações que envolvem noções de aleatoriedades, chances e probabilidades vivenciadas das mais diferentes formas. Em meio a essas vivências, somos interpelados a tomadas de decisões, que requerem de nós uma boa compreensão sobre

os conhecimentos probabilísticos. Crianças, adolescentes e adultos constantemente fazem uso de noções probabilísticas, mesmo que de maneira bastante intuitiva. Logo, dentro e fora da escola, é possível percebermos o uso dessas noções em situações de incerteza, inclusive desde os primeiros níveis de escolaridade, quando, por exemplo, um grupo de crianças utiliza brincadeiras como *ímpar ou par* para decidir quem vai de forma justa iniciar um outro jogo ou brincadeira.

Um dos aspectos das situações que envolvem a aleatoriedade é que elas são de caráter contraintuitivos, em outras palavras, ferem a nossa intuição. Com efeito, a noção de aleatoriedade costuma está atrelada a um conhecimento intuitivo/informal de probabilidade, envolto em crenças e concepções que podem nos levar a julgamentos e decisões errôneas. Nesse sentido, a escola tem um papel fundamental ao ajudar os estudantes na construção dos conhecimentos probabilísticos necessários para sua atuação social e na realização de melhores escolhas em situações de incerteza.

Os pesquisadores Tversky e Kahneman (1983), argumentam que mesmo as pessoas que possuem um grau de estudos superior, quando lidam com processos de raciocínios aleatórios numa diversidade de situações, que envolvem questões econômicas, jurídicas ou médicas, as crenças e a intuição muitas vezes interferem negativamente em suas decisões.

O experimento aleatório de lançamento de dados e moedas é um exemplo clássico que encontramos no trabalho dos professores que ensinam matemática e nos livros didáticos. Entretanto, propomos, no próximo parágrafo, uma maior reflexão para além da quantificação das chances do lançamento de uma moeda ou dado, revelando como as intuições

e crenças estão imbricadas nas decisões, em situações de aleatoriedade.

Refletindo sobre contexto de lançamento de uma moeda honesta, circunstância com a qual entramos em contato desde os primeiros anos escolares, e conhecimento da probabilidade de obtenção de uma Cara ou Coroa no lançamento ser de 50% para cada, não é fácil, para muitas pessoas, compreenderem a independência dos resultados em lançamentos sucessivos de uma moeda. Portanto, após lançar uma moeda (não-viciada) cinco vezes e obter coroa como resultado nos cinco lançamentos (Figura 10), encontramos justificativas pessoais sobre a possibilidade de no sexto lance ser mais provável obter-se cara em vez de coroa, uma vez que *“já saiu muito a face coroa, então agora será cara”*. Nessas situações, é possível perceber o quanto o aspecto intuitivo e das crenças entram em cena quando lidamos com situações aleatórias.

Figura 10. Resultados dos cinco lançamentos de uma moeda



FONTE: Os autores.

Por outro lado, situações como essas podem se constituir como ricas possibilidades didáticas para a discussão em sala de aula. O professor poderá debater com os estudantes a distinção entre um número pequeno e um número grande de lançamentos, ou seja, o entendimento sobre a lógica da lei dos grandes números e sobre eventos independentes.

A lei dos grandes números justifica que com o número de experimentos ficando cada vez maior, as frequências dos resultados tendem a se ajustar à probabilidade clássica¹. No caso do exemplo anterior, experimentos como o de lançamento de uma moeda, sequências que apresentam resultados como “CCCC”, “KKKK” ou “KCKCKC” podem ser tão aleatórios como uma sequência “CKCKKKKKCKCCKK”. No entanto, com o aumento da repetição do experimento, o desequilíbrio entre Caras (C) e Coroadas (K) tende a desaparecer e a frequência ir se aproximando cada vez mais do 50%. Outros tipos de padrões que podem ser observados em uma pequena sequência de experimentos aleatórios, tais como os que envolvem sorteios e lançamentos, também podem ser usados para mobilizar esta discussão em sala de aula.

A crença sobre a dependência de sequência de eventos sucessivos consta como o principal entrave à compreensão da aleatoriedade por crianças e adultos, ao tomarem decisões em situações de incerteza. No Jogo da Mega-Sena, é comum ouvirmos das pessoas recomendações sobre como aumentar as chances de acertar as seis dezenas dessa referida loteria e

1 Probabilidade calculada por meio da razão cujo numerador é o número de casos favoráveis (P_a) e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis (N).
 $P(A) = P_a / N$.

realizar o sonho de ser milionário. Uma das recomendações, para o suposto aumento das chances, seria nunca jogar em dezenas sequenciais, como as da segunda linha da Figura 11.

Figura 11. Exemplo de sequência de dezenas do Jogo Mega-Sena



FONTE: Os autores.

Se realizássemos uma rápida pesquisa com nossos amigos e familiares sobre quais das sequências de dezenas eles escolheriam como mais prováveis de serem sorteadas, certamente a sequência da primeira linha seria a mais escolhida. Vejamos o quanto é complexo para as pessoas compreenderem que ambas as sequências de dezenas que apresentamos são aleatórias, e que os resultados do sorteio de cada bola são independentes, ou seja, não interferem no próximo sorteio, pois são eventos independentes. Contudo, a recomendação de que dezenas sequenciadas são mais difíceis de sair do que outras que parecem ser mais aleatórias, não tem embasamento na lei da probabilidade.

Nós professores, precisamos ter atenção às questões que envolvem crenças pessoais para podermos trabalhar na perspectiva de desconstrução delas e na promoção do raciocínio aleatório, necessário para compreensão do conceito de probabilidade.

Nesse sentido, o ensino das noções que sustentam o conceito de probabilidade deve ser abordado desde os anos iniciais de escolarização. Entretanto, podemos nos perguntar se as crianças estão aptas a aprender sobre probabilidades. Como abordar o ensino de probabilidade com as crianças? Elencamos alguns tópicos para o trabalho nos primeiros anos de escolaridade:

- Proporcionar experiências com situações aleatórias do contexto vivido por elas;
- Ajudar a desenvolver uma linguagem para descrever as referidas experiências;
- Partir de suas intuições prévias e confrontá-las com os dados das experiências;
- Conectar a probabilidade com outros temas matemáticos, bem como, no contexto de outras disciplinas.

Considerando esses tópicos, é possível desenvolver um rol de atividades em sala de aula que discutam desde as características entre fenômenos aleatórios e determinísticos até diferenças entre eventos possíveis, impossíveis, improváveis e mais ou menos prováveis de acontecer. Para isso, é fundamental discutir termos como impossível, possível, bastante provável, certo, incerto, se espera que, entre outros, além das diversas representações para contagem de espaços amostrais

simples; comparação e quantificação de probabilidades. Há, inclusive, possibilidades didáticas de abordagens desses objetos de conhecimentos nos anos iniciais de escolarização, por meio do uso de histórias infantis (ver Capítulo 12).

De forma gradativa, as experiências vivenciadas com os estudantes, desde as primeiras etapas do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, devem propiciar a percepção de que a Matemática também está envolta de outros tipos de situações, além daquelas de caráter determinísticos.

Uma importante atividade sobre a quantificação de probabilidades se constitui em observar as formas corretas para o mapeamento das possibilidades do espaço amostral. Consequentemente, se bem orientados, os estudantes conseguem desenvolver estratégias que os levem a um mapeamento correto das possibilidades de um evento. O conjunto de resultados possíveis de um evento é referido como o espaço amostral, o qual desempenha um papel essencial que, às vezes, é subestimado ao se trabalhar com problemas de probabilidade.

Um espaço amostral pode ser muito simples quando realizarmos o do lançamento de uma moeda com apenas dois resultados possíveis e/ou um lançamento de um dado com os seus seis resultados possíveis. Entretanto, os espaços amostrais são geralmente mais complexos, se lançarmos dois dados o número de resultados possíveis – o espaço amostral – aumenta para 36 (mais adiante veremos uma atividade utilizando o experimento do lançamento de três dados em que o espaço amostral passa a ser de 216 possibilidades).

Figura 12. Espaço amostral do lançamento de dois dados

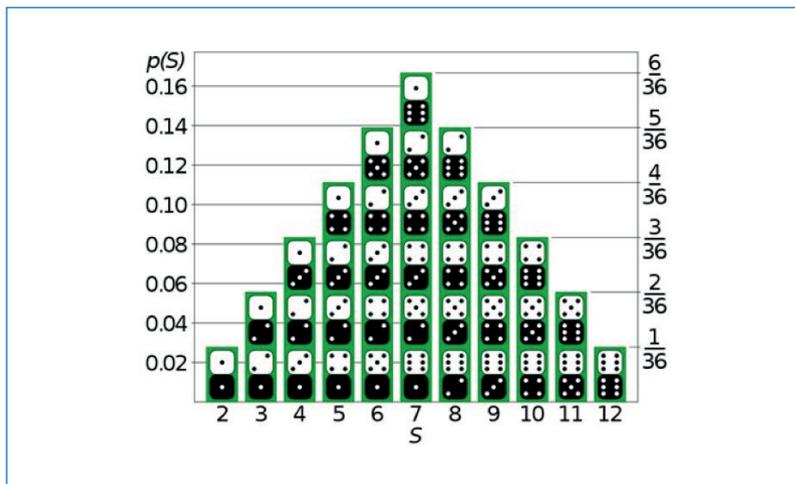
		DADO 1					
		1	2	3	4	5	6
DADO 2	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

FONTE: Os autores.

Convém chamar atenção para o fato de que trabalhar com espaços amostrais vai mais além do que apenas contar os resultados possíveis. Em boa parte das situações, é preciso organizar os resultados em categorias, como no exemplo com o lançamento dos dois dados: apenas um dos pares (1,1) nos dá a soma 2, enquanto os pares (4,6; 5,5; 6,4) nos dão a soma 10, entre os 36 resultados possíveis; com isso, há resultados das somas que são mais prováveis de acontecer do que outros. Na figura 13, S foi utilizado para a soma dos resultados do lançamento dos dois dados e $p(S)$ para a probabilidade de uma referida soma.

Apontamos que é preciso saber trabalhar com qualquer espaço amostral para compreender e quantificar as probabilidades de um evento específico. Nos anos iniciais, é possível conduzir as crianças a mapear espaços amostrais simples e com pequenas quantidades de elementos, depois represen-

Figura 13. Espaço amostral da soma (S) dos resultados do lançamento de dois dados



FONTE: Stellmach (2006).

tar, por meio de tabelas, árvores de possibilidades ou outros arranjos construídos pelos próprios estudantes. O raciocínio combinatório é parte fundamental no trabalho com espaços amostrais e se articula com o raciocínio probabilístico, para uma melhor compreensão da aleatoriedade. (LIMA e BORBA, 2019).

No Ensino Médio, as estratégias para o mapeamento do espaço amostral começam a envolver situações mais complexas, que podem demandar a compreensão de técnicas da combinatória, tais como arranjos e permutações.

Santos (2019) realizou uma pesquisa com 16 estudantes, dos anos finais do Ensino Fundamental (7º e 8º anos), que pode nos ajudar a refletir sobre o espaço amostral. Os estudantes responderam a atividade da Figura 14.

Figura 14. Atividade Os filhos de Romeu e Julieta

Romeu e Julieta estão planejando ter três filhos após o casamento. Como sabemos, o sexo do bebê que será gerado não pode ser determinado, sabemos apenas que pode ser do sexo masculino e feminino. Romeu e Julieta estavam pensando nas combinações possíveis dos filhos que teriam entre a quantidade de homens e mulheres.

a) Você acha que?

() é mais provável ter os três filhos do mesmo sexo.

() é mais provável ter apenas dois filhos do mesmo sexo.

() as chances são as mesmas.

Por quê?

b) Descreva todas as combinações possíveis dos filhos que Romeu e Julieta poderiam ter, considerando que a ordem dos nascimentos dos filhos é distinta.

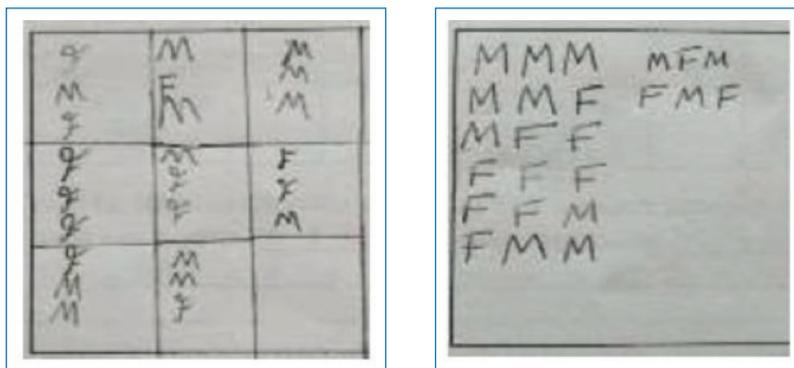
FONTE: Santos (2019).

As reflexões advindas dessa atividade nos permitem uma gama de considerações pertinentes. Em um primeiro momento, todos os estudantes afirmaram que *“as chances são as mesmas”*, mas apresentaram dificuldades para construir uma justificativa que respaldasse a sua escolha. Um dos estudantes justificou que *“Porque pode vir três meninos como também três meninas ou pode vir misturado”* discorrendo que seriam duas chances de nascerem três crianças do mesmo sexo (3 meninos ou 3 meninas) como poderiam ser duas chances de nascimento do mesmo sexo e um do sexo diferente (2 meninas e 1 menino ou 2 meninos e 1 menina). Entretanto, nenhum dos estudantes tentou encontrar, a princípio, as diferentes formas de nascimento para depois verificar as variações e combinações, considerando os diferentes sexos.

Com a solicitação de sistematização de todas as possibilidades (letra b), todos os estudantes conseguiram compreender o evento mais provável e que, mesmo não podendo afirmar sobre uma certeza concernente ao nascimento, é possível pensar logicamente sobre os resultados desse evento e compreender o que seria mais provável acontecer. Esse é um fato importante no trabalho com situações aleatórias, pois mesmo que não saibamos, com certeza, os resultados de um experimento ou evento aleatório, não significa que não seja possível pensar logicamente sobre esses resultados.

Com respeito ao mapeamento das possibilidades, ainda com o exemplo desta atividade, o estudo apontou que os estudantes, ao serem solicitados a descrever as possibilidades, utilizaram diferentes formas do espaço amostral. Entretanto, alguns ainda não conseguiram esgotar todas as possibilidades. Na Figura 15, apresentamos o registro de duas estratégias realizadas pelos estudantes.

Figura 15. Registros de espaço amostral



FONTE: Santos (2019).

Ao final da atividade, e sem apresentar dificuldades, os estudantes conseguiram justificar essas chances comparando com a descrição do espaço amostral que acabaram de fazer e contrastando com as respostas dadas no início da atividade. Ressaltamos, com isso, a importância da descrição do espaço amostral no estudo de probabilidade e, ainda, as estratégias com o uso da árvore de possibilidades e tabelas de dupla entrada.

Em atividades de quantificação de probabilidades, pontuamos que as situações didáticas, que exploram apenas a probabilidade clássica, não contribuem para uma compreensão das características dos eventos aleatórios que aparecem em nosso cotidiano, nos quais estão envolvidos os diferentes enfoques que constituem esse conceito. É preciso que se explore, na sala de aula, situações em que os estudantes possam investigar as frequências dos resultados de experimentos aleatórios, explorando as chances desses resultados, suas respectivas probabilidades e a tomada de decisão em meio a essa exploração. Uma probabilidade calculada a partir da frequência dos resultados em um experimento aleatório, denominamos de probabilidade frequentista.

Uma proposta de atividade que usa ferramenta digital é a denominada de “O lançamento de 3 dados²”. Essa atividade tem como objetivo possibilitar aos estudantes a compreensão sobre o enfoque frequentista, como uma forma de estimativa da probabilidade real e da operacionalização da lei dos grandes números. Trabalhamos com essa atividade tanto

2 O autor entrou em contato com a referida atividade, quando tutor à distância, na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática ministrada pela prof. Verônica Gitirana na UFPE.

com estudantes do Ensino Médio, quanto com professores que ensinam matemática em formação inicial e continuada (CARVALHO, 2017). Em tal proposta, discutimos as respostas de 35 estudantes do Ensino Médio, que responderam as questões em um formulário Google (Figura 16).

Figura 16. Atividades com o aplicativo O lançamento de 3 dados

- Jogue 3 dados e some os pontos obtidos. Anote todos os resultados.
- Repita essa jogada 20 vezes.
- Quantas vezes você conseguiu uma soma de 3 pontos, quantas de 4, quantas 5, etc.?
- Quais são as chances de, ao jogar os dados, a soma ser 8?
- Qual é a probabilidade de a soma ser 8?

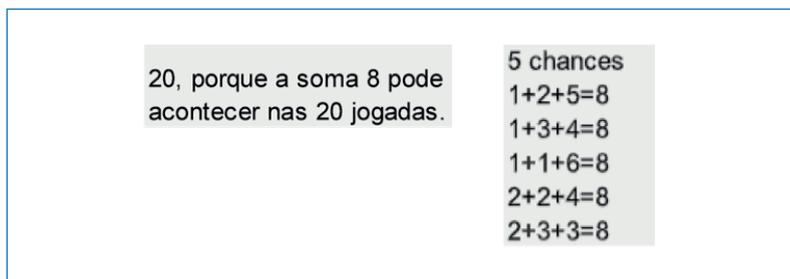
FONTE: Os autores.

Após todos terem respondido, levamos para a sala de aula algumas das respostas para discussão, permitindo problematizar o enfoque clássico e o enfoque frequentista. Construímos a animação de um gráfico com as frequências acumuladas, o que possibilitou a compreensão da lei dos grandes números, ou seja, que as frequências tendem a se estabilizar com um número cada vez maior de lançamentos.

Pontuamos que a pergunta “Qual a chance de, ao jogar os dados, o resultado da soma ser 8?” difere da “Qual a probabilidade de, ao jogar os dados, o resultado da soma ser 8?”. Entre as diversas respostas propiciadas por essa atividade, destacamos o que escreveu um dos estudantes, “são várias as chances” e que “nesse meu caso foi 2 em 20...” como se a probabilidade de sair

a soma 8, nesse experimento, fosse diferente para cada pessoa que o realizasse. Na figura 17, apresentamos outras respostas.

Figura 17. Respostas dos alunos



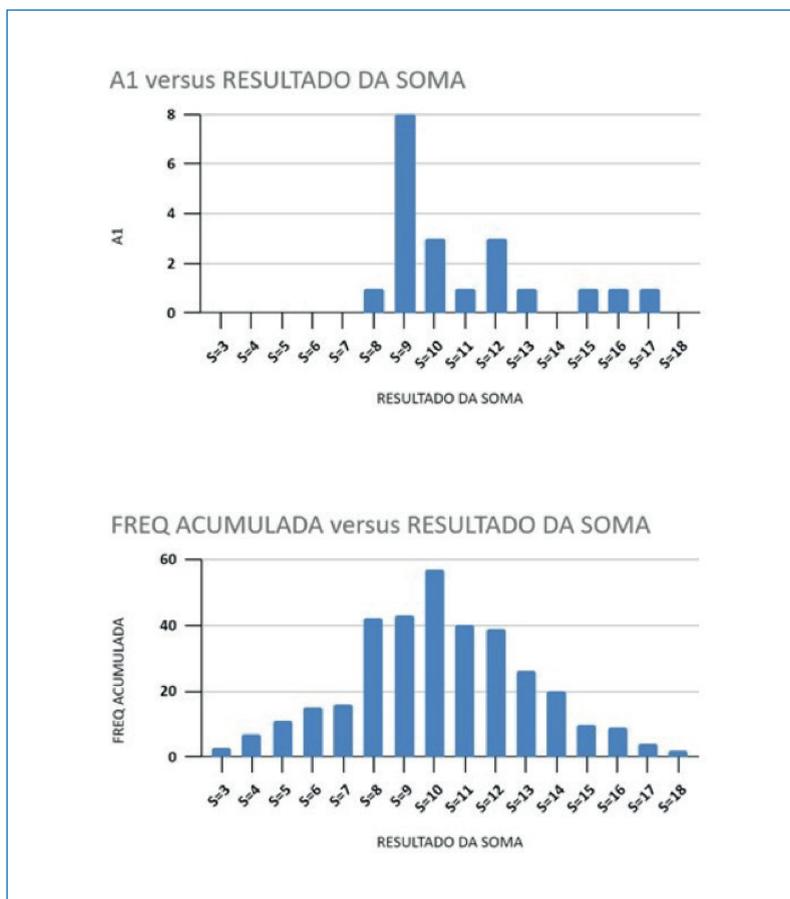
FONTE: Os autores.

A primeira resposta demonstra uma incompreensão do estudante que responde considerando que a pergunta seria sair ou não o 8, em cada jogada, sem levar em conta as diferentes possibilidades de constituição do resultado da soma 8. Na segunda resposta, percebemos a dificuldade com o mapeamento de todas as possibilidades. Neste caso, o estudante não leva em conta, por exemplo, que com os números 1, 3 e 4 podemos ter seis diferentes possibilidades ao permutá-los. Nessa atividade, o correto mapeamento do espaço amostral nos leva a correta probabilidade em sua forma fracionária ($21/216$) ou em porcentagem (aproximadamente 9,72%).

Com a utilização de uma planilha de dados, construímos a frequência acumulada dos resultados preenchidos no formulário. Com isso, foi possível ir percebendo, por meio de uma animação, a diferença entre o gráfico gerado a partir da inclusão de apenas um estudante até a inclusão dos resultados

dos 35 estudantes (Figura 18). A animação dos gráficos permitiu visualizar a modificação que vai ocorrendo na curva da distribuição das frequências. Assim, foi possível compreender como as frequências, com o aumento da realização do experimento, tendem para o valor da probabilidade clássica e da curva normal de distribuição de probabilidades.

Figura 18. Comparação de resposta individual e coletiva



FONTE: Os autores.

Outro aspecto que queremos destacar neste texto, para abordagem da probabilidade na Educação Básica, relaciona-se com a noção de risco probabilístico. Bryant e Nunes (2012) destacam a importância de abordar as noções sobre risco probabilísticos e a tomada de decisão em situações que envolvem a relação entre duas variáveis. Essa orientação também se constitui como objetivo de aprendizagem no documento curricular brasileiro (BRASIL, 2018).

Nos primeiros anos (6º e/ou 7º anos), da etapa de escolaridade dos anos finais do Ensino Fundamental, já é possível uma abordagem com as crianças mobilizando reflexões sobre escolhas e decisões relacionadas com variáveis apresentadas em tabelas de dupla entrada. Nessa etapa, deve-se priorizar apenas as tabelas probabilísticas com duas variáveis, dados com valores pequenos e contextos oriundos do universo infantil. O contraste entre as crenças e a tomada de decisão é um forte elemento, quando trabalhamos com a noção do risco probabilístico. Diante da situação apresentada na Figura 19, é perguntado se existe alguma relação entre o nível de decibéis de um *i-pod* e a perda da audição?

Nessa atividade, podemos, primeiro, perguntar o que as crianças acham e, só depois, apresentar a tabela com os valores. Diante da tabela, é pertinente solicitar o que elas pensam sobre a associação das variáveis, considerando os valores, e perguntar se acham que existe ou não relação, justificando a sua escolha. A proposta é fazer com que as crianças raciocinem sobre os valores apresentados em cada uma das células, para investigar se há alguma evidência do que vai confirmar ou não. É interessante incentivar os estudantes a olhar para todos os valores apresentados nas quatro células.

É importante que as crianças também percebam que, por exemplo, nem todas as pessoas que escutam *i-pod* alto acabam com perdas auditivas e que há pessoas que escutam *i-pod* baixo e perdem a audição. O ponto de estudar probabilidades é que os estudantes precisam pensar que “é mais provável que *A* aconteça se *B* acontecer”, mas que tudo é uma probabilidade e não uma certeza.

Figura 19. Atividade sobre risco de probabilístico

	i-pod com volume em 85 decibéis 	i-pod com volume em 70 decibéis 
Ouvintes de i-pod com perdas auditivas	36	9
Ouvintes de i-pod sem perdas auditivas	6	54

FONTE: Bryant e Nunes (2012).

No Ensino Médio, a abordagem já deve utilizar grandezas numéricas maiores e/ou dados reais de pesquisas realizadas pelos próprios estudantes, além de ser possível trabalhar com duas variáveis em tabela 2×3 (Figura 20). Diante disso, é possível perguntar se há uma relação entre o número de aprovados e reprovados face ao tempo dedicado para o estudo e como justificam suas respostas. O professor pode ampliar o trabalho para compreensões sobre eventos condicionados.

Figura 20. Atividade para o Ensino Médio sobre risco de probabilístico

	Menos de 5h	Entre 5h e 10h	Mais de 10h
<i>Aprovados</i>	5	15	51
<i>Reprovados</i>	20	7	2

FONTE: Os autores.

Apesar da possibilidade de utilização de abordagens probabilísticas, em diferentes contextos, há uma tradição, no ensino, durante a Educação Básica, de apenas utilizar a clássica fórmula de Laplace³ para a quantificação de probabilidades e/ou a manipulação de fórmulas provenientes dos diferentes modelos probabilísticos.

Uma das características do conceito de probabilidade, é seu aspecto multifacetado, o qual apresenta cinco enfoques do conceito de probabilidade: intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. A probabilidade geométrica pode ser compreendida como uma extensão do enfoque clássico para grandezas contínuas. Neste texto, realizamos uma discussão que perpassa de forma mais contundente os enfoques intuitivos, clássico e frequentista, uma vez que eles podem e devem ser bem explorados, desde os anos iniciais de escolaridade com ampliação nas etapas escolares posteriores. No Ensino Médio, o trabalho com a probabilidade deve ser ampliado e envolver a compreensão dos diferentes enfoques probabilísticos. Além disso, a probabilidade condicional, numa abordagem mais contextual do que da aplicação da fórmula e o modelo da curva normal, deve ser abordada com estudan-

3 Probabilidade calculada por meio da razão cujo numerador é o número de casos favoráveis (P_a) e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis (N). $P(A) = P_a / N$.

tes, também nessa etapa de escolaridade, como explorado no Capítulo 13.

Em diversas prescrições curriculares para o ensino de matemática, tanto em âmbito nacional como internacional, o conceito de Probabilidade é indicado para ser abordado nos diversos anos de escolaridade. Entretanto, o ensino e aprendizagem da Probabilidade, na Educação Básica, precisa avançar para uma abordagem didática que permita aos estudantes uma compreensão que os ajude na tomada de decisões em situações que envolvam a aleatoriedade e o risco, motivadoras para a desconstrução de um ensino que se respalda apenas em aplicações de fórmulas.

Ao longo do presente texto, nossa preocupação foi trazer reflexões sustentadas na literatura sobre o ensino e aprendizagem da estatística e probabilidade na Educação Básica. Contudo, o interesse maior foi trazer situações práticas que possam balizar o trabalho pedagógico de professores que ensinam(rão) Matemática, desde os anos iniciais da Educação Básica, quando da abordagem de conceitos e noções estatísticas e probabilísticas, oferecendo-lhes algumas possibilidades didáticas de fácil compreensão e de possibilidades de (re)planejamento para a sala de aula presencial e/ou virtual.

Assim, ponderamos que a ideia não é a reprodução destas situações sem um olhar crítico para as reais necessidades conceituais, procedimentais, atitudinais e factuais dos estudantes em prol de uma educação estatística e/ou probabilística. Com efeito, esperamos que tais situações possam ser adaptadas e (re)contextualizadas aos vários espaços-tempos vivenciados pelos professores da Educação Básica, considerando, inclu-

sive, o momento atual de crise sanitária imposta pela pandemia do COVID-19, que tem limitado as formas de interação, de construção de conhecimentos e, inevitavelmente, de consolidação de aprendizagens.

Ao longo dos próximos capítulos deste livro, você encontrará outras discussões que estabelecem interfaces com muito do que já foi discutido aqui, mas também com outros vieses teórico-metodológicos, complementando nossas ideias já apresentadas e descortinando outros cenários formativos e de ensino e aprendizagem no contexto da Estatística e Probabilidade.

Referências

BORBA, R.; GUIMARÃES, G. A formação continuada de professoras de séries iniciais *pela e para* a pesquisa. *Cadernos de Estudos Sociais*, Recife, v. 22, n. 2, p. 179-198, jul./dez. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e da Secretaria de Educação. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e da Secretaria de Educação. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC, 2017.

BRYANT, P.; NUNES, T. *Children's Understanding of Probability: a literature review*. London: Nuffield Foundation, 2012. Disponível em: <http://www.nuffieldfoundation.org/news/childrens-understanding-probability>.

CARVALHO, J. I. F. *Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de Probabilidade com professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental*. 2017. 344 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo (Unian), São Paulo, 2017.

EVANGELISTA, Betânia. *Ensino e aprendizagem de tabelas nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared. *Internacional Statistical Review*, Australia, v. 70, p. 1-33, Apr. 2002.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: JONES, G.A. (Ed.). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. USA: Springer, 2005. p. 39-63.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática*. Recife: UFPE, 2013. p. 93-132.

LIMA, E.; BORBA, R. A articulação entre combinatória e probabilidade nas diferentes instâncias do currículo: um levantamento da produção nacional. *Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM*, Campos do Mourão-PR, v. 8, n. 17, p. 546-566, 2019.

LUZ, Patrícia dos Santos. *Classificações nos anos iniciais do Ensino Fundamental: o papel das representações*. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

PONTES, Marcília; GUIMARÃES, Gilda. Construção de gráficos de barras a partir de diferentes recursos: lápis e papel e software Excel. *Revista sergipana de matemática e educação matemática*, Sergipe, v. 6, p. 43-64, 2021.

SANTOS, I. P. dos. *Ecologia de aprendizagem sobre probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

STELLMACH, Tim. Dice distribution (bar).svg. In: WIKIMEDIA COMMONS: The free media repository. [S. l.], 27 set. 2006. Disponível em: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dice_Distribution_\(bar\).svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dice_Distribution_(bar).svg). Acesso em: 25 jan. 2022.

TVERSKY, A., KAHNEMAN, D. Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review*, Washington, DC, v. 90, n. 4, p. 293-315, 1983.

CAPÍTULO 2

LEVANTAMENTO DE HIPÓTESES E CONFRONTOS COM DADOS REAIS

Erica Michelle S. Cavalcanti
Gilda Lisbôa Guimarães

O estudo da estatística, desde os primeiros anos de escolaridade, deve levar à compreensão do processo de investigação, pois o ensino tem priorizado uma das fases da investigação que é a representação dos dados. Apesar do estudo sobre representar dados ser fundamental, é importante que ocorra uma abordagem não apenas pontual de uma das fases do ciclo da pesquisa estatística, mas uma abordagem que evidencie a relação entre essas fases. Uma vez que, cada uma dessas fases demanda habilidades diferentes das outras, mas dependentes entre si.

Sabemos que vivemos em um mundo em que afirmações e decisões que interferem na economia, política, educação, saúde, segurança, e demais facetas da sociedade, são baseadas em dados estatísticos. O problema é que, nem sempre, tais dados estatísticos receberam o tratamento adequado. Assim,

conhecimentos de proporcionalidade, escala, elaboração de problemas de pesquisa, amostragem e tantos outros conceitos são necessários para que avaliemos, de modo crítico, informações estatísticas amplamente veiculadas para, assim, nos tornarmos adultos letrados estatisticamente (GAL, 2002). Nesse sentido, o uso de dados reais dá significado ao ensino da estatística. Entretanto, quando nos deparamos com a estatística no ensino fundamental, as situações nem sempre envolvem dados reais. Da mesma forma, isso ocorre na formação de professores, seja inicial ou continuada, e nos materiais de apoio como livros didáticos.

Quando lidamos com dados reais, existe a possibilidade de termos uma postura crítica. Para isso, é necessário dominar habilidades específicas, como as citadas anteriormente, a quais precisam ser associadas a uma construção e reconstrução constante de nossas crenças.

Nossas crenças fazem parte de nossas vidas e implicam na forma como aceitamos, ou não, com mais facilidade, determinadas afirmações. Vejamos uma situação na qual temos a afirmação de que *“mulheres que estudam mais têm menos filhos”*. A afirmação pode ser um tema sensível para aqueles que foram estimulados, desde cedo, a acreditar que uma coisa não é impedimento ou não tem relação com a outra. Porém, quando há dados estatísticos como os do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) que confirmam a relação, nossas experiências individuais perdem sentido. Entretanto, são nossas experiências anteriores que nos permitem compreender os dados sistematizados. Visto que, conhecimentos anteriores à confrontação com dados estatísticos ajudam no processo de criticidade e no estabelecimento

de confiança diante das informações estatísticas e, por outro lado, na reconstrução de crenças, o que é necessário ao desenvolvimento intelectual de todos.

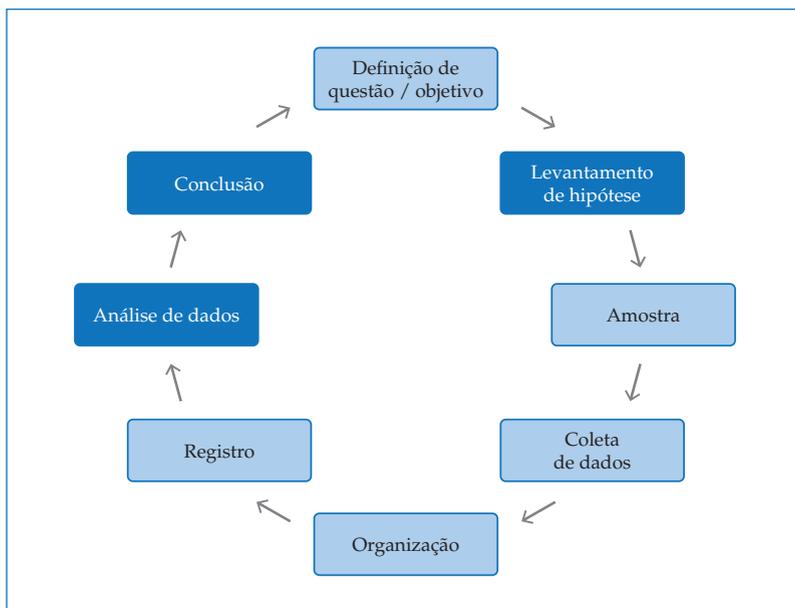
Assim, é fundamental ressaltarmos a fase do levantamento de hipóteses diante de qualquer pesquisa, pois, quando se trata de um problema real, ela funciona como a antecipação da resposta. Isso significa que a hipótese é carregada de crenças, que podem ser refutadas ou não.

Como a hipótese de pesquisa direciona o que vem após, a definição de amostra e a coleta de dados, por exemplo, o estudo do levantamento de hipóteses é primordial para a aprendizagem de uma postura crítica diante de informações estatísticas. Afinal, métodos de coleta e olhares sobre os dados estarão fundamentados naquilo que se espera encontrar, o que significa dizer que há intencionalidade naquele que divulga informações e o leitor precisa ter clareza disso.

A discussão proposta aqui, trata-se de uma conversa pautada em como a relação entre fases anteriores e posteriores à exposição de dados estatísticos, por meio de gráficos de barras, podem ajudar a entendermos o papel das nossas crenças em afirmações que fazemos antes ou depois de conhecermos dados reais. Para isso, elencamos habilidades como levantamento de hipóteses, confronto entre dados reais e hipóteses na análise dos dados, além de avaliação de conclusões após o confronto. As habilidades descritas estão presentes nas fases, em destaque, do ciclo investigativo que segue (Figura 1).

Vamos pensar sobre essa situação: em quais momentos do dia você acredita que as pessoas mais utilizam a internet dos celulares? Por quê?

Figura 1. Seleção de fases do Ciclo Investigativo



FONTE: Fases do ciclo investigativo com adaptação (GUIMARÃES; GITIRANA, 2013).

A questão envolve o levantamento de hipótese que o estudante precisa fazer antes de ter acesso aos dados apresentados no gráfico. Justificar a escolha é necessário a fim de termos mais elementos para a análise das crenças no confronto, após os estudantes terem informações reais sobre o que ele pensou. Apresentaremos exemplos de respostas fornecidas por estudantes, de escolas públicas do Recife, diante de tal questionamento. No 7º ano, um estudante disse que era de madrugada e justificou (Figura 2). Outro estudante mais novo, do 5º ano do ensino fundamental, afirma que é à tarde, partindo de sua vivência de estudante do turno da manhã que fica mais livre à tarde (Figura 3).

Figura 2. Estudante do 7º ano levantando hipótese

Q1: Em quais momentos do dia você acredita que as pessoas mais utilizam a internet dos celulares? Por quê?

Na madrugada - Porque às vezes a pessoa não tem sono a noite e vai mexer no celular e acabam passando toda a madrugada talvez até ficar de dia mexendo no celular.

[De madrugada. Porque as vezes a pessoa não tem sono a noite e vai mexer no celular e acabam passando toda a madrugada talvez até ficar de dia mexendo no celular].

Figura 3. Estudante do 5º ano levantando hipótese

Q1: Em quais momentos do dia você acredita que as pessoas mais utilizam a internet dos celulares? Por quê?

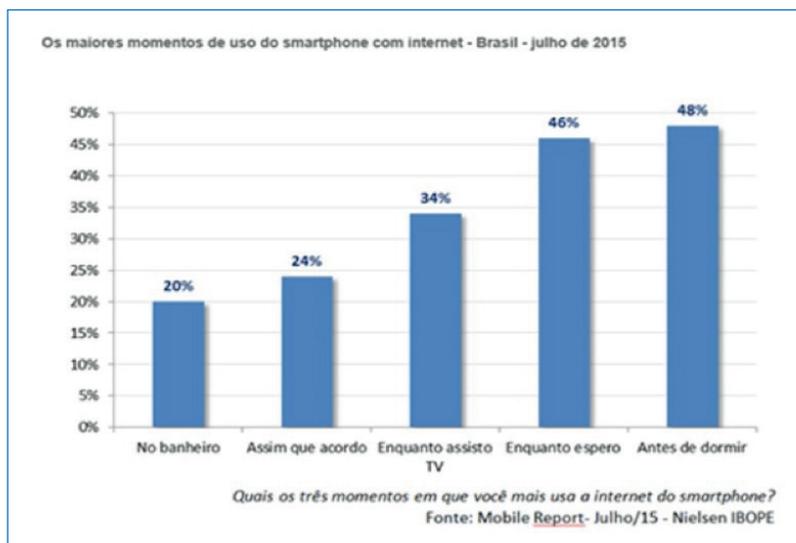
Eu acredito que de tarde porque os estudantes que estudam de manhã ficam livre à tarde.

[Eu acredito que de tarde porque os estudantes que estudam de manhã ficam livre à tarde].

FONTE: As autoras.

Observa-se que os alunos respondem à questão a partir de suas experiências, o que é esperado. As respostas desses alunos evidenciam que eles conhecem a situação proposta e, por isso, têm argumentos para defendê-la. Foi com tais hipóteses que eles olharam os dados apresentados no gráfico da Figura 4. Portanto, é com a experiência de vida que, muitas vezes, são analisadas as informações apresentadas nos gráficos.

Figura 4. Gráfico de barras que mostra maiores momentos de uso do telefone celular com internet no Brasil



Como as pessoas têm utilizado a internet de seus celulares de acordo com esse gráfico? Essa questão foi respondida corretamente pela grande maioria dos alunos por nós investigados.

E agora, o que você e esses alunos pensaram corresponde aos dados estatísticos apresentados nesse gráfico?

Novamente, a grande maioria dos alunos do 5º e 7º anos conseguiu retomar o que tinham respondido na primeira questão e relacionar com essa, ou seja, eles foram capazes de confrontar suas crenças ou conhecimento de mundo com dados estatísticos. Assim, a habilidade de relacionar hipóteses, criadas com dados apresentados posteriormente, foi possível para ambos os grupos de estudantes. Na Figura 5, temos a resposta do mesmo estudante do 5º ano (Figura 3), dessa vez para a questão de confronto entre hipótese e dados.

Figura 5. Exemplo de resposta que confronta hipótese e dados (5º ano)

Q3: Os dados do gráfico apresentam informações parecidas com as que você imaginou na primeira questão? Por quê?

Não, porque eu pensei que as pessoas usavam seus celulares mais de tarde.

[Não, porque eu pensei que as pessoas usavam seus celulares mais de tarde].

FONTE: As autoras.

Alguns alunos realizaram uma análise do gráfico de forma equivocada e/ou aligeirada. Entretanto, quando solicitados a confrontarem suas hipóteses com os dados, voltaram ao gráfico, realizando uma reanálise (Figura 6). Esse procedimento não é uma atitude comumente encontrada na escola, mas, diante desse tipo de proposição, foi implementado. Tal metodologia, demonstra que uma situação real, confrontada com suas crenças, é uma atividade motivadora. Ressaltamos que muito mais do que ser uma atividade motivadora para os alunos é, para nós professores, uma possibilidade de ensinar a sermos críticos de nossas convicções.

No gráfico da Figura 2, temos um exemplo de dados simples, em que se levanta a hipótese de algo pontual e bem definido. Entretanto, há situações em que precisamos levantar hipóteses sobre situações mais complexas, que envolvem inter-relações, como na questão de pesquisa: *“Para você o que a hipertensão arterial (conhecida como pressão alta) tem a ver com o peso (massa corpórea) das pessoas? Explique.”*. Essa questão de pesquisa surge a partir de um tipo de veiculação de informação estatística mais complexa, porém, presente em diversas

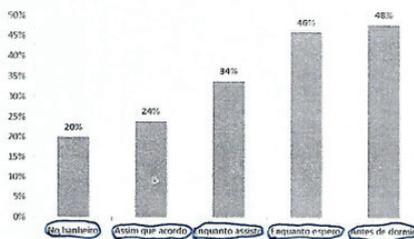
Figura 6. Estudante do 7º ano que interpretou de forma parcial o gráfico, mas que retoma a análise para confrontar com a hipótese levantada

Q1: Em quais momentos do dia você acredita que as pessoas mais utilizam a internet dos celulares? Por quê?

No período da noite as pessoas utilizam mais a internet pois é o período que quase todo mundo está online.
É isso costuma a atrapalhar o sono das pessoas e a vida de dia.

Figura: Maiores momentos de uso do celular com internet em 2015

Os maiores momentos de uso do smartphone com internet - Brasil - julho de 2015



Quais os três momentos em que você mais usa a internet do smartphone?
Fonte: Mobile Report, julho/15 - Nielsen IBOPE

Q2: Como as pessoas têm utilizado a internet de seus celulares de acordo com o gráfico? Explique.

No gráfico aparenta que as pessoas estão usando a internet do celular a todo momento desde quando acordam até a hora de dormir.

Q3: Os dados do gráfico coincidem com o que você imaginou? Por quê?

Sim pois foi eu imaginei que as pessoas usavam mais a internet do celular quando estão no período da noite.

Q1: [No período da noite as pessoas utilizam a internet, pois é o período que quase todo mundo está online. E isso costuma a atrapalhar o sono das pessoas e a vida de dia].

Q2: [No gráfico aparenta que as pessoas estão usando a internet do celular a todo momento, desde quando acordam até a hora de dormir].

Q3: [Sim porque eu imaginei que as pessoas usavam mais a internet do celular quando estão no período da noite].

FONTE: As autoras.

situações cotidianas, baseadas na tomada de decisões sobre a saúde da população, conforme gráfico exemplificado na Figura 7.

Figura 7. Gráfico que mostra relação direta entre hipertensão arterial e massa corpórea



FONTE: Adaptado de Revista Brasileira de Medicina do Trabalho (2009).

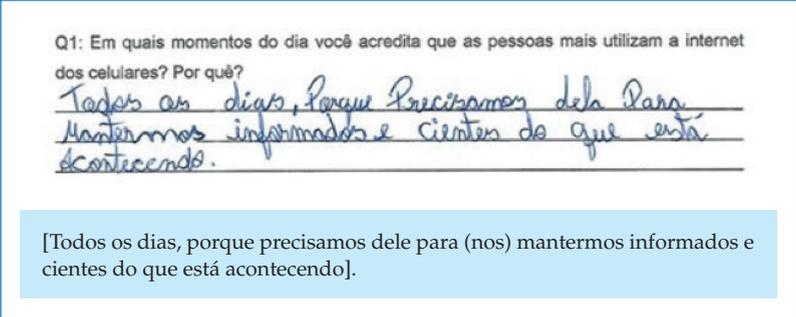
No gráfico da Figura 7, vemos informações estatísticas sobre a relação entre hipertensão arterial e massa corpórea, que geram discussões sobre a possibilidade de existir uma relação direta ou indireta entre os dois fatores. Isto é, no levantamento de hipótese, antes de conhecer os dados, o estudante pode pensar que quanto maior o ‘peso’, maior será a hipertensão arterial, pode pensar ainda que quanto maior um, menor será o outro, ou pode pensar que não existe relação entre as duas coisas.

Tudo o que o estudante pensa, sobre uma questão de pesquisa, são as hipóteses que ele levanta. Não há hipóteses cer-

tas ou erradas, o que nós verificamos é a coerência entre pergunta e resposta, se o estudante, de fato, responde ao que foi perguntado. Lembrando que as crenças influenciam bastante nossos pensamentos e respostas, principalmente no levantamento de hipóteses. A maioria dos estudantes, tanto do 5º a quanto do 7º ano, mostra já ser capaz de levantar hipóteses quando são solicitados os registros de respostas, que estão no campo da incerteza. O que nós elaboramos são suposições a partir de conhecimentos prévios. A explicitação da resposta com a devida justificativa é importante para o confronto após. Sendo assim, entregar a questão de levantamento de hipótese, de modo separado, e antes de qualquer discussão sobre os dados, é necessário para que o estudante perceba se os dados correspondem ou não ao que ele pensou.

Respostas que não consideramos adequadas em nenhum dos tipos de situação (simples ou complexa, respectivamente) são expostas na Figura 8 e na Figura 9 a seguir:

Figura 8. Resposta de estudante do 7º ano na prova inicial



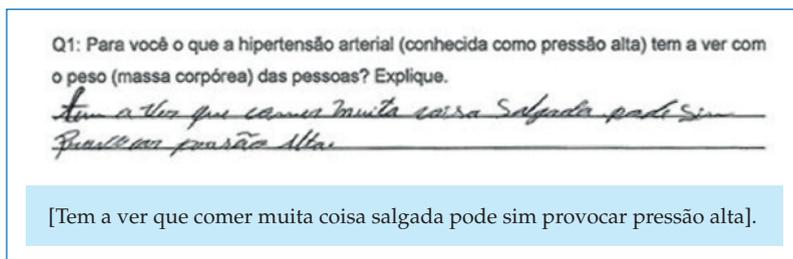
Q1: Em quais momentos do dia você acredita que as pessoas mais utilizam a internet dos celulares? Por quê?

Todos os dias, porque precisamos dele para mantermos informados e cientes do que está acontecendo.

[Todos os dias, porque precisamos dele para (nos) mantermos informados e cientes do que está acontecendo].

FONTE: As autoras.

Figura 9. Resposta de estudante do 5º ano na prova inicial

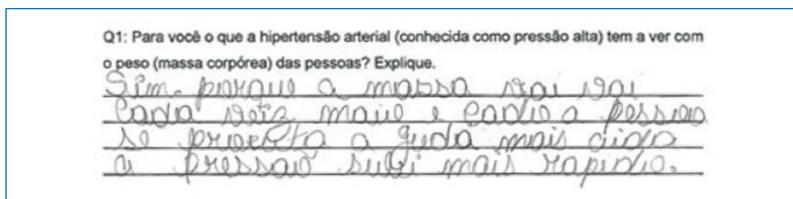


FONTE: As autoras.

Percebemos que na situação mais simples (Figura 8), sobre o uso de telefone com *internet*, o estudante não escolheu momentos do dia, conforme solicitado, e na situação mais complexa (Figura 9), sobre relação entre hipertensão arterial e peso, o estudante faz referência em sua resposta apenas à pressão alta (hipertensão), sem citar o ‘peso’.

O confronto entre hipóteses levantadas e dados foi possível com a apresentação dos dados em gráficos para interpretação. Isso ocorreu logo após o registro da hipótese. A partir da visualização e interpretação que o estudante realizou dos dados, o confronto foi requerido, como evidencia o recorte seguinte de atividade respondida no 5º ano (Figura 10).

Figura 10. Recorte de protocolo respondido por estudante do 5º ano na prova final



FONTE: As autoras.

Percentual de pessoas com hipertensão arterial em relação ao peso (massa corpórea)

Categoria de Peso	Percentual
Sobrepeso ou obeso	~80%
Peso baixo ou normal	~20%

Fonte: Revista Brasileira de Medicina do Trabalho, 2009

Q2: De acordo com o gráfico, existe relação entre hipertensão e peso (massa corpórea)? Explique.

A mais pessoa sobrepeso ou obeso.

Q3: Os dados do gráfico apresentam informações parecidas com o que você imaginou na primeira questão? Por quê?

Sim, pois que quem tem mais pressão alta é quem tem sobrepeso ou obeso.

[CQ1: Sim, porque a massa vai cada vez maior e quando a pessoa se preocupa, ajuda mais ainda a pressão subir mais rápido].

[CQ2: Há mais pessoas com sobrepeso ou obeso].

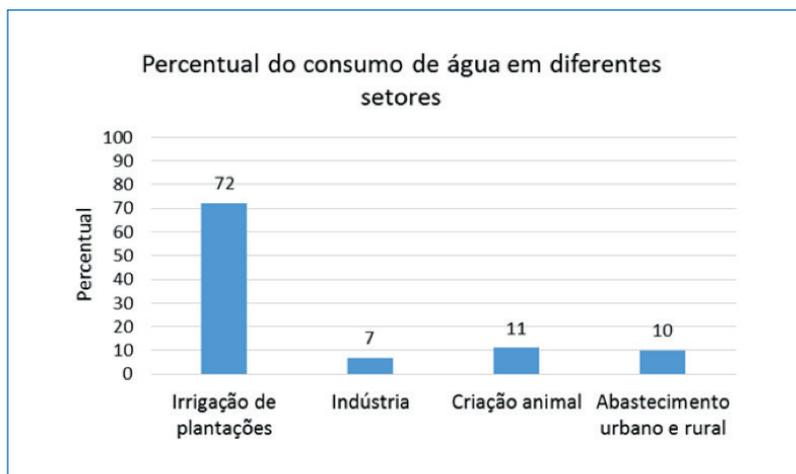
[CQ3: Sim, porque quem tem mais pressão alta é ou sobrepeso ou obeso].

FONTE: As autoras.

Vejamos outra situação: *Para você a água consumida no Brasil é usada em maior quantidade onde (casas, indústrias, plantações, criação de animais)? Explique.*

Agora analise o gráfico (Figura 11) e responda, de acordo com ele, como tem sido a distribuição do uso de água em diferentes setores do país. Explique.

Figura 11. Recorte de protocolo respondido por estudante do 5º ano na prova final



FONTE: Adaptado de Conjuntura de Recursos Hídricos do Brasil (ANA, 2013).

Os dados do gráfico apresentam informações parecidas com as que você imaginou na primeira questão? Por quê? – Essa foi a pergunta de confronto proposta.

Apresentamos a resposta de um aluno (Figura 12) evidenciando que, a partir da análise dos dados do gráfico, há uma mudança de ideia. É o tipo de resposta que ressalta a importância desse tipo de atividade. Ela propicia que o aluno deixe de argumentar a partir de suas vivências e passe a argumentar a partir de dados estatísticos. Nestes dias de pandemia da COVID-19, que tanto modificaram nossas vidas, com tantas informações estatísticas divulgadas, uma postura crítica, baseada na ciência é imprescindível.

Figura 12. Resposta de estudante do 5º ano

Q1: Para você a água consumida no Brasil é usada em maior quantidade onde (casas, indústrias, plantações, criação de animais)? Explique.

nas casas porque a gente consome muita água diariamente.



Fonte: Conjuntura de Recursos Hídricos do Brasil, ANA, 2013.

Q2: De acordo com o gráfico, como tem sido a distribuição do uso de água em diferentes setores do país? Explique.

tem sido diferente nas plantações tem sido mais e nas indústrias menos.

Q3: Os dados do gráfico apresentam informações parecidas com as que você imaginou na primeira questão? Por quê?

sim porque eu achava o consumo maior era nas casas, mas são nas plantações.

[Q1: Casas, porque a gente consome muita água diariamente].

[Q2: Tem sido diferente, nas plantações tem sido mais e nas indústrias menos].

[Q3: Não, porque fala eu achava o consumo maior era nas casas, mas são nas plantações].

FONTE: As autoras.

Confrontar hipóteses e dados foi uma atividade que gerou bastante dificuldade inicial para os estudantes, pois eles não estavam acostumados com esse tipo de atividade. Porém, após 3 aulas levando os alunos de 5º e 7º ano a realizarem esse tipo de reflexão, observamos grandes avanços.

A habilidade de tomar decisões está presente em diferentes momentos, inclusive quando se oferece para o estudante uma afirmação sobre os dados reais e ele precisa avaliar se a afirmação é possível ou não, de acordo com o que o gráfico mostra. Essa é uma habilidade bastante difícil, tanto para estudantes do 5º ano quanto do 7º ano, mas pesquisas nos mostram que é importante iniciar, já nos primeiros anos, tal discussão. Afinal, em se tratando das situações de dados mais simples, os estudantes do 5º ano conseguiram avanços significados na aprendizagem. Um exemplo de avanço no nível de adequação da resposta é mostrado nas Figuras 13 e 14 de um mesmo aluno, antes e depois das aulas realizadas por nós.

Figura 13. Resposta de estudante do 5º ano na prova inicial

Q4: A partir do gráfico, é possível afirmar que economizar água em casa resolve o problema de falta de água? Por quê?

Sim, porque um exemplo nós aqui gastamos água enquanto no sertão eles precisam de água

[Sim, porque um exemplo nós aqui gastamos água enquanto no sertão eles precisam de água].

FONTE: As autoras.

Figura 14. Resposta de estudante do 5º ano na prova final

Q4: A partir do gráfico, é possível afirmar que as pessoas usam mais a internet do celular em momentos de trabalho? Por quê?

Não, porque não pode dormir no trabalho.

[Não, porque não pode dormir no trabalho].

FONTE: As autoras.

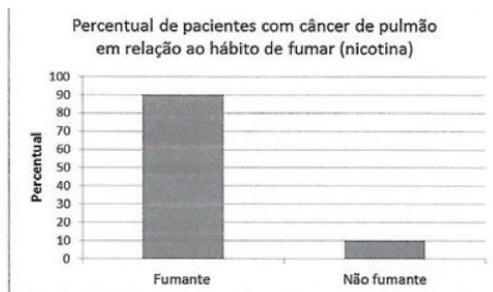
Na Figura 13, o exemplo revela que o estudante não levou em consideração que, de acordo com o gráfico, não é possível afirmar que a economia de água nas casas resolve o problema da falta de água, uma vez que a agricultura é responsável pelo maior consumo de água no país. Já na resposta da prova final (Figura 14), que ocorreu após três dias de reflexão sobre a habilidade de avaliar conclusões após conhecimento dos dados, o mesmo estudante mostrou-se hábil ao perceber que no gráfico que trata dos momentos de maiores usos telefone com internet os momentos de trabalho não estão presentes.

Diferentes tipos de dados foram explorados, iniciamos com esses mais simples, como uso de água no Brasil, e propusemos também dados mais complexos que envolviam a relação entre duas ideias (variáveis). Na Figura 15, apresentamos informações como uma relação biunívoca, na qual era preciso relacionar o uso do cigarro e seus males. Como sempre, iniciamos levantando as hipóteses a partir dos conhecimentos prévios, passamos pela análise dos dados estatísticos reais e, em seguida, o confronto entre as hipóteses e os dados para chegarmos às conclusões.

Figura 15. Estudante do 7º ano diante da situação sobre câncer de pulmão e hábito de fumar

Q1: Para você o que o câncer de pulmão tem a ver com o hábito de fumar cigarros, cachimbos, charutos e outros (produtos com nicotina)? Explique.

Porque os cigarros contém vários tipos de coisas, que fazem mau a saúde, coisas que fazem muito mau a saúde.



Fonte: Instituto Nacional de Câncer, INCA.

Q2: De acordo com o gráfico, existe relação entre os pacientes que tem câncer de pulmão e o hábito de fumar ou não fumar? Explique.

Sim o fumante ele corre o risco de pegar o cancer de pulmão por causa dos produtos que são colocados no cigarro.

Q3: Os dados do gráfico apresentam informações parecidas com o que você imaginou na primeira questão? Por quê?

Sim porque quase toda a população fuma o cigarro.

[CQ1: Porque os cigarros contém vários tipos de coisas que fazem mal à saúde, coisas que fazem muito mal à saúde].

[CQ2: Sim, o fumante ele corre o risco de pegar o câncer de pulmão por causa dos produtos que são colocados no cigarro].

[CQ3: Sim, porque quase toda a população fuma o cigarro].

FONTE: As autoras.

Vemos nas respostas do estudante da Figura 15 que quando ele precisou levantar hipóteses sobre a relação entre hábito de fumar produtos com nicotina e o câncer de pulmão, os males do cigarro para a saúde foram expostos, o que aconteceu de modo generalizado entre os estudantes. Entretanto, analisar adequadamente o gráfico, no sentido de buscar nos dados apresentados evidências para argumentações, não é uma tarefa fácil, principalmente diante de um tema em que campanhas de saúde enfocam bastante a relação causal entre fumar e ter câncer. Percebe-se na resposta do estudante, em relação ao confronto entre hipótese e dados reais, que o gráfico não trata do número de fumantes da população de um determinado lugar, mas dos hábitos de fumar ou não fumar de pessoas que têm câncer de pulmão. Então, temos uma distorção na análise.

Distorções e generalizações acontecem em virtude daquilo que se deseja encontrar. Para explicar a influência das crenças na busca ou interpretação de evidências, de maneira que sejam parciais, Nickerson (1998) utiliza o termo “viés de confirmação”, amplamente utilizado na psicologia, de acordo com o autor. Trata-se de responder a expectativas que temos no sentido de sermos seletivos, dando um peso indevido a partes de dados que apoiem ideias preconcebidas e refutando o que não corresponde ao que levantamos como hipótese, antes de termos os dados. Logo, temos as crenças atuando, quando buscamos argumentos e exposições de ideias, sem a consideração das informações estatísticas em sua integralidade.

No momento em que nos deparamos com a continuidade de fortes crenças, subsidiando afirmações e tomadas de decisões, em detrimento do que os dados reais mostram, acredita-

mos com mais força que precisamos pensar em atividades que enfatizem especificamente as crenças em relação aos dados estatísticos, principalmente com os anos de estudo e experiências extraescolares.

É fundamental uma discussão acerca da fonte dos dados divulgados pelas mídias. Assim, o gráfico da Figura 16, a seguir, é uma ótima oportunidade para interpretarmos o gráfico relacionando hipóteses, dados e possíveis conclusões, além de discutirmos sobre como é realizada uma coleta de dados ou quem são os entrevistados.

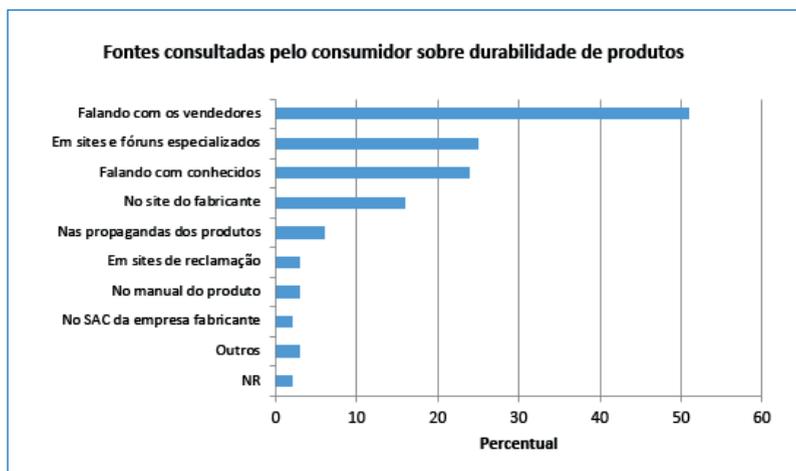
Então podemos propor a questão: *Que fontes (pessoas, sites, recursos e etc.) você imagina que o consumidor procura para saber a durabilidade de produtos?* Logo depois informar que:

O IDEC (Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor) entrevistou, por telefone, 806 homens e mulheres, de 18 a 69 anos, de diferentes classes sociais das seguintes cidades: Belo Horizonte (MG), Brasília (DF), Curitiba (PR), Goiânia (GO), Porto Alegre (RS), Recife (PE), Rio de Janeiro (RJ), Salvador (BA) e São Paulo (SP). O número de entrevistados em cada capital foi proporcional à população de cada capital. O levantamento foi feito entre agosto e outubro de 2013. A margem de erro é de 3,5% para mais ou para menos. Os resultados estão na Figura 16.

Há questionamentos que podemos fazer a partir dos dados apresentados no Gráfico, como:

- O que podemos dizer sobre os dados apresentados?
- Os dados reais se parecem com o que vocês pensaram antes? Por quê?
- Qual dessas fontes do gráfico que você consultaria antes de comprar um produto.

Figura 16. Resultado da pesquisa do IDEC



FONTE: IDEC (2013).

- Pensando nos dados do gráfico, podemos dizer que as pessoas entrevistadas consultam fontes confiáveis? Por quê?
- Vocês imaginam porque tantas pessoas consultam vendedores para saber quanto dura o produto que elas querem comprar?

Os dados anteriores e as questões expostas foram explorados nas aulas com os estudantes, tanto do 5^o quanto do 7^o ano. Os estudantes trabalharam em pequenos grupos (duplas ou trios) para pensar nas informações estatísticas e nos argumentos orais e escritos requeridos nas respostas. Assim, mostraram-se dados e perguntas pertinentes para nortear as reflexões que podemos conduzir em nossas salas de aula.

A tomada de decisão, a partir dos dados está presente nas questões solicitadas, após conhecimento dos dados, e é fundamental. Desse modo, propomos que a tomada de decisão quando se solicita uma avaliação sobre ser possível afirmar algo a partir dos dados (*as pessoas entrevistadas consultam fontes confiáveis?*) é uma habilidade que faz parte do processo de conclusão a partir dos dados. Toda conclusão estatística precisa levar os dados em consideração e é a última fase da pesquisa estatística, conforme ciclo investigativo utilizado.

Finalmente, gostaríamos de ressaltar o uso de linguagem probabilística durante qualquer processo investigativo. Usar termos como talvez, é provável que isso aconteça e outros é necessário, pois a estatística atua no campo da incerteza. É uma ciência não determinística, ou seja, sempre é preciso considerar uma probabilidade maior ou menor de algo ocorrer e nunca a certeza.

Considerações

Nesse capítulo, nosso interesse foi refletir com vocês compreensões que estudantes do ensino fundamental têm a respeito de fases específicas do ciclo investigativo da pesquisa estatística. Para isso, mostramos evidências e discutimos o papel das crenças que construímos a partir de nossas vivências, desde muito cedo. Crenças presentes em diferentes habilidades quando lidamos com dados, desde o levantamento de hipóteses, até na análise de dados reais, confrontos e tomadas de decisão ao avaliarmos afirmações baseadas em dados estatísticos.

A partir de nossas experiências, uma grande lição que ficou foi a necessidade de mantermos um diálogo constante entre o que diz nossas vivências, que são particularidades, e o que representa uma dada coletividade, sem generalizações ou afirmações não cabíveis. Vivências nem sempre representam ideias gerais, entender e tomar decisões seguindo tal preceito não é uma tarefa facilmente construída, contudo precisa ser iniciada. A ciência trabalha com evidências estatísticas. O respeito à ciência requer o cuidado com o tratamento das informações estatísticas. Assim, pensar que a escola está relacionada com a aprendizagem de saberes e o desenvolvimento de uma postura crítica requer pensarmos que o ensino tem um papel fundamental nisso tudo. Um ensino que busque a promoção da justiça social, com o compartilhamento de saberes, precisa considerar que leitores de informações estatísticas podem ser críticos. Trata-se de um exercício de cidadania.

Referências

GAL, Iddo. Adults Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, 2002.

GUIMARÃES, Gilda; GITIRANA, Veronica. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática*. Recife: UFPE, 2013. p. 93-132.

NICKERSON, Raymond S. Confirmation bias: a ubiquitous phenomenon in many guises. *Review of General Psychology*, v. 2, 1998. p. 175-220.

CAPÍTULO 3

O ENSINO DE AMOSTRAGEM COMO ESTRATÉGIA PARA PRÁTICAS PEDAGÓGICAS CONTEXTUALIZADAS E INTERDISCIPLINARES

Tâmara Marques da Silva Gomes

O que devemos ensinar? Quais conteúdos priorizar? Que objetivos queremos alcançar? Que estudante pretendemos formar?

Essas são algumas, entre as inúmeras questões, que nós, professores da Educação Básica, fazemos cotidianamente ao elaborarmos nossos planos de ensino, aulas, atividades extra-classe e avaliações. O que podemos ter certeza é que a educação mudou e ainda está em processo de transformação. A escola e o estudante do século 21 não são iguais aos da nossa formação inicial. Atualmente, é demandada uma prática pedagógica problematizadora e contextualizada, que estimule o aluno a desenvolver um pensamento crítico, capaz de solucionar problemas, a fim de exercer a cidadania de forma ativa, contribuindo para o desenvolvimento social.

No contexto atual, a tecnologia e mídias sociais disponibilizam diariamente um enorme número de informações utilizando linguagens e recursos diversos, sendo necessário um leque de habilidades para analisar e compreender esses dados de forma crítica e reflexiva. Muitas dessas informações são resultado de estudos e pesquisas científicas ou não, envolvendo problemáticas sociais ou fenômenos naturais que afetam direta ou indiretamente o ser humano, trazendo, diversas vezes, dados estatísticos apresentados, comumente, por meio de gráficos e tabelas.

Em virtude disso, o letramento estatístico tem-se mostrado um aspecto importante da Educação Básica, visto que, possibilita ao educando o desenvolvimento de uma atitude investigativa e analítica, postura essa que é necessária na atual sociedade, caracterizada pela veiculação de informações.

Essa importância é pontuada no currículo brasileiro, o qual recomenda o ensino de Estatística desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017). Segundo a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), os alunos precisam desenvolver conhecimentos referentes à coleta, análise, construção, interpretação e exposição de dados estatísticos.

Sendo assim, desde a Educação Infantil, a BNCC propõe o desenvolvimento de habilidades matemáticas básicas que contribuirão para a compreensão desses sistemas. Embora, nesse nível de escolaridade não haja a delimitação das disciplinas de forma direta (Matemática, Linguagem, História...), percebe-se que elas estão distribuídas e inter-relacionadas durante toda essa etapa.

O ensino da Matemática deve proporcionar ao estudante o desenvolvimento da capacidade para utilização da mate-

mática para resolução de problemas, através da aplicação de conceitos, procedimentos e resultados, obtendo soluções e tendo habilidades para interpretá-las segundo os contextos das situações. Espera-se, ao final do Ensino Fundamental, que o estudante seja capaz de deduzir algumas propriedades e verificar conjecturas, a partir de outras (BRASIL, 2017).

Entre as unidades temáticas propostas pela BNCC, a Probabilidade e Estatística se destinam ao estudo da incerteza e ao tratamento de dados, propondo a utilização de conceitos, situações e procedimentos presentes na vida cotidiana, no estudo das ciências e da tecnologia.

Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2017, p. 230).

A utilização de dados reais também é uma das orientações trazidas pela Base, a qual sugere a consulta de páginas de institutos de pesquisa como fonte de informações extremamente ricas, que contribuem para a aprendizagem de conceitos e procedimentos estatísticos, além da compreensão dos diferentes contextos sociais. Atividades como essas contribuem para que o estudante compreenda que nem todos os fenômenos são determinísticos.

Entre os diversos conceitos estatísticos abordados na versão final da BNCC, está o conceito de amostragem, o qual pode ser percebido e relacionado a cada etapa adotada no tratamento das informações estatísticas, colaborando para uma análise efetiva dos dados.

A amostragem é um processo que segue técnicas para escolher membros de uma população de forma que seja possível realizar inferências sobre toda a população; ou seja, “a finalidade da amostragem é fazer generalizações sobre todo um grupo, sem precisar examinar cada um de seus elementos” (STEVENSON, 1981, p. 158). Por exemplo, se um estudo tem como objetivo avaliar o desempenho nas provas de matemática dos estudantes de todas as turmas de 5º ano de uma escola, as notas de uma única turma não seriam mais a população, mas sim uma amostra. Outro exemplo, seria uma pesquisa que queira medir a durabilidade de um novo modelo de tênis de determinada marca e, para isso, 100 tênis são fabricados para testagem. A população será o total de tênis produzidos e a amostra será os 100 selecionados.

A utilização da amostragem é primordial, quando desejamos realizar inferência estatística, pois formulamos julgamentos sobre um todo analisando apenas uma parte dele, ou seja, uma amostra.

Durante a atividade de coleta de dados, é fundamental ponderar quais e quantos sujeitos investigar, como abordá-los e questioná-los de forma eficaz, a fim de ser o mais representativo possível. No momento da análise e interpretação dos dados de uma pesquisa estatística, deve-se levar em conta como os dados foram selecionados, que métodos foram utilizados na seleção, quais variáveis serão analisadas, buscando,

assim, compreender o contexto investigado para compará-los a outras situações. Todas essas etapas compõem o processo de amostragem.

Mas, como o ensino de Estatística, precisamente o trabalho com os conceitos relacionados à amostragem, pode contribuir para uma prática docente contextualizada e interdisciplinar? Como abordar tais conceitos sem tornar o currículo da Educação Básica mais extenso e complexo?

Segundo o dicionário Houaiss da Língua Portuguesa, entende-se por interdisciplinaridade algo “que estabelece relações entre duas ou mais disciplinas ou ramos de conhecimento” ou “que é comum a duas ou mais disciplinas”. Ou seja, o conceito refere-se à integração entre duas ou mais áreas do conhecimento com um objetivo comum. Trata-se de uma abordagem metodológica que associa conceitos, teorias, informações científicas, atividades, entre outros conhecimentos e situações escolares na tentativa de facilitar a compreensão de determinado objeto de estudo como um fenômeno sistêmico.

Nessa perspectiva, acreditamos que o ensino deve estar baseado em processos de investigações e na resolução de problemas que contribuam para que o estudante compreenda a sua realidade, desenvolvendo situações que envolvam interpretação e estratégias para resolução de problemas. Destacamos que, nesse contexto, “problema não é um exercício de aplicação de conceitos recém trabalhados”, mas, sim, condições que levem o aluno a pensar e a descobrir soluções para a situação-problema proposta (LOPES e MEIRELLES, 2005, p. 4).

O ensino de amostragem além de trazer importantes reflexões estatísticas, se trabalhado de forma sistemática e partindo de situações reais, possibilita o desenvolvimento

de diversas habilidades necessárias a análise de dados. Além disso, as técnicas de amostragem e a realização de etapas, ou do ciclo de pesquisa completo, podem ser utilizadas na abordagem de diversos conteúdos das diferentes disciplinas escolares, com estudantes de diferentes níveis, se adaptadas ao contexto e faixa etária de cada um, facilitando a aprendizagem de conteúdos mais complexos.

As mais variadas atividades, sejam elas cotidianas ou não, podem ser baseadas na Estatística, tais como calcular a média de acertos em provas de uma turma, coletar e organizar dados sobre nascimentos e mortes de população, prever o tempo, avaliar a preferência e qualidade de um produto, entre outras. Em suma, tudo o que se deseja tratar, da coleta à apresentação de dados, bem como o planejamento que antecede essas atividades, envolve a Estatística.

Os exemplos citados acima trazem consigo conceitos de diferentes disciplinas e áreas do conhecimento. As taxas de mortalidade e natalidade, por exemplo, são importantes indicadores de desenvolvimento humano e possibilitam ao professor um leque de possibilidades de discussões e problematizações em sala de aula. Da mesma forma, as pesquisas de opinião podem abordar uma infinidade de temáticas a serem discutidas em todos os anos de escolaridade.

Percebe-se que as situações sociais, nas quais dados estatísticos podem ser utilizados, são as mais variadas. Logo, levar em conta os diferentes contextos em que o aluno está inserido é fundamental para identificar elementos presentes nos processos de interpretação. Assim, defendemos que o conhecimento estatístico é essencial para uma reflexão crítica e para uma cidadania participativa.

É nesse sentido que Gal (2002) destaca a importância do Letramento estatístico para o desenvolvimento de habilidades básicas que podem ser usadas para compreender informações estatísticas ou resultados de pesquisa. Essas habilidades incluem o planejamento, coleta, organização, representação, análise e divulgação de dados. O letramento estatístico também inclui a compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos, além de incluir a compreensão da probabilidade como medida de incerteza.

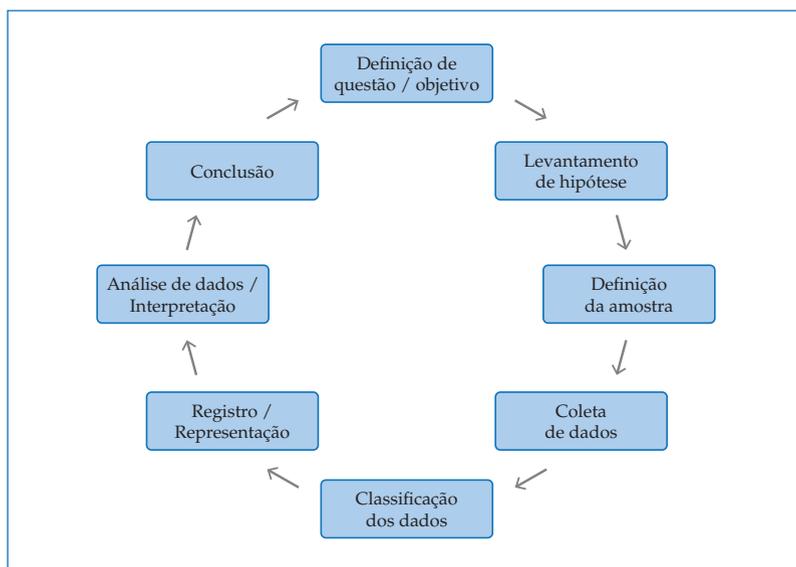
A contextualização implica em pensar em estratégias para o desenvolvimento da análise de dados baseadas em problemas significativos para os alunos, inserindo-os no processo exploratório de investigação, visando desenvolver a capacidade de interpretação, reflexão e aplicação de conceitos matemáticos no cotidiano, tornando-os mais próximos do aprendiz.

O ensino a partir da metodologia de resolução de problemas é mais significativo, pois ao elaborar uma questão de investigação, o estudante seleciona estratégias para respondê-la, sendo necessário coletar, organizar, representar e analisar os dados. Dessa forma, os alunos se tornam mais predispostos ao desenvolvimento do pensamento crítico, ou seja, a participação dos estudantes possibilita a familiarização com as etapas pelas quais perpassa uma investigação, o que facilita o processo de tomada de decisão e retirada de conclusões.

Nessa perspectiva de ensino, uma das propostas que possibilita um processo de ensino e aprendizagem contextualizado e que proporcione situações didáticas interdisciplinares é a utilização do ciclo investigativo de pesquisa. Guimarães e Gitirana (2013) elaboraram um ciclo investigativo (Figura 1) e

ressaltaram a necessidade de que na realização de uma pesquisa sejam refletidas as diferentes fases do ciclo, para que haja uma real aprendizagem sobre pesquisa estatística. Entretanto, é fundamental também que, simultaneamente, sejam propostas atividades que trabalhem especificamente cada uma das fases do ciclo investigativo. Cada uma das fases apresenta conceitos específicos que precisam ser compreendidos. A compreensão desses permitirá a compreensão do ciclo e da função de cada um em relação à pesquisa como um todo.

Figura 1. Ciclo investigativo de pesquisa



FONTE: Guimarães e Gitirana (2013).

Ao definir a questão ou o objetivo de uma pesquisa, estamos incentivando o raciocínio crítico dos alunos, visto que fazer perguntas é essencial para a ciência e investigação científica.

Logo, o desenvolvimento da capacidade para examinar questões, raciocinar, discutir, resolver problemas, ou seja, pensar de forma crítica, é de suma importância no processo de pesquisa e para a formação do aluno.

Além disso, ao elaborar a questão, o pesquisador já é levado a pensar sobre a população e variáveis que serão investigadas para, mais adiante, definir a amostra que será utilizada.

Para responder à questão, são elaboradas explicações que serão colocadas à prova, de maneira que poderão ser aceitas ou não, é a realização do *levantamento de hipóteses* (ver capítulo 2). O processo de hipotetização ajuda o estudante a construir conhecimento ou resolver conflitos em sua compreensão, estimulando-o a considerar os aspectos negativos e positivos de variadas situações-problema, contribuindo para o processo de argumentação e pensamento crítico.

O levantamento de hipóteses discute variáveis que podem ou não interferir na solução do problema. Essas variáveis vão determinar a amostra ou a população a ser investigada.

Na *seleção da amostra*, é fundamental perceber a variabilidade da população, a fim de que a amostra seja representativa. Nas situações em que há quase ausência de variabilidades, uma pequena amostra é suficiente. Entretanto, nas situações em que a população é mais heterogênea, é preciso maior cuidado na seleção da amostra, a fim de que essa possua o maior número de características da população relacionadas às variáveis de interesse da pesquisa. Dessa forma, na etapa de seleção da amostra, é fundamental perceber a variabilidade da população, a fim de que a amostra seja representativa, ou seja, que possibilite a realização de inferências, permitin-

do-nos a generalização das conclusões obtidas por meio da amostra para a população, de maneira mais segura possível (GOMES, 2013).

A utilização de informações de uma amostra para conclusão de algo referente ao todo faz parte do cotidiano das pessoas. Por exemplo, ao experimentarmos uma uva para saber se o cacho é doce ou provarmos dois grãos de arroz para saber se ele está no ponto, estamos nos baseando em uma parte do todo para tirar conclusões, ou seja, em procedimentos amostrais.

A definição e identificação dos sujeitos (amostra/população) e da fonte de dados é a fase na qual se busca informações (variáveis) que respondam à pergunta da pesquisa, por meio da coleta de dados. Como a coleta de dados será realizada? Para quê coletar os dados? Que procedimentos serão utilizados? São questões que devem ser levantadas juntamente com os estudantes.

É na *coleta de dados* que se obtém informações que possibilitam responder à questão de pesquisa. Logo, ao participar dessa fase, os estudantes darão sentido aos dados, compreendendo o porquê e como foram escolhidas as unidades da amostra e, assim, as outras fases do ciclo da pesquisa, tais como organização e análise serão mais significativas.

Na etapa de *classificação dos dados*, deve-se ter clareza do que se deseja investigar, bem como o conhecimento das características dos elementos analisados para que as informações sejam categorizadas e analisadas com objetividade. Os critérios de classificação precisam estar bem definidos, visando facilitar a interpretação dos interlocutores, pois a maneira de agrupar os dados ou categorizá-los conduz a compreensão sobre as relações entre as variáveis, possibilitando a generali-

zação das informações para contextos de dados semelhantes.

Conhecer o perfil dos dados coletados, as tendências e as relações entre as variáveis também são necessárias para a *organização e síntese* através de medidas e representações que facilitem a sua interpretação, como os gráficos. Vale salientar que, as representações estatísticas podem ser manipuladas, a fim de persuadir o leitor. Os gráficos, por exemplo, podem tanto evidenciar como deturpar a origem das informações por isso, é essencial conhecer a origem dos dados e quais os critérios utilizados para a sua seleção.

Por fim, a partir da *análise dos dados* coletados, levando em conta os objetivos da pesquisa e variáveis de interesse, elaboram-se *conclusões* sobre a população investigada.

Sistematizando a proposta da utilização do ciclo de pesquisa, por meio da mediação direcionada do professor, a fim de possibilitar a discussão e aprofundamento de diferentes temáticas juntamente com o conceito de amostragem, trago resumidamente parte das atividades realizadas no estudo piloto da minha pesquisa de doutorado.

No primeiro momento, os estudantes realizaram as seguintes fases da pesquisa:

- Elaboração da questão e objetivos da pesquisa;
- Levantamento de hipóteses;
- Definição das variáveis;
- Definição da população e amostra;
 - Quais e quantos sujeitos investigar?
 - Como escolher uma amostra que seja representativa?
- Construção do instrumento de coleta de dados.

Na conversa inicial, os alunos foram questionados sobre a função de uma pesquisa, se já haviam participado ou realizado alguma e qual a importância da realização de pesquisa. Após essa discussão inicial, a turma foi motivada a pesquisar um tema do seu interesse, destacando-se que deveria ser possível investigar tanto o tema quanto a população de interesse, no ambiente em que estavam inseridos devido ao tempo e contexto da intervenção, ou seja, a população só poderia ser composta elementos presentes na escola. Assim, o tema escolhido foi estilos musicais preferidos, pois gostariam de selecionar a *playlist* para a festa de formatura de acordo com o gosto da maioria dos estudantes.

Definido o tema da pesquisa, foram construídos a questão de pesquisa e o objetivo dela. Em seguida, os alunos foram questionados sobre quais seriam as possíveis respostas e resultados para a questão colocada. Nesse momento, foi explicado que a elaboração dessas afirmações prévias se tratava do levantamento de hipóteses, e que a coleta e análise dos dados possibilitaria a confirmação ou negação das hipóteses levantadas pela turma. Durante toda a explicação, os estudantes eram constantemente questionados sobre as suas sugestões e argumentações, a fim de que compreendessem ao máximo a importância, características e função de cada etapa do ciclo.

Levantadas as hipóteses de que os ritmos mais votados seriam funk e brega, começou-se a pensar em quais seriam as variáveis que poderiam interferir na resposta dos participantes e, conseqüentemente, nos resultados e validade da pesquisa. Para que os estudantes compreendessem o que eram essas variáveis, a pesquisadora utilizou exemplos em outros contextos de pesquisa, como, pesquisas sobre marcas de

batom, questionando aos estudantes para que percebessem que, nesse caso, uma das variáveis seria o gênero. Pois, de forma geral, batons não fazem parte dos interesses do gênero masculino.

Definidas as variáveis (gênero, idade e religião), os alunos escolheram a população que seria investigada (turmas do 5º ano da escola) e pontuaram os critérios para a seleção da amostra, para que essa tivesse a maior variedade de características da população. Com a ajuda da mediadora, os estudantes perceberam que como as idades entre eles eram muito próximas, para possibilitar uma maior variedade da amostra, eles deveriam dividir as turmas em grupos pelas religiões e depois sortear de cada grupo dois estudantes, sendo um menino e uma menina. Assim, foram definidos quais seriam os elementos da amostra (alunos das turmas do 5º ano), quantos seriam (24 estudantes, 6 de cada turma) e como seriam selecionados (sorteio entre os grupos formados).

Para concluir esse primeiro dia de intervenção, elaborou-se, coletivamente, o instrumento para coleta de dados (fichas com diferentes estilos musicais para que os estudantes escolhessem o seu preferido).

No segundo momento, os alunos concluíram a pesquisa, passando as seguintes fases do ciclo:

- Coleta dos dados;
- Organização dos dados em gráficos e/ou tabelas;
- Interpretação dos dados;
- Realização de inferências e conclusões sobre a população.

No segundo dia, já com o instrumento de coleta em mãos, os estudantes foram divididos em grupo para a realização da coleta de dados, os quais foram apresentados, computados e sistematizados tendo o pesquisador como mediador e escriba desse processo. Após a contagem e organização dos dados por categorias (ritmos musicais), os estudantes foram divididos em grupos e estimulados a representá-los de forma mais sucinta e clara (gráficos e/ou tabelas). Finalizada a construção das representações, os estudantes foram instigados a analisar os dados que foram coletados e elaborar (oralmente) conclusões.

No momento de elaboração das conclusões, a pesquisadora solicitava uma justificativa para suas afirmações, a fim de que eles argumentassem sobre as suas decisões. Ao final, comparou-se as hipóteses levantadas inicialmente com os resultados da pesquisa, refletindo-se sobre a importância da realização de pesquisas, de forma sistematizada, para a elaboração de inferências, a confiabilidade da amostra e finalidade da amostragem, bem como o cuidado ao analisar os dados levando em conta as informações apresentadas e não somente suas opiniões pessoais.

Percebe-se, no exemplo apresentado que, mesmo o objetivo principal da atividade sendo desenvolver os conceitos relacionados à amostragem, foi possibilitada a discussão de diferentes temáticas do interesse dos alunos. A intenção de trazer esse exemplo é mostrar a possibilidade de inversão dos objetivos de ensino, ou seja, da utilização da amostragem e das pesquisas estatísticas como recurso para abordagem de diferentes conceitos das mais variadas áreas do conheci-

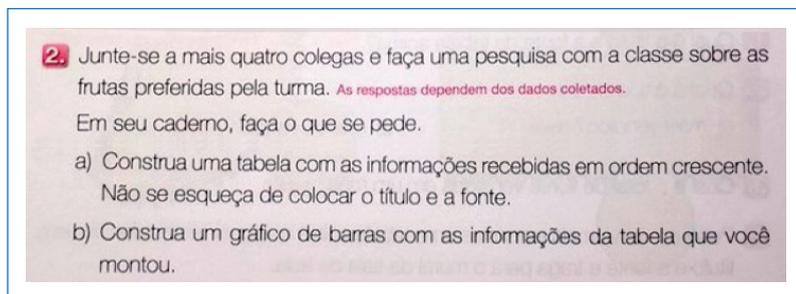
mento. Ao mesmo tempo em que os estudantes discutiram sobre representatividade, variabilidade, tamanho da amostra e puderam comparar as amostras selecionadas, também discutiram questões de gênero, religião e diferenças sociais, entre outras temáticas importantes para sua formação.

Etapas do ciclo de pesquisa e atividades isoladas como ponto de partida

Outra proposta é utilizar atividades específicas e pontuais que abordem etapas do ciclo de pesquisa, as quais podem ser encontradas nos livros didáticos, como ponto de partida e geradoras de questionamentos e discussões mais embasadas sobre outros conceitos relacionados.

Como exemplo, vamos analisar essa atividade encontrada em um livro de matemática do 5º ano, que solicita a realização de uma pesquisa de opinião sobre a preferência dos alunos em relação as frutas.

Figura 2. Exemplo de atividade com realização de pesquisa de opinião



FONTE: Livro 9, 5º ano (p. 115).

Embora o objetivo central da questão seja a coleta de dados e organização em tabelas e posteriormente apresentação em um gráfico de barras, nada impede que o professor, a partir dos dados coletados, inicie o trabalho com os conteúdos referentes à alimentação saudável ou diferentes assuntos relacionados. Outra atividade que pode servir como ponto de partida para a mesma discussão, é a apresentada na Figura 3, que traz os dados de uma pesquisa sobre a alimentação das crianças, solicitando análise e elaboração de conclusões.

Figura 3. Exemplo de atividade com interpretação de gráfico



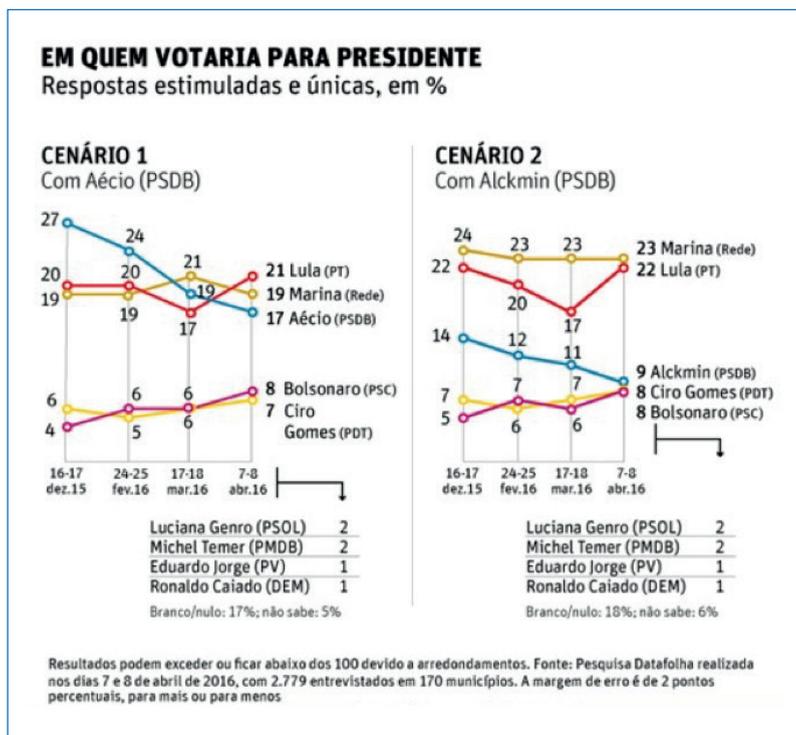
FONTE: Livro 7, 5º ano (p. 256).

A utilização de dados reais, expostos em gráficos ou tabelas, gera várias possibilidades para discussão dos conteúdos abordados nas representações, bem como outros conceitos relacionados à amostragem.

Os gráficos da Figura 4 foram utilizados como norteadores da discussão sobre as técnicas de amostragem em minha

pesquisa de doutorado. Embora, o objetivo dos questionamentos fosse trabalhar apenas amostragem, percebemos que ao longo da mediação foram pontuados aspectos sobre a relevância da democracia, do direito ao voto e do papel dos governantes, entre outros conceitos, ratificando a facilidade de utilizar as técnicas e conceitos de amostragem em um processo de ensino interdisciplinar.

Figura 4. Gráficos com intenção de voto para eleição presidencial



FONTE: Folha de S. Paulo (LULA..., 2018).

Após a apresentação dos gráficos, foram feitas questões norteadoras, tais como: Qual o objetivo dessa pesquisa? Nessa pesquisa, quantas pessoas foram entrevistadas? Por que foi utilizada essa quantidade de pessoas? Qual a população analisada nessa pesquisa? Essa quantidade de entrevistados pode representar toda a população? Como você acha que foram escolhidas as pessoas que participaram dessa pesquisa? Se a amostra fosse maior, a pesquisa seria mais confiável? E se fosse menor, faria diferença? Que conclusões você pode ter com base nos dados apresentados no gráfico?

Nessa estratégia metodológica, os gráficos, tabelas e dados coletados, a partir dos processos amostrais, são ao mesmo tempo conteúdos trabalhados, como também são subsídios que enriquecem o processo de ensino e aprendizagem das temáticas que abordam.

Vale destacar que o processo de aprendizagem deve ser ativo por parte do sujeito, sendo necessário realizar uma atividade adequada ao que se pretende aprender, em condições mediadas pelas relações com os outros e com os objetos culturais (LEONTIEV, 1980). Portanto, é fundamental que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam estabelecidas situações apropriadas ao conceito e à sua relação com a realidade, sendo apresentadas propostas pedagógicas adequadas.

Independentemente das estratégias utilizadas entre as propostas aqui, é importante deixar claro o aspecto mediador do trabalho do professor no processo de apropriação dos produtos culturais enfatizado por Vygotsky (1988) e Leontiev (1978). Essa mediação tem suas características específicas, pois a educação formal tem como objetivo proporcionar a

apropriação de elementos culturais necessários para o entendimento da realidade social e desenvolvimento individual, para que, assim, exerça o seu papel na sociedade de forma consciente. Dessa forma, as ações do professor devem ser intencionais e planejadas, visando alcançar um fim específico.

O professor deve ter clareza das características essenciais do conteúdo que será ensinado, para então poder elaborar formas mais adequadas de condução das atividades, a fim de obter a atenção do aluno para essas características. Visto que, a apropriação do conhecimento delimitado pelo currículo escolar, não ocorre natural e espontaneamente pelo aluno, sendo necessária a condução consciente desse processo pelo professor.

A organização e distribuição dos conteúdos escolares devem propiciar à criança a construção do que ainda não está formado, levando-a a níveis superiores de desenvolvimento. A partir dessa perspectiva, as atividades propostas, utilizando as técnicas de amostragem como subsídio, devem ser baseadas na funcionalidade social da estatística, visando proporcionar a interação do estudante com seus pares, professor e meio em que está inserido, relacionando-se por meio da linguagem como instrumento para exposição e compartilhamento de suas ideias, argumentações e conclusões. Assim, acreditamos que o estudante compreenderá a significação social dos conceitos trabalhados por relacioná-los às suas necessidades, construindo sua consciência individual.

A discussão sobre amostragem, em um contexto no qual seja refletido o processo investigativo de pesquisa, bem como suas etapas, contribui para o desenvolvimento do raciocínio

estatístico, possibilitando ao aluno a ligação de um conceito a outro (por exemplo, amostra e população; amostra e variabilidade) para que ele analise e elabore ideias sobre os dados, fazendo inferências a partir de resultados estatísticos.

Vale ressaltar que, a utilização de pesquisas baseadas em dados reais proporciona aos alunos experiências ricas e motivadoras no que diz respeito a compreensão de problemáticas sociais. Essas atividades possibilitaram aos estudantes o questionamento do porquê e como os dados foram produzidos, do porquê e como as conclusões foram obtidas.

A investigação é desafiadora, pois proporciona ao aluno momentos de incerteza, tomada de decisões com independência, reconhecimento de oportunidades e situações de adaptação, as quais necessitam de uma flexibilidade de pensamento e geram um contínuo contato e conhecimento do conteúdo escolar.

Em suma, a partir da minha prática pedagógica, nos anos iniciais, e pesquisas realizadas (GOMES, 2013 e 2019), acredito que a utilização do ciclo de pesquisa, ou fases dele, é uma das possibilidades para o ensino de amostragem na Educação Básica, sendo um instrumento facilitador para interdisciplinaridade.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.
- BUSSAB, W. O. e MORETTIN, P. A. *Estatística básica*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GOMES, T. M. *O todo é a soma das partes, mas uma parte representa o todo?* Compreensão de Estudantes do 5º e 9º ano sobre Amostragem. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

GOMES, T. M. *Análise de dados e construção do conceito de amostragem por estudantes do 5º e 9º ano: uma proposta à luz da Teoria da Atividade*. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática*. Recife: UFPE, 2013. p. 93-132.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LULA e Marina lideram corrida para 2018; tucanos despencam. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, [2018]. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/poder/2016/04/1759342-lula-e-marina-lideram-corrida-para-2018-tucanos-despencam.shtml>. Acesso em: 24 maio 2018.

STEVENSON, W. J. *Estatística aplicada à administração*. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1981.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKI, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. 5. ed. São Paulo: Cone, 1988. p. 103-117.

CAPÍTULO 4

APRENDIZAGEM DE AMOSTRAGEM EM SALA DE AULA, A PARTIR DE ATIVIDADES EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL¹

Luan Costa de Luna
Gilda Lisbôa Guimarães

Como acreditar em pesquisas estatísticas se eu nunca fui entrevistado? Uma amostra com pequena quantidade de pessoas pode representar o Brasil inteiro? Esse texto busca refletir de que maneira podemos abordar esses aspectos em sala de aula, pensando nas situações didáticas que viabilizam oportunizar aos estudantes uma compreensão efetiva. Agora, iniciamos nossa conversa destacando o papel da estatística.

A estatística é a ciência que envolve a coleta, organização, representação, análise e realização de inferências a partir de dados. Os dados são números em um contexto. Desse modo,

1 Pesquisa com apoio da Capes.

fazer estatística é muito mais que manipular números, posto que propicia a compreensão de nossa realidade. Logo, é com base em dados estatísticos que podemos tomar decisões.

No âmbito educacional, a estatística possibilita aos nossos estudantes o desenvolvimento de uma atitude investigativa, reflexiva e crítica diante de uma sociedade marcada pela veiculação de informações. Nessa direção, Guimarães e Gitirana (2013) argumentam que a pesquisa deve ser o eixo estruturador na formação estatística de nossos estudantes e de nós professores, de todos os níveis de escolaridade. É uma forma de apropriação autônoma de saberes, permitindo uma prática reflexiva de mundo.

Uma pesquisa envolve várias fases como definir a questão/objetivo do que se quer pesquisar, levantar hipóteses, definir a amostra/população, a forma de coletar os dados, como classificar e representar os dados para ser possível a análise e chegar às conclusões possíveis para tomadas de decisão. De acordo com Guimarães e Gitirana (2013), trabalhar com todo esse ciclo investigativo, ou com fases dele, é fundamental e deve ocorrer de forma concomitante.

Uma das fases, é a definição da amostra ou população a ser investigada. Esse é o foco desse capítulo. Em qualquer pesquisa estatística é preciso definir a população a ser investigada, pois, na maioria das pesquisas não é possível realizar a pesquisa com toda a população, sendo necessário definir uma amostra representativa. A esse processo, denominamos inferência, ou seja, a partir de uma amostra, generalizamos as conclusões para toda a população.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (BRASIL, 2017) indica habilidades de aprendizagem concernentes aos

conceitos relacionados à amostragem nos anos finais do ensino fundamental, que devem ser ensinados em sala de aula.

É sabido que nós professores temos, como um dos principais recursos para nossas práticas em sala de aula, o livro didático. Luna e Guimarães (2020) realizaram uma pesquisa censitária em todas as coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) edição 2020 (6º ao 9º ano), a fim de analisar o que é proposto para a aprendizagem de amostragem. Entre os resultados obtidos, os autores constataram que, os livros didáticos dão maior ênfase a noções iniciais e, portanto, restringem a exploração de outros conceitos fundamentais.

Diante desse panorama, nos propusemos, neste capítulo, a apresentar e discutir propostas de atividades que criamos para o preenchimento das lacunas apontadas, buscando proporcionar, assim, um melhor desenvolvimento da compreensão do conceito de amostragem, por parte dos nossos estudantes.

População, Amostra e Amostragem: o que é?

Em estatística, população se refere ao conjunto de elementos (indivíduos, objetos, e assim por diante) que possuem, ao menos, uma característica em comum. Deste modo, ao realizarmos uma pesquisa com toda população de interesse, dizemos que ela é censitária. Entretanto, devido a fatores de tempo, custo e outros inconvenientes, nem sempre é possível fazer a pesquisa com toda a população, então, realizamos pesquisas com uma parte da população, constituindo-se em pesquisa amostral ou por amostragem. De acordo com Moore

(1995), qualquer subconjunto desta população é chamado de amostra.

Entretanto, para podermos generalizar o que encontramos com a amostra para toda a população, é preciso selecionar uma amostra adequada. É imprescindível que a amostra seja representativa para realizarmos generalizações para toda população. Caso contrário, teremos resultados imprecisos e enviesados. Em outras palavras, a representatividade está associada a uma medida em que as características da população estão refletidas semelhantemente na amostra.

No entanto, além da representatividade, é preciso levar em conta outros aspectos: variabilidade, tamanho da amostra e técnicas de amostragem. A variabilidade diz respeito ao entendimento de que na amostra estão presentes todas as possibilidades de variação da população. Se pensarmos que a população são pessoas, precisamos considerar idade, gênero, classe social, entre outros, que vão variar em função dos nossos objetivos. Se pensarmos que a população são computadores, precisamos considerar marcas, tamanho de memória, ano de fabricação, entre outros, de acordo com nosso objetivo.

O tamanho da amostra está estritamente relacionado com a variabilidade da população (homogênea e heterogênea), pois quanto mais homogênea for a população, menor o tamanho da amostra para representá-la, uma vez que há uma menor variabilidade expressa nas amostras. Assim, percebe-se que a representatividade de uma amostra está diretamente ligada a variabilidade e ao seu tamanho.

Mas como se seleciona uma amostra representativa? Esse questionamento nos leva a discussão de técnicas de amostra-

gem, as quais são divididas em dois grupos: técnicas não probabilísticas (não aleatórias) e probabilísticas (aleatórias).

Conforme Triola (2008), as técnicas não probabilísticas são aquelas em que é desconhecida a probabilidade de um elemento da população ser escolhido para participar da amostra, visto que sua seleção depende de critérios e julgamento do pesquisador. Exemplos práticos são as enquetes lançadas nas redes sociais e entrevistas realizadas nas ruas e corredores de *shopping*. Decorrente disso, não é possível obter representatividade para produzir resultados generalizáveis. No entanto, esses métodos tendem a ser mais baratos e convenientes, além de serem bastante úteis para pesquisas exploratórias e de geração de hipóteses. Os métodos não probabilísticos são: amostragem por conveniência, amostragem por quotas, amostragem por julgamento e amostragem de resposta voluntária.

Em contrapartida, nos métodos probabilísticos, a chance de cada elemento da população pertencer à amostra, é conhecida e diferente de zero (TRIOLA, 2008). Neste caso, é possível realizar generalizações, pois seu princípio é a representatividade, podendo sua seleção ocorrer por sorteio, seja utilizando a tabela de números aleatórios, sites ou programas específicos de computador, e, até mesmo uma urna. Os métodos probabilísticos são: amostragem aleatória simples, amostragem estratificada, amostragem sistemática e amostragem por conglomerados.

Stevenson (1981) argumenta que a finalidade da amostragem é fazer generalizações sobre todo um grupo, sem precisar examinar cada um de seus elementos. Assim, a utilização da amostragem é primordial, quando desejamos realizar inferên-

cia estatística, pois formulamos julgamentos sobre um todo analisando apenas uma parte dele, ou seja, uma amostra.

Que situações didáticas do conceito de amostragem podemos propor aos nossos estudantes?

Como mencionamos no início deste capítulo, a aprendizagem de conceitos relacionados à amostragem, nos anos finais do ensino fundamental, passou a receber maior atenção a partir da publicação da BNCC. Na Base, são apresentadas habilidades de aprendizagem de amostragem do 6º ao 9º ano. Nesse sentido, é imprescindível que nós professores proporcionemos, aos nossos estudantes, atividades que explorem diferentes situações que possibilitem uma compreensão efetiva deste conceito.

Tendo o livro didático com principal recurso em nossas aulas, é fundamental conhecermos o que esse contém de possibilidades e de limitações quanto à aprendizagem de amostragem, para que, assim, possamos preencher possíveis lacunas propondo atividades complementares.

Conforme já mencionado, Luna e Guimarães (2020) realizaram uma análise nas atividades relacionadas ao conceito de amostragem em todas as coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2020 e constataram que cinco habilidades foram exploradas:

- a) Compreender sobre população, censo, amostra e perceber suas relações;
- b) Pensar acerca da seleção e representatividade de uma amostra;

- c) Identificar e fazer uso adequado das técnicas de amostragem;
- d) Analisar margens de erro;
- e) Realizar pesquisa estatística.

Diante dessa análise, percebemos que alguns aspectos para uma compreensão efetiva de conceitos relacionados à amostragem não foram contemplados: amostras homogêneas e heterogêneas, variabilidade, em especial, representatividade associada à variabilidade e tamanho da amostra, além de, técnicas de amostragem não probabilísticas. Por essa razão, iremos apresentar e discutir atividades de cada uma dessas habilidades encontradas nos livros didáticos, assim como atividades que criamos, a fim de possibilitar a ampliação da abordagem desse conceito em sala de aula.

A habilidade (a) que objetiva *Compreender sobre população, censo, amostra e perceber suas relações*, refere-se a noções iniciais da aprendizagem de amostragem. Portanto, constitui-se como fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem de outros elementos que envolvem esse conceito. Nela, exploram-se situações de conceituar população, censo e amostra; identificar população e amostra; estabelecer relação entre população e amostra e, reconhecer as vantagens e finalidade de censo e amostra.

Uma possibilidade de iniciarmos a abordagem desse conceito em sala de aula, e que não é proposta nos livros didáticos analisados, é perguntar aos estudantes o que significa ou se já ouviram falar em amostra e em quais situações. O intuito desses questionamentos é levantar os conhecimentos prévios e valorizar a experiência de vida que possuem, pois, prova-

velmente, muitos irão dizer que já ouviram falar em situações como, amostra de sangue, amostra de perfume e outras. Nesse momento, é fundamental deixarmos claro a diferenciação entre amostras homogêneas e amostras heterogêneas, uma vez que, se os estudantes não percebem isso, poderão ter maiores dificuldades em compreender o conceito de variabilidade em amostras.

Assim, se faz necessário chamarmos a atenção para o fato de que amostra de sangue, amostra de perfume, e outras, são amostras homogêneas, pois todos os elementos que a compõem possuem as mesmas características. O que não ocorre nas amostras heterogêneas, nas quais as características podem variar. Por exemplo, se estivermos interessados em saber a estatura média em uma amostra de estudantes, um estudante pode ter estatura de 1,72m, outro estudante de 1,59m e assim por diante.

Ainda referente à habilidade (a), destacamos que outro ponto importante para discutirmos com os nossos estudantes é a identificação de população e amostra (Figura 1).

Figura 1. Atividade de identificar população e amostra

2. Para cada situação, identifique a população e a amostra.

a) Para verificar se a população brasileira com 18 anos ou mais pratica qualquer atividade física, foram realizadas entrevistas em três meses consecutivos. população: todos os brasileiros com 18 anos ou mais; amostra: os brasileiros com 18 anos ou mais entrevistados na pesquisa

b) Pessoas foram entrevistadas para avaliar a intenção de voto para presidente do Brasil. população: todos os eleitores brasileiros; amostra: os eleitores brasileiros entrevistados na pesquisa

FONTE: Coleção Convergências Matemática (2018, v. 7, p. 221).

Na atividade, pede-se que o estudante identifique a população e a amostra utilizada. Consideramos a situação proposta importante, pois permite a compreensão da relação entre esses dois conceitos. Podemos perceber que os itens (a) e (b) estão em contexto de população, referindo-se à pessoas. Contudo, um dos erros mais comuns entre os estudantes, é conceber que população se refere apenas à pessoas. Diante disso, é necessário propormos situações que também vislumbrem população em contexto de objetos, seres vivos, entre outros. Eis algumas possibilidades de ampliação dessa atividade:

(c) Para testar a eficácia de um tratamento, 14 macacos foram submetidos a doses de um medicamento antiviral.

(d) Todos os dias, uma empresa seleciona 250 copos de vidros dos produzidos em sua fábrica para análise, a fim de ter um controle da qualidade de fabricação.

Diante dessa ampliação, oportunizamos aos estudantes a compreensão adequada do conceito de população e, ao mesmo tempo, que percebam a relação população-amostra. Sobre esse último ponto, estudantes apresentam dificuldades em estabelecer tal relação, o item (b) da atividade 2 (Figura 1), é um clássico exemplo disso, visto que os estudantes tendem a dizer que a população são todos os habitantes brasileiros e a amostra é uma parte desses eleitores.

Ainda a respeito da habilidade (a) *Compreender sobre população, censo, amostra e perceber suas relações*, outro aspecto que os livros didáticos analisados não oportunizam é a necessidade de uma pesquisa amostral em situações que a pesquisa censitária não seria possível. Na Figura 2, apresentamos uma atividade extraída de um livro didático do qual poderíamos abordar outras questões para contemplar tal discussão.

Figura 2. Atividade de classificar e justificar uso de censo e amostra

Atividades Anote no caderno

33. Classifique cada pesquisa a seguir em **censitária** ou **amostral**. Justifique suas respostas.

- a)** A coordenação de uma escola vai fazer uma pesquisa estatística para saber de quais esportes os alunos do 8º ano mais gostam. *Pesquisa censitária, pois nesse caso é possível pesquisar todos os alunos, ou seja, envolver toda a população.*
- b)** Uma lanchonete vai realizar uma pesquisa para saber qual o tipo de lanche preferido de seus clientes.
- c)** Uma empresa vai fazer uma pesquisa com seus funcionários sobre o nível de satisfação em relação ao trabalho.
- d)** Um instituto fará uma pesquisa de intenção de votos para prefeito de uma cidade. *Possível resposta: pesquisa amostral, pois geralmente não é possível ter acesso a toda a população.*

FONTE: Coleção Matemática Essencial (2018, v. 8, p. 187).

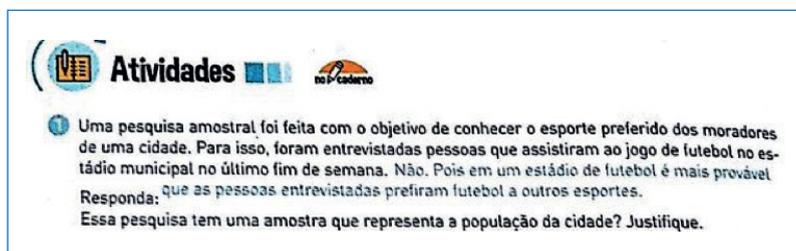
As situações apresentadas na atividade sugerem que a pesquisa censitária não pode ser realizada devido à inacessibilidade a população devido a fatores de tempo ou dinheiro e, portanto, a pesquisa amostral é mais cabível. Porém, é importante sinalizar que há casos em que a realização de uma pesquisa censitária não é adequada por gerar um processo destrutivo. Já pensou se um exame de sangue não fosse por amostra? Ou ainda, para uma empresa descobrir a durabilidade das lâmpadas que produz tivesse que testá-las até queimarem todas? Nós professores, podemos apresentar esses exemplos para nossos estudantes e assim, ampliar a discussão da viabilidade ou não de uma pesquisa censitária.

Outra habilidade que encontramos nos livros didáticos é *(b) Pensar acerca da seleção e representatividade de uma amostra*. Essa habilidade refere-se a um aspecto fundamental na aprendizagem de amostragem, pois, a partir de uma amostra representativa, podemos generalizar os resultados para toda a população. Nessa direção, perguntas do tipo – De onde vie-

ram os dados? Quantas pessoas participaram da amostra? É representativa? É tendenciosa? – são importantes de serem feitas para uma análise crítica dos dados.

Os livros didáticos analisados propõem situações de indicar critérios e/ou características para selecionar uma amostra representativa e justificar a adequação e inadequação delas (Figura 3).

Figura 3. Atividade de justificar a adequação ou inadequação de uma amostra



Atividades 

1 Uma pesquisa amostral foi feita com o objetivo de conhecer o esporte preferido dos moradores de uma cidade. Para isso, foram entrevistadas pessoas que assistiram ao jogo de futebol no estádio municipal no último fim de semana. Não. Pois em um estádio de futebol é mais provável

Responda: que as pessoas entrevistadas prefiram futebol a outros esportes.

Essa pesquisa tem uma amostra que representa a população da cidade? Justifique.

FONTE: Coleção Apoema Matemática (2018, v. 7, p. 226).

A atividade da Figura 3 exige que os estudantes percebam que há um viés na seleção da amostra, uma vez que, na situação apresentada, as pessoas que compuseram a amostra estão mais propícias a indicar o futebol como esporte preferido. Destacamos que, o senso crítico é imprescindível na resolução de atividades dessa natureza. Luan e Guimarães (2020) constataram que os livros didáticos da edição PNLD 2020 trazem diversas situações similares a essa.

No entanto, um ponto que não foi contemplado nas atividades desses livros é a discussão da representatividade asso-

ciada à variabilidade e tamanho da amostra. Neste sentido, apresentamos uma proposta de atividade que preenche essa lacuna.

Figura 4. Proposta de atividade sobre representatividade associada à variabilidade e tamanho da amostra

Um Instituto estava interessado em saber quais gêneros literários os brasileiros costumam ler. Para isso, foi realizada uma pesquisa por amostra.

- Opção A: 5012 brasileiros de diferentes faixas etárias.
- Opção B: 5012 brasileiros que frequentam biblioteca.
- Opção C: 512 brasileiros de diferentes faixas etárias.
- Opção D: 512 brasileiros que frequentam biblioteca.
- Opção E: Brasileiros entre as mulheres, homens, meninas e meninos.

Qual das opções é mais adequada para a realização da pesquisa em questão? Por quê?

FONTE: Adaptado de Innabi (2006).

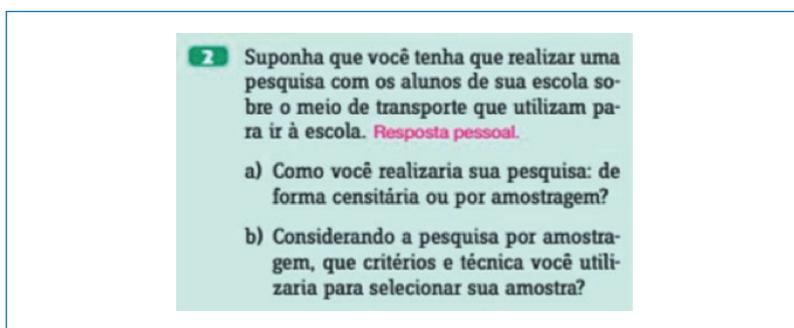
O objetivo dessa atividade é permitir que o estudante reflita acerca da necessidade de levar em consideração dois fatores na seleção de uma amostra representativa: a variabilidade e o tamanho. Além do mais, que apresente a capacidade de julgamento, quando confrontado com diferentes formas de seleção da amostra para uma mesma pesquisa.

Se o estudante optar para o tamanho da amostra de 5012 brasileiros, terá que decidir sobre qual característica é mais adequada para a realização da pesquisa: pessoas de diferentes faixas etárias ou aquelas que frequentam biblioteca. Nesse momento os estudantes devem perceber que selecionar pessoas que frequentam biblioteca não garante que o resultado da pesquisa represente todos os brasileiros, pois há aqueles que não frequentam biblioteca e, assim, há um viés de seleção.

Outra questão, é selecionar o tamanho da amostra de 512 ou 5012. A tendência é sempre achar que quanto maior melhor. Entretanto, para sabermos se o arroz cozinhando em uma panela está pronto, basta experimentarmos uns dois grãos ou será que teremos que comer várias colheradas?

Os livros didáticos analisados propõem, embora em pequena escala, atividades nas quais o estudante necessita indicar critérios para selecionar uma amostra (Figura 5).

Figura 5. Atividade de elencar critérios na seleção de uma amostra



2 Suponha que você tenha que realizar uma pesquisa com os alunos de sua escola sobre o meio de transporte que utilizam para ir à escola. *Resposta pessoal.*

- a) Como você realizaria sua pesquisa: de forma censitária ou por amostragem?
- b) Considerando a pesquisa por amostragem, que critérios e técnica você utilizaria para selecionar sua amostra?

FONTE: Coleção Matemática Compreensão e Prática (2018, v. 9, p. 309).

Propostas de atividades como essas são essenciais para que os estudantes desenvolvam a autonomia, criticidade e a tomada de decisões quanto a critérios na seleção de amostras, de modo a representar toda a população de interesse.

Passamos nossa conversa para outra habilidade, (c) *Identificar e fazer uso adequado das técnicas de amostragem*. Para selecionar uma amostra representativa, podemos utilizar uma das técnicas de amostragem. Os livros didáticos focalizam bastante no aspecto de identificar técnicas, o que julgamos como ponto limitador (Figura 6).

Figura 6. Atividade de identificar técnicas de amostragem e calcular

5. Identifique o tipo de amostragem utilizado em cada caso.

- a) Os caixas de uma loja foram programados para que, a cada 20 clientes atendidos sequencialmente, o último deles seja convidado a avaliar o grau de satisfação quanto ao atendimento recebido na loja atribuindo uma nota de 0 a 10. **amostragem sistemática**
- b) Em uma pesquisa sobre a preferência dos eleitores pelos candidatos a prefeito de uma cidade foram entrevistados 3 000 moradores, selecionados ao acaso dentre moradores de diferentes bairros, faixas de renda mensal, escolaridade e sexo. **amostragem estratificada**
- c) Em uma festa junina, 30 participantes foram sorteados ao acaso para dizer do que mais gostaram e do que menos gostaram nas atrações oferecidas na festa. **aleatória simples**

FONTE: Coleção Trilhas da Matemática (2018, v. 8, p. 239).

Conforme podemos perceber, a atividade da Figura 6 explora apenas três técnicas de amostragem probabilísticas (sistemática, estratificada e aleatória simples) em uma situação de identificar qual técnica está sendo empregada em cada caso. Acreditamos que atividades dessa natureza não possibilitam ao estudante perceber que há diversas técnicas para selecionar uma amostra, as quais podem ser utilizadas a depender do objetivo de pesquisa. Outro adendo importante para destacar, é que as atividades de todas as coleções analisadas não sugerem o trabalho com amostras não probabilísticas.

Acerca desses pontos, nós professores necessitamos propor situações que considerem esses elementos ausentes nos livros didáticos. Nesse sentido, elaboramos uma atividade (Figura 7) em que o estudante deverá avaliar e justificar a adequação ou não de cada uma das técnicas propostas.

O item (a) trata-se de uma amostra por conveniência (não probabilística), em que pessoas, de fácil acesso ao pesquisador, são escolhidas para fazerem parte da amostra. Por esse motivo, a técnica proposta é inadequada por não ter poder de representatividade. Em contrapartida, a técnica empregada

Figura 7. Atividade de adequação e/ou inadequação das técnicas de amostragem

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE realizou uma pesquisa com o objetivo de saber quantos brasileiros têm acesso à internet no celular.

Classifique cada item em adequado ou inadequado para realizar a pesquisa em questão e justifique sua resposta.

- (a) Entrevistar familiares, amigos e vizinhos que possuem celular.
- (b) Entrevistar pessoas selecionadas aleatoriamente considerando todos os gêneros, regiões, classes sociais etc. dos brasileiros que possuem celular.
- (c) Entrevistar pessoas selecionadas aleatoriamente dos brasileiros que possuem celular.

FONTE: Elaborado pelos autores.

no item (b), amostra estratificada (probabilística), é adequada à pesquisa em questão por considerar diversas características importantes, tais como gêneros, regiões, classes sociais, entre outros. Por fim, o item (c) propõe a utilização de uma amostra aleatória simples (probabilística), a qual é adequada para essa situação por cada elemento da população possuir a mesma probabilidade de participar da amostra. Neste caso, é comum que os estudantes desconheçam tal definição, como também, a importância da aleatoriedade no processo de seleção de uma amostra e apresentarem respostas do tipo: “não há como ter um controle da amostra” ou “poderá ter mais pessoas das classes sociais D e E, em detrimento das pessoas das classes sociais A e B, em que essas possuem maiores condições de acesso à internet no celular”.

A partir da discussão da atividade, nós professores, podemos proporcionar um momento de roda de conversa com os estudantes, a fim de desmistificar interpretações errô-

neas, destacando que a amostra por conveniência nunca é útil e que entre a amostra estratificada e a amostra aleatória simples, a mais adequada é a primeira, por considerar diferentes categorias e assim, garantir “justiça” no processo de amostragem. É importante frisarmos que tudo depende do objetivo da pesquisa.

Na amostra por conveniência, podemos exemplificar o caso do dono de um salão de beleza que quer saber a opinião de seus clientes quanto à qualidade do serviço prestado e, para compor a amostra, ele seleciona as vinte primeiras pessoas que serão atendidas. A partir desse exemplo, podemos evidenciar para os estudantes que amostra por conveniência, embora não tenha poder de representatividade, é bastante útil para coletar informações qualitativas como a qualidade de um produto, um serviço prestado, eficácia de um teste, entre outros. Outro exemplo, é o caso de teste de eficácia de determinado tratamento. Recentemente, pesquisadores testaram a eficácia de um remédio antiviral para o tratamento do “novo coronavírus” em 14 macacos, e nesse caso, a técnica utilizada foi amostra por conveniência, ou seja, os macacos que estavam de mais fácil acesso aos pesquisadores².

A amostra aleatória simples é recomendada para amostras homogêneas e em situações que não é necessário o estabelecimento de critérios ou filtros no processo de amostragem. Além disso, é garantindo que todos os elementos da população tenham a mesma probabilidade (e diferente de zero) de participar da amostra. Um exemplo prático dessa técnica são os sorteios: O dono de um salão de beleza quer presentear um

2 <https://g1.globo.com/mundo/noticia/2020/04/18/antiviral-em-teste-detem-avanco-da-covid-19-em-macacos.ghtml>

de seus funcionários com uma viagem para o exterior, para isso, ele escreve o nome de cada um de seus 30 funcionários em pedaços de papel, coloca-os em uma caixa e depois realiza o sorteio. Nesse caso, a amostra é homogênea pelo fato de que a única característica relevante para o objetivo da pesquisa é ser funcionário do salão de beleza, independente do sexo, idade, e outros fatores.

A amostra estratificada, conforme já discutida na atividade da Figura 7, é recomendada quando a população de interesse é heterogênea. Nesse sentido, faz-se necessário criar estratos. Tomando o mesmo contexto dos exemplos anteriores, suponhamos que o dono de um salão de beleza pretende abrir uma nova sede, contudo, quer selecionar aleatoriamente, dos seus 30 funcionários, uma manicure/pedicure, uma maquiadora e um barbeiro para treinar estagiários. Desse modo, a técnica adequada é definir estratos: manicure/pedicure, maquiadora e barbeiro. Feito isso, poderá realizar um sorteio para selecionar uma amostra aleatória de cada estrato.

Com base nesses exemplos práticos, nós professores podemos levar nossos estudantes a superar interpretações errôneas relatadas anteriormente. Importante destacar também que a atividade da Figura 7 contempla três técnicas de amostragem, das quais duas são probabilísticas (aleatória simples e estratificada) e uma não probabilística (conveniência). Após isso, podemos relatar, aos nossos estudantes, sobre as pesquisas realizadas por institutos, a saber, as pesquisas eleitorais, nas quais utilizam técnicas aleatórias, pois seu objetivo é tirar conclusões da amostra para população e, nesse sentido, utilizam critérios importantes para definir o

perfil do eleitorado como gênero, idade, renda, região, escolaridade, entre outros fatores³.

Quando falamos em pesquisa estatística, particularmente as que utilizaram técnicas probabilísticas, há sempre um erro amostral. Infelizmente, encontramos apenas uma atividade dessa habilidade, (d) *Analisar margens de erro*, em todas as coleções analisadas (Figura 8).

Figura 8. Atividade de analisar margens de erro

3 • (Enem) Antes de uma eleição para prefeito, certo instituto realizou uma pesquisa em que foi consultado um número significativo de eleitores, dos quais 36% responderam que iriam votar no candidato X; 33%, no candidato Y e 31%, no candidato Z. A margem de erro estimada para cada um desses valores é de 3%, para mais ou para menos. Os técnicos do instituto concluíram que, se confirmado o resultado da pesquisa:

- a) apenas o candidato X poderia vencer e, nesse caso, teria 39% do total de votos.
- b) apenas os candidatos X e Y teriam chances de vencer.
- c) o candidato Y poderia vencer com uma diferença de até 5% sobre X.
- x** d) o candidato Z poderia vencer com uma diferença de, no máximo, 1% sobre X.
- e) o candidato Z poderia vencer com uma diferença de até 5% sobre o candidato Y.

(X: de 33% a 39%;
Y: de 30% a 36%;
Z: de 28% a 34%.)

FONTE: Coleção Teláris Matemática (2018, v. 7, p. 250).

Consideramos a proposta da atividade pertinente, contudo, pouco fará sentido, caso não seja discutido previamente com os estudantes o significado e relevância da margem de erro em pesquisas, uma vez que, ela corresponde ao índice que determina a estimativa máxima de erros do resultado de uma pesquisa. Assim, é importante, antes de discutirmos tal atividade, lançarmos algumas perguntas: Você já ouviu falar em margens de erro? Em quais situações? Para você, o que é margem de erro?

Na habilidade (e) *Realizar pesquisa estatística*, os estudantes poderão colocar em prática diversos conceitos relacionados

3 <https://www12.senado.leg.br/noticias/materias/2014/09/24/como-sao-feitas-as-pesquisas-eleitorais>

à aprendizagem de amostragem: definição da população/ amostra, representatividade associada à variabilidade e tamanho da amostra, técnicas de amostragem, entre outros.

Os livros didáticos que compõem as obras aprovadas pelo PNL D 2020, contêm situações ricas e bem elaboradas de pesquisa estatística. São sugeridos temas de relevância social, uso de planilhas eletrônicas para cálculos de medidas de tendência central e representação de dados, além de outros (Figura 9).

Figura 9. Atividade de Realizar pesquisa estatística

6. Junte-se a 4 colegas e organizem-se para planejar e realizar uma pesquisa amostral, com base no que você aprendeu até agora nesta Unidade.

- Escolham um tema de interesse do grupo e um objetivo para a pesquisa.
- Elaborem um questionário breve (com no máximo 5 questões) sobre o tema da pesquisa, com base no objetivo estabelecido. Deem preferência a perguntas com respostas numéricas e/ou ofereçam opções de resposta.
- Determinem qual será a população estudada e como será escolhida a amostra para essa população.
- Coletem os dados da amostra e construam tabelas para organizar os dados coletados. Calculem uma ou mais medidas de tendência central para os conjuntos de dados obtidos.
- Em seguida, criem gráficos para esses dados, escolhendo os tipos de gráfico mais apropriados para os conjuntos de dados.

Escrevam um relatório para apresentar os dados coletados e suas análises e conclusões sobre eles. Insiram nele os gráficos construídos, as amplitudes dos dados e as medidas de tendência central. Estabeleçam suas análises com base nessas informações.

FONTE: Coleção Trilhas da Matemática (2018, v. 8, p. 255).

Podemos perceber, na Figura 9, que a atividade indica para o estudante todas as etapas necessárias para a realização de pesquisa estatística, desde a escolha do tema à divulgação dos resultados, permitindo, assim, que sejam autônomos na construção de seu próprio conhecimento. Nessa circunstância, nosso papel, enquanto professores, é de agir como mediadores, provocando reflexões e despertando o desejo de aprender.

Comentários finais

Com base em toda a discussão elencada ao longo do texto, é inegável a utilidade das pesquisas estatísticas. As informações obtidas através delas ajudam governos, empresas e cidadãos a planejarem suas ações. Diante de tal cenário, é imprescindível que os nossos estudantes apreendam os conceitos que relacionam a investigação à amostragem.

Além disso, as atividades apresentadas neste capítulo configuram-se em uma pequena amostra do que nós professores podemos oferecer aos nossos estudantes, de modo a propiciar uma aprendizagem efetiva de conceitos concernentes à amostragem. E, embora as discussões discorridas até aqui tenham como foco os anos finais do ensino fundamental, nada impede que sejam adequadas para os Anos Iniciais e Ensino Médio.

Referências

BRASIL. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC, 2017.

GUIMARÃES, Gilda; GITIRANA, Verônica. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). *Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática*. Recife: UFPE, 2013. p. 93-132.

INNABI, H. Factors considered by secondary students when judging the validity of a given statistical generalization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 7., Salvador, 2-7 jul. 2006. *Proceedings* [...]. [S. l.]: Iase, ISI, 2006.

LUNA, L. C. GUIMARÃES, G. L. O que livros didáticos de Matemática propõem para a aprendizagem de amostragem? *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, SP, v. 34, n. 68, 2020.

MOORE, D. S. *A Estatística básica e sua prática*. 3. ed. New York: W. H. Freeman and Company, 1995.

STEVENSON, W. J. *Estatística aplicada à administração*. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1981.

TRIOLA, M. *Introdução à estatística*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

CAPÍTULO 5

REFLETINDO SOBRE O ENSINO DE CLASSIFICAÇÃO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Paula Cristina Moreira Cabral

Ao longo da história, encontramos diferentes situações de classificação. Na agricultura, a ação de separar e selecionar as sementes tornou-se necessária para obtenção de um melhor alimento. Nas bibliotecas, as classificações bibliográficas, sejam por conhecimento, área, assunto ou autor, foram elaboradas por bibliotecários e especialistas para distingui-las de outras publicações e facilitar o acesso ao acervo dos livros. Nos campeonatos esportivos, os times também atendem a critérios de classificação, dessa forma, percebemos que a humanidade está o tempo todo classificando.

Na sala de aula não é diferente, muitas vezes, quando solicitamos que nossos estudantes organizem os brinquedos por cores, as filas por tamanho ou escolha de uma alimentação saudável para o lanche, estamos trabalhando com classificação.

O ensino da Estatística, desde o Ensino Fundamental, ressalta ainda mais a necessidade de sabermos classificar. A sociedade atual passou a lidar cada vez mais com uma grande quantidade de informações, que para serem compreendidas precisam ser sistematizadas. Dessa forma, é necessário inserir a criança no universo investigativo, considerando as etapas de formular questões, elaborar hipóteses, escolher amostra e instrumentos adequados para a resolução de problemas, a coleta de dados, a classificação e a representação dos dados para uma tomada de decisão, ou seja, em todas as etapas do ciclo investigativo (GUIMARÃES; GITIRANA, 2013).

É importante que todos sejam capazes de compreender e produzir informações sistematizadas para, de acordo com seu interesse, compreender o mundo físico e social. Para a interpretação ou construção de um ciclo investigativo, compreender como os dados foram classificados ou como é possível classificar os dados coletados, é fundamental. Classificar constitui-se, assim, como uma das fases do ciclo investigativo. A habilidade em interpretar um gráfico, por exemplo, depende da compreensão das categorias envolvidas, uma vez que cada barra, por exemplo, representa uma categoria de uma/um variável/critério estabelecida/o.

A classificação também é considerada importante para o desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma vez que, para classificar, são colocadas em evidências características estruturais próprias de elementos matemáticos. Para Piaget e Inhelder (1983), a comparação, identificação, equivalência, classificação, definição e divisão são alguns dos procedimentos que desenvolvem o raciocínio lógico.

No documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), defende-se a importância de atividades investigativas desde os anos iniciais. Esse apresenta, na unidade temática, Estatística e Probabilidade, a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problemas da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Destaca, que todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, para realizar julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Segundo esse documento, o planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos estudantes. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, e para tal, é preciso saber classificar.

Segundo Piaget e Inhelder (1983), classificar pode definir-se como um procedimento que permite atribuir um critério a todos os elementos de uma determinada coleção de acordo com o critério determinado. Para classificar corretamente, é preciso considerar duas propriedades, a exaustividade e a exclusividade. A exaustividade representa todos os fatos e ocorrências possíveis, por exemplo, em um conjunto de brinquedos que estão sendo classificados devemos utilizar todos os brinquedos, ou seja, todos os elementos solicitados devem ser classificados. Já a exclusividade considera que cada elemento só pode ser parte de uma das classes ou grupos que possuem as mesmas propriedades. Por exemplo, os alimentos considerados saudáveis são representados unicamente como saudáveis, não podem pertencer ao mesmo grupo de alimen-

tos saudáveis e alimentos não saudáveis, isso significa que os critérios devem ser mutuamente excludentes.

Nas escolas, tem-se observado que os estudantes conseguem classificar a partir de um critério previamente definido, mas apresentam dificuldades em criar critérios de classificação. Essa dificuldade pode se dar pelo pouco contato com atividades que estimulam o pensamento lógico da criança ao classificar. Os livros didáticos, por exemplo, apresentam frequentemente atividades em que o critério já é pré-definido e o estudante precisa identificar as propriedades do elemento. Atividades como organizar as figuras geométricas em superfície arredondada ou sem superfície arredondada, mostram que o critério já foi pré-definido (tipo de figura), as classes já estão organizadas (superfície arredondada ou sem superfície arredondada) e o estudante vai apenas separar as figuras a partir da propriedade (ter ou não superfície arredondada). Apesar de importante, é preciso refletir também sobre outras habilidades ao classificar, para que os estudantes produzam seus próprios critérios. Acreditamos que desenvolver a autonomia de criar classificações permitirá ao estudante, e a nós professores, classificar e analisar os dados que se deseja, na escola ou no dia a dia, de forma pertinente.

A partir de agora, discutiremos habilidades que envolvem a compreensão sobre classificar, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem. Vamos trazer alguns exemplos de atividades realizadas no estudo de Cabral (2016), com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, que mostram a possibilidade de aprendizagem dos discentes em criar critérios de classificação.

O primeiro tipo de atividade envolve a compreensão de critério e tem como finalidade levar o estudante a descobrir o critério utilizado em uma classificação. Nesse caso, o estudante deve identificar os elementos de cada classe e essas em relação ao critério. O critério escolhido para essa atividade foi *ter rodas* com as classes *ter* ou *não ter*.

Figura 1. Atividade 1 – Descobrir o critério utilizado em uma classificação



FONTE: Cabral (2016).

Na Figura 2, temos o exemplo de um estudante que descobre o critério de classificação e responde *porque uns têm pneus e os outros não*. Esse tipo de atividade permite que o estudante analise as características dos elementos e perceba que os elementos de cada grupo possuem as mesmas propriedades.

Figura 2. Resposta do estudante do 4º ano que descobre o critério



FONTE: Cabral (2016).

Um outro exemplo mostra que os estudantes, quando levados a refletir sobre como classificar, demonstram capacidade e facilidade para aprender e compreender que há uma diversidade de critérios que podem ser utilizados, desde que atendam às propriedades de exclusividade e exaustividade.

Professora (P) – Nesse exemplo vocês colocaram “terrestres” e “no mar”. Por que vocês acham que é esse o critério que eu escolhi na minha classificação?

Estudantes (E) – Porque nesse grupo tem os transportes terrestres e no outro tem os transportes que são do mar.

P – Vocês acham que todos os elementos desse grupo são do mar?

E – Não, tem o cavalo. Ah, tia, mas se esse cavalo fosse aquele... cavalo marítimo?

P – Mas essa figura não representa um cavalo marítimo.
 Como fazemos agora?

E – Aí a gente muda. Coloca a figura do outro lado.

P – Mas essa classificação já está pronta. Eu não posso mudar.
 As figuras já estão cada uma no seu lugar.

E – Tá errado, tia.

P – Então, qual seria o critério?

E – Não sei!

P – Vejam só, nesse primeiro grupo o que essas figuras têm de parecidas? Todas elas têm algo parecido.

E – Porque todas têm rodas, professora.

P – É verdade. E as outras têm rodas?

E – Tem não.

P – Então, qual foi o critério que eu escolhi?

E – Um grupo que têm rodas e um grupo que não têm rodas.

Figura 3. Respostas de dois estudantes do 4º ano que classifica [terrestre e no mar]

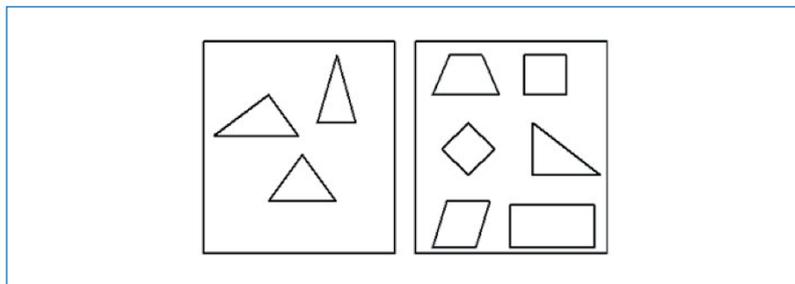


FONTE: Cabral (2016).

Assim, podemos perceber que os estudantes inicialmente pensaram que tinham encontrado o critério e depois identificaram que nem todos os elementos faziam parte daquele grupo. Outro ponto importante, é a classificação realizada pelos estudantes *terrestre* e *no mar*. Como podemos observar, os estudantes usaram uma classificação de meios de transporte muitas vezes ensinadas na escola. Por isso, consideramos fundamental ensinar a catalogar, para que os estudantes não utilizem apenas um tipo de classificação memorizada.

O segundo tipo de atividade também envolve a compreensão do critério. O objetivo é apresentar o critério e solicitar que analisem a pertinência das classes. Nesse exemplo, foi apresentada uma classificação pronta em dois grupos e o critério escolhido foi *Forma Geométrica* com as classes *Triângulos* ou *Quadriláteros*.

Figura 4. Atividade 2 – Apresentar o critério e solicitar que analisem a pertinência das classes

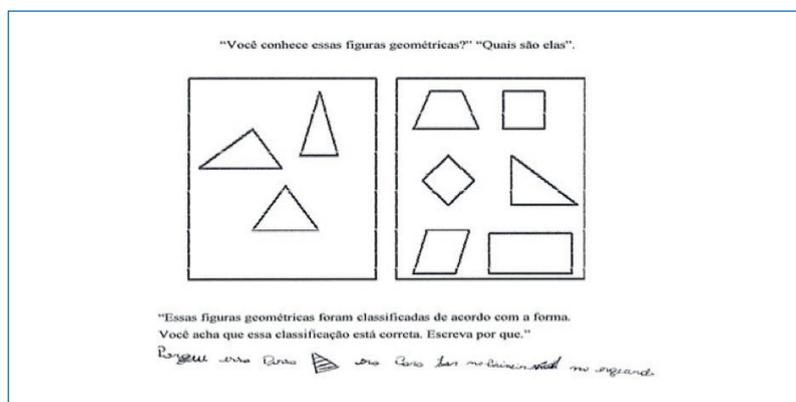


FONTE: Cabral (2016).

Para realizar essa atividade, a professora propôs que os estudantes identificassem se a classificação estava correta e justificassem. O estudante tinha que compreender o critério

de cada grupo para, posteriormente, identificar qual objeto não possui as mesmas propriedades. A Figura 5 apresenta um exemplo de um estudante identificando o elemento incorreto *Porque esse era* (o estudante desenha o triângulo) *era para tá no primeiro e não no segundo.*

Figura 5. Resposta de um estudante que identifica o elemento incorreto

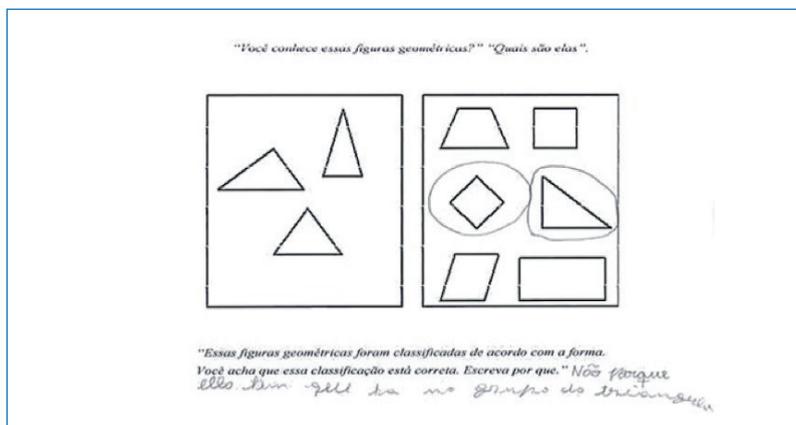


FONTE: Cabral (2016).

É importante ressaltar que essas atividades podem ser adaptadas de acordo com nível de escolarização dos estudantes. Conhecer os elementos que estão sendo classificados, pode influenciar na classificação. Segundo Piaget e Inhelder (1983) é importante estar atento ao que vamos solicitar para as crianças classificarem, pois elas podem recorrer a uma classificação perceptual, por não ter conhecimento dos elementos a serem classificados. Por exemplo: se solicitássemos a um adulto (que não é estudioso da área de medicina) a classificação de equipamentos médicos, possivelmente ele iria fazer uma classificação perceptual, por não ter conhecimento do

conceito dos equipamentos. Na Figura 6, temos o exemplo de uma dupla de estudantes que escolhe o triângulo corretamente, no entanto, escolhe também a figura do quadrilátero. Não porque eles têm que tá no grupo do triângulo.

Figura 6. Respostas de dois estudantes que identificam o quadrado como pontudo



FONTE: Cabral (2016).

Professora (P) – Por que você escolheu essas duas figuras?

Estudante (E) – Porque as duas era pra tá no outro grupo.

P – E por que elas tinham que está no outro grupo?

E – Porque são triângulos.

P – Você pode me dizer por que as duas são triângulos?

E – Porque tem ponta, feita as dos outros grupos.

P – Entendi. Só que tem uma figura que você escolheu que não é triângulo. Você consegue me dizer qual é?

E – Não.

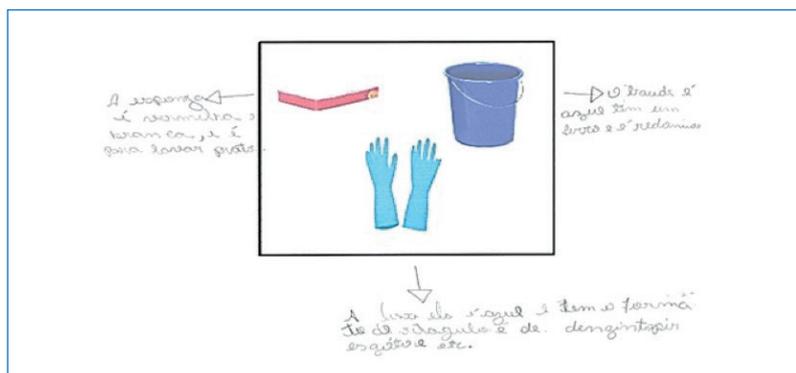
P – A sua resposta está quase correta, porém, essa figura aqui que você escolheu é um quadrilátero. Se você observar ela tem quatro lados ou quatro pontos assim como as outras.

E – É mesmo, posso apagar?

Desse modo, percebemos que, nessa atividade, conhecer as figuras geométricas influenciou na escolha dos elementos incorretos, uma vez que as figuras que apresentavam apenas uma ponta para cima foram consideradas triângulos para alguns estudantes.

O terceiro tipo de atividade envolve a reflexão sobre os elementos de uma classe. Para essa atividade a criança deve listar as propriedades dos elementos. A organização das características dos elementos ajuda a criança a sistematizar o seu pensamento e a desenvolver diferentes critérios. A Figura 7 mostra um exemplo de uma dupla de estudantes que listam as propriedades dos elementos a partir de critérios, como tipo de material, forma, cor e função dos objetos.

Figura 7. Resposta da dupla de estudantes que listam as propriedades dos elementos



FONTE: Cabral (2016).

Como podemos observar até agora, as atividades propostas levam os estudantes a refletirem sobre diferentes habilidades ao classificar (descobrir o critério utilizado em uma classificação, apresentar o critério e solicitar que analisem a pertinência das classes e listar as propriedades dos elementos). Dessa forma, a importância do trabalho com classificação reforça a necessidade de um trabalho sistemático, com atividades interessantes e desafiadoras que permitam mobilizar o pensamento do estudante. Além disso, é importante destacar que realizamos diariamente ações classificatórias em funções dos nossos objetivos, por isso, é importante mostrar que podemos classificar o mesmo elemento de diferentes maneiras, dependendo dos nossos objetivos. Na Figura 7, por exemplo, as crianças, ao listarem para uma mesma figura de material de limpeza, diferentes propriedades, conseguem perceber que o mesmo objeto pode ser classificado de diferentes maneiras, seja pelo tipo de material, cor, forma ou função.

O quarto tipo de atividade trabalha a habilidade de analisar a adequação dos elementos em uma classe. A finalidade é apresentar o nome do grupo/classe e os estudantes identificarão se todos os elementos pertencem à classe. A Figura 8 mostra um exemplo de um estudante que identificou a brincadeira da ciranda como elemento incorreto, uma vez que, o critério foi precisar de algum material para brincar *Não. Por quê: a ciranda não precisa de nenhum material para brincar.*

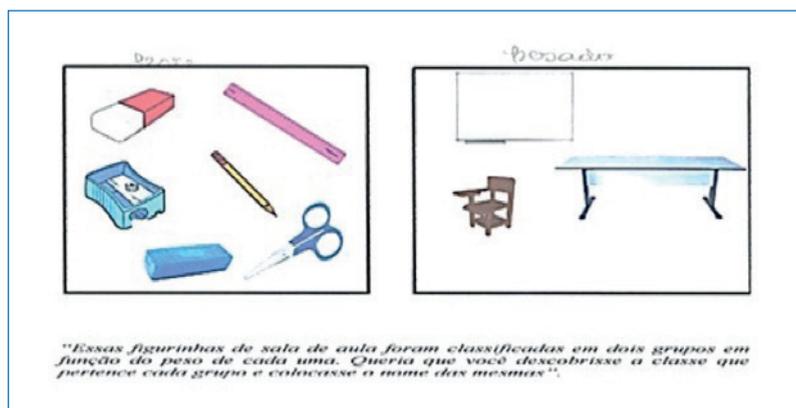
O quinto tipo de atividade, que podemos utilizar com os nossos estudantes, envolve a compreensão sobre as classes a partir de um critério apresentado. Na Figura 9, a dupla de estudantes, diante do critério peso, nomeia as classes corretamente em *leve e pesado.*

Figura 8. Resposta da dupla de estudantes que analisam a adequação dos elementos em uma classe



FONTE: Cabral (2016).

Figura 9. Resposta da dupla de estudantes que descobrem a classe em função do critério apresentado



FONTE: Cabral (2016).

Dessa forma, observamos a importância de propormos um trabalho para a compreensão sobre classificar a partir de diferentes atividades que envolvam a compreensão do critério, classes e elementos, considerando as propriedades de exclusividade e exaustividade. A resolução das atividades, seguida de reflexões sobre as respostas dadas pelos estudantes, permite que eles compreendam que classificar não é apenas separar os elementos, envolve diferentes habilidades lógicas para criar diferentes critérios. As Figuras 10, 11, 12 e 13 mostram estudantes do 4º ano criando diferentes critérios de classificação com autonomia, após terem vivenciado a intervenção de ensino.

Figura 10. Resposta (sem energia e com energia)

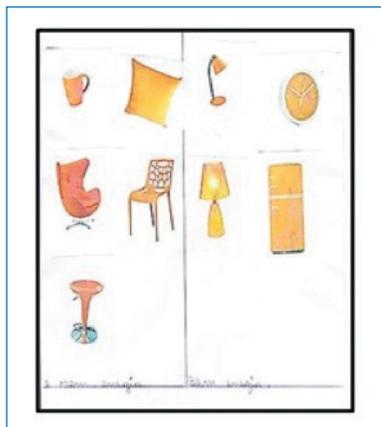
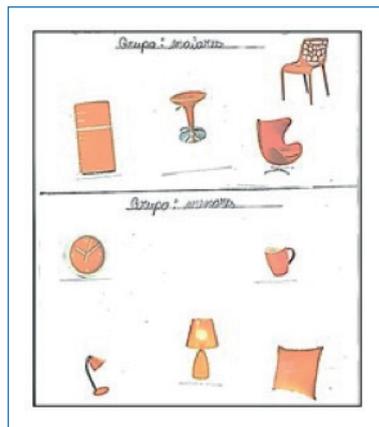


Figura 11. Resposta (maiores e menores)

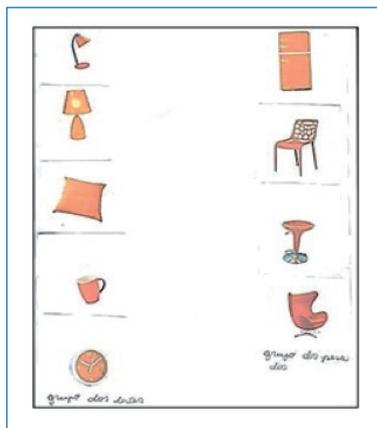


FONTE: Cabral (2016).

Figura 12. Resposta (grupo que tem pé e grupo que não tem pé)



Figura 13. Resposta (grupo dos pesados e grupo dos leves)



FONTE: Cabral (2016).

Uma outra proposta para refletir sobre o ensino de classificação, é o uso de representação em banco de dados. Estudos anteriores (SILVA e SELVA, 2011; SILVA, 2012; LEITE e CABRAL, 2013) defendem a importância de desenvolver atividades utilizando essas representações, pois permitem que os alunos identifiquem os dados de forma mais rápida. Elas são ferramentas que ampliam a nossa capacidade de tratar dados relacionando e estabelecem associações entre diferentes tipos de informação. Na Figura 14, temos o exemplo de um banco de dados formado por duas colunas. O objetivo dessa atividade é discutir com os alunos como organizamos os elementos que estão sendo classificados, utilizando as linhas e as colunas. Na primeira coluna, estão organizados os elementos a serem classificados, nesse caso, os nove tipos de esportes (natação, futebol e entre outros). Na segunda coluna, colocamos o cri-

tério, como, por exemplo, esporte individual/coletivo. Como podemos observar, o X indica os esportes que são individuais e os que estão em branco representam os esportes que não são individuais. Dessa forma, o aluno consegue perceber que o critério escolhido deve atender às propriedades de exclusividade e exaustividade.

Figura 14. Banco de dados

Esportes	Individual
Natação	
Tênis	X
Surf	X
Corrida de pessoas	
Vôlei	
Basquete	
Futebol	
Corrida de carro	
Ginástica	X

FONTE: Leite, Cabral, Guimarães e Luz (2013).

Na Figura 15, temos dois exemplos de alunos do 3º do Ensino Fundamental que classificaram corretamente (gosto e não gosto) utilizando a representação em banco de dados. Observa-se que eles criam um critério “*que engordam*”, mas acabam classificando em gostar ou não. Na Figura 16, colocam “*alimentos de lanche*”, marcando com um X aqueles que achavam que eram de lanche.

Figura 15. Resposta (gosto e não gosto)

Alimentos	Qualim gaudem
	gosto
	gosto
	não gosto
	gosto
	gosto
	gosto
	gosto
	gosto
	gosto

Figura 16. Resposta (alimentos de lanche)

Alimentos	alimentos de lanche
	X
	X
	X
	X
	X

FONTE: Leite, Cabral, Guimarães e Luz (2013).

Diante das atividades apresentadas e discutidas, podemos verificar que é possível promover, de forma significativa, a aprendizagem dos alunos sobre classificar, dado que esse conceito é fundamental para a compreensão e registro de informações organizadas em gráficos e tabelas e para o desenvolvimento de qualquer pesquisa.

As habilidades observadas nesse estudo (descobrir o critério utilizado em uma classificação, apresentar o critério e solicitar que analisem a pertinência das classes, listar propriedades dos elementos, analisar a adequação dos elementos na classe e identificar as classes a partir de um critério), além do uso da representação em banco de dados, apontam dire-

cionamentos para as práticas educacionais, pois evidenciam alternativas de como trabalhar a classificação em sala de aula, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem.

As intervenções de ensino que foram propostas podem ser realizadas em sala de aula e adaptadas, dependendo do nível de escolarização dos alunos. Essas atividades podem ser feitas individualmente, em duplas ou grupos. Outra sugestão é que os alunos analisem as classificações realizadas por outros alunos. Dessa forma, é fundamental refletir com os alunos sobre quais propriedades são necessárias para classificar adequadamente e quais os critérios escolhidos por eles atendem à exaustividade e à exclusividade.

Assim, cabe à escola e, a nós professores, oportunizar, em sala de aula, a discussão de diferentes habilidades ao classificar, para que os estudantes possam perceber que existem diferentes maneiras de classificar os mesmos elementos e que o critério é uma opção de quem classifica. Compreender como classificar permitirá que os alunos sejam inseridos no universo investigativo e tomem decisões com autonomia.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Executiva e Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Brasília: MEC, 2017.

CABRAL, P. *A classificação nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. *In: BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática. v. 1. Recife: Editora UFPE, 2013. p. 93-132.*

LEITE, M.; CABRAL, P.; GUIMARÃES, G.; LUZ, P. O ensino de classificação e o uso de tabelas. *In: CADERNO de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia. Recife: UFPE, 2013.*

PIAGET, J.; INHEILDER, B. *Gênese das estruturas lógicas elementares. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.*

SILVA, D. B.; SELVA, A. C. V. Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. *In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIAEM, 13., 2011, Recife. Anais do XIII Ciaem: 50 anos de Ciaem-Iacme. Recife: [s. n.], 2011.*

CAPÍTULO 6

ESCALA: O X DAS QUESTÕES DE INTERPRETAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

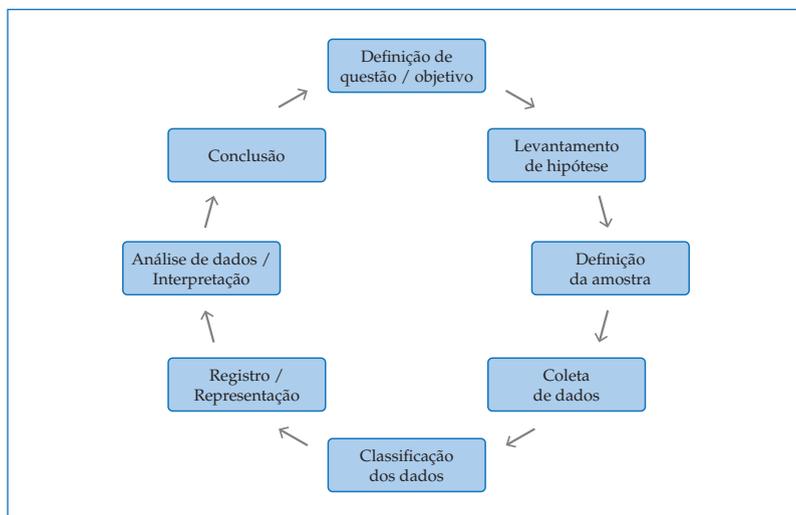
Milka Cavalcanti
Gilda Lisbôa Guimarães

Aprender estatística significa aprender a pesquisar. Essa não é uma tarefa difícil para nós professores, uma vez que as crianças já são curiosas e questionadoras por natureza. Cabe a nós sabermos aproveitar essa curiosidade e potencializá-la, a fim de que a aprendizagem seja cada vez mais significativa e envolvente para os alunos.

De acordo com Guimarães e Gitirana (2013) uma pesquisa envolve diversas fases (Figura 1) que devem ser vivenciadas pelos alunos em sala de aula. Assim, ela parte de uma questão que pode ser proposta pelo professor ou pelos alunos, hipóteses de possíveis respostas são levantadas a partir do conhecimento de mundo dos alunos, a partir delas é selecionada a população ou amostra, cria-se o instrumento para a coleta dos dados que depois precisam ser classificados e organizados em representações tabulares e/ou gráficas para que sejam reali-

zadas as análises e, finalmente, seja possível chegar às conclusões, respondendo a questão inicial. Quando se conclui, sempre surgem inéditos questionamentos, reiniciando um novo ciclo investigativo.

Figura 1. Ciclo Investigativo



FONTE: Guimarães e Gitirana (2013).

Duas dessas fases são mais enfatizadas no ensino e, principalmente, nos livros didáticos. Essas são a representação de dados e suas interpretações. De fato, no mundo contemporâneo, representações em gráficos têm sido utilizadas com grande frequência como um importante instrumento para a organização de informações de diferentes áreas e sobre variados temas. O principal argumento utilizado para justificar o uso destas representações é que elas facilitam a transmissão de informações por apresentarem, de forma resumida e rápida, um quantitativo amplo de dados.

Essa relevância social faz com que o trabalho com representações gráficas esteja no currículo brasileiro, por meio da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), em um campo denominado Probabilidade e Estatística. É enfatizado, nesse documento, a importância de instrumentalizar os cidadãos a fim de fazer julgamentos bem fundamentados para a tomada de decisões em seu dia a dia. A BNCC ressalta a importância de um trabalho interdisciplinar envolvendo situações reais. Nos anos iniciais, a articulação entre os campos da matemática e das áreas de conhecimento é potencializada, uma vez que seu ensino é realizado pelo professor polivalente, ou seja, aquele que ensina todas as disciplinas.

A representação gráfica se constitui numa linguagem prática, com o objetivo de interpretar, compreender e explicar os acontecimentos do mundo ou da realidade, permitindo, às vezes, chegar com maior segurança e rapidez à solução de situações da vida cotidiana. Desse modo, torna-se imprescindível que os indivíduos conheçam o suficiente sobre essa representação, para que possam compreender as informações apresentadas em gráficos, e serem capazes de interpretá-las para tirarem suas próprias conclusões.

Alunos, desde o 1º ano do ensino fundamental, são capazes de interpretar gráficos de barras ou pictóricos, entretanto, compreender a escala apresentada neles é a maior dificuldade encontrada. Assim, nesse capítulo, buscamos refletir sobre escalas representadas em gráficos.

A elaboração de um gráfico exige a compreensão da escala e da unidade com a qual essa é organizada. A escala de um gráfico marca valores sobre um seguimento de reta graduada,

dividida em submúltiplos da unidade escolhida. Ela pode ser representada no eixo vertical ou horizontal e pode ter diferentes intervalos, unitários ou não, de acordo com os dados a serem informados. O conceito de escala está relacionado a outros conteúdos da Matemática, como reta numérica e medidas de comprimento.

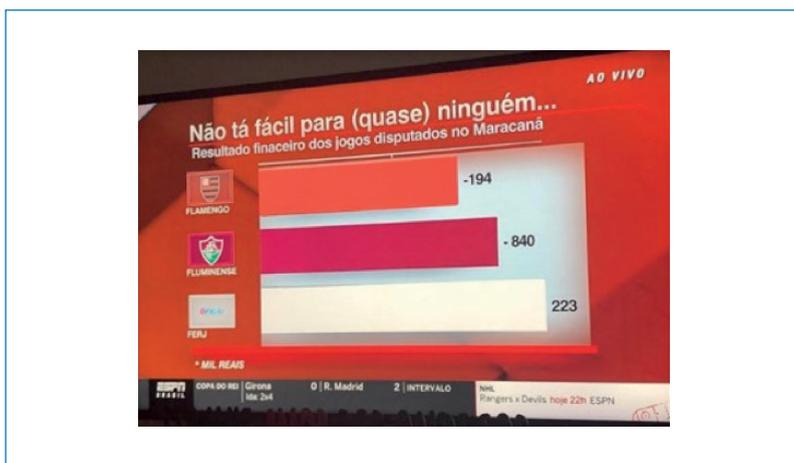
Entretanto, como argumenta Monteiro (2006), precisamos evidenciar que as representações gráficas mostram informações que estão diretamente vinculadas à intenção de quem as constrói. Assim, quem estrutura uma matéria jornalística, por exemplo, pode enfatizar, mascarar ou omitir determinados aspectos da notícia. Nos dias atuais, de muitas fake news, é preciso levarmos nossos alunos a interpretar essas informações de forma crítica.

Com essa preocupação, Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2008) realizaram um estudo que investigava três diferentes suportes nacionais, quais sejam: um jornal, uma revista de informações gerais e uma revista educacional. Entre os aspectos analisados, as autoras observaram que apenas 6% dos gráficos tinham escalas representadas no eixo. Para apresentar os valores, a mídia tem optado por colocá-los em cima das barras (gráfico de barras) ou dos pontos (gráfico de linha) que correspondem a cada categoria. Dessa forma, esse tipo de representação dispensa a necessidade de o leitor realizar uma análise mais aprofundada acerca da proporcionalidade da escala utilizada.

Ainda nesse mesmo estudo, Cavalcanti *et al.* (2010) verificaram que 39% dos gráficos apresentados na mídia, e analisados por elas, apresentavam erros de proporcionalidade

nas escalas. Esse é um percentual muito alto, principalmente porque sabemos que são construídos digitalmente, como o gráfico apresentado numa emissora de TV em agosto de 2020 (Figura 2). Nele, pode-se observar que valores positivos e negativos estão no mesmo sentido e que não existe proporcionalidade entre os valores positivos.

Figura 2. Exemplo de gráfico veiculado pela mídia televisiva com erros de proporcionalidade na escala



FONTE: Canal ESPN Brasil (31 jan. 2019).

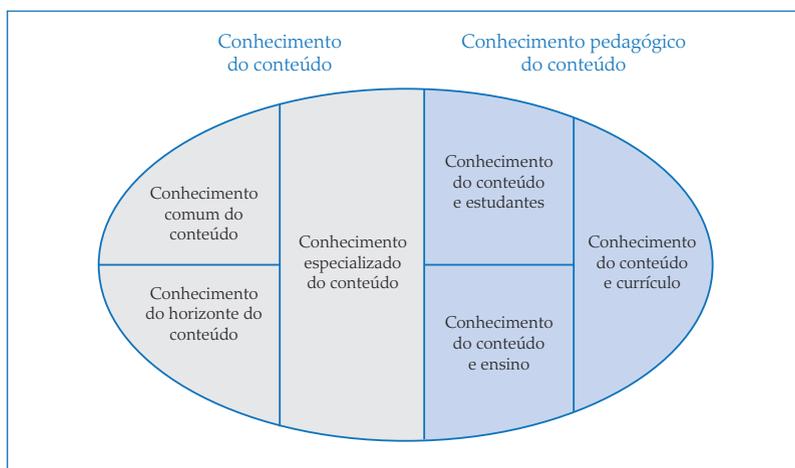
Esses gráficos são intencionalmente alterados. Fato que ratifica a importância dos educadores se preocuparem com o ensino aprendizagem da escala.

Assim, nesse capítulo, buscamos discutir os conhecimentos que nós professores precisamos ter para o ensino de escala apresentada em gráficos. Refletimos também sobre o desenvolvimento da habilidade de elaborar, compreender e questionar escalas apresentadas nos gráficos estatísticos.

Conhecimentos do professor para o Ensino

Para refletirmos sobre os conhecimentos necessários para o ensino de escala, utilizamos a teoria das pesquisadoras americanas (BALL, THAMES e PHELPS, 2008) que afirmam serem imprescindíveis seis tipos de Conhecimentos Matemáticos para o ensino (Figura 3). Assim, elas consideram tanto o conhecimento do conteúdo como o pedagógico.

Figura 3. Diagrama dos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



FONTE: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 404).

Consideramos, assim como Ball *et al.* (2008), que existe uma multiplicidade de saberes que nós professores precisamos mobilizar para o ensino de um conteúdo. Não basta sabermos se o aluno apresentou uma resposta certa ou errada para uma determinada situação. Nosso trabalho envolve outras habilidades relacionadas a reconhecer a natureza dos erros, ser capaz de identificar as estratégias utilizadas pelos

alunos e propor atividades capazes de superá-las. Nesse sentido, a partir de uma vasta revisão da literatura e de pesquisas realizadas por nós, construímos os conhecimentos para cada um desses tipos relacionados ao ensino de escala representada em gráficos para os alunos dos anos iniciais.

Vejamos cada um desses tipos de conhecimento para o ensino de escalas a partir de exemplos, para que possamos compreender e utilizar em nossas futuras aulas.

O *Conhecimento Comum de Escala* não é específico do professor. É esperado que adultos sejam capazes de interpretar e construir gráficos de barras, compreendendo o eixo de coordenadas, ou seja, que um gráfico é formado por duas linhas que se cruzam, sendo que, em uma das linhas, temos a informação numérica (escala) e na outra temos as categorias.

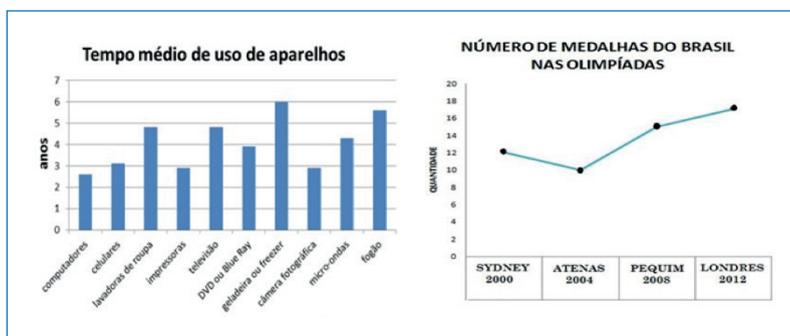
Entretanto, infelizmente esse conhecimento comum não é, de fato, tão comum. A ONG Ação Educativa e o Instituto Paulo Montenegro vêm realizando, desde o ano 2001, o Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF) que avalia conhecimentos da população brasileira de 15 a 64 anos. Segundo o INAF (2018) apenas 12% dessa população compreende representações em gráficos, considerando uma escala adequada, e esses que conseguem possuem Ensino Médio ou superior. Entre as pessoas que possuem apenas os anos iniciais, 70% apresentam muita dificuldade em compreender essa representação. Portanto, podemos constatar que a população adulta tem muito que aprender em relação à interpretação de gráficos, além disso, a escolaridade tem se mostrado como um fator determinante para essa aprendizagem. Podemos argumentar, assim, que a experiência de vida não tem sido suficiente para a aprendizagem sobre representações em gráficos.

Além da compreensão sobre interpretação de escala, precisamos refletir sobre as situações de construção de escala. A literatura da área vem argumentando que interpretar é mais fácil do que construir, principalmente porque muitas vezes as pessoas têm pouca ideia de como escolher uma escala adequada para um determinado conjunto de dados a serem representados no gráfico. Veremos, mais adiante, alguns exemplos.

O *Conhecimento Especializado de Escala* é um tipo de conhecimento que está relacionado ao ensino, portanto, é um conhecimento específico dos professores. Esse, refere-se à capacidade de analisarmos e adequarmos os conceitos às necessidades dos alunos, bem como reconhecermos padrões de erros deles ao lidarem com determinadas atividades, respondermos seus “porquês”, entre outros aspectos.

Esse tipo de conhecimento de escala, para interpretar, envolve a compreensão de que um gráfico pode apresentar diferentes intervalos escalares, como o unitário no tempo de estudo de negros e brancos ou de 2 em 2 como no número de medalhas do Brasil em Olimpíadas (Figura 4), entre outros.

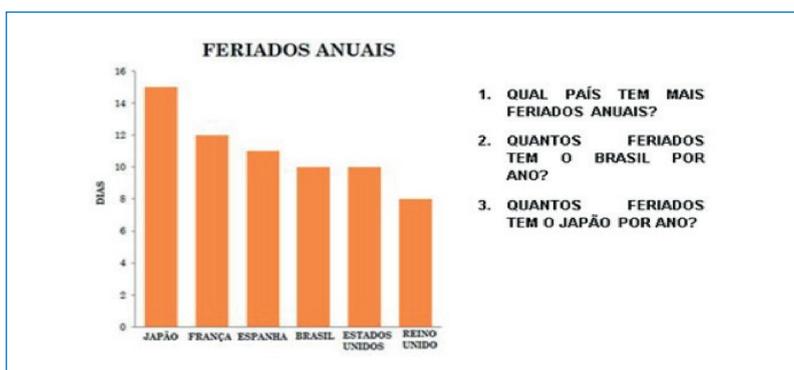
Figura 4. Exemplo de gráficos com diferentes intervalos de escala



FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2018, p. 76).

A partir de pesquisas que realizamos, descobrimos uma grande dificuldade dos alunos em compreender valores que estão numerados de forma implícita na escala. Denominamos de valores implícitos aqueles que não estão registrados na escala. No gráfico sobre os feriados (Figura 5), por exemplo, a escala não é unitária, pois apresenta intervalo de 2 em 2. Nesse caso, identificar que no Reino Unido tem 8 feriados anuais é fácil. Entretanto, localizar que no Japão tem 15 feriados é bem mais difícil, pois é preciso inferir o número que está entre 14 e 16, o que requer a compreensão da reta numérica.

Figura 5. Gráfico com valores implícitos na escala



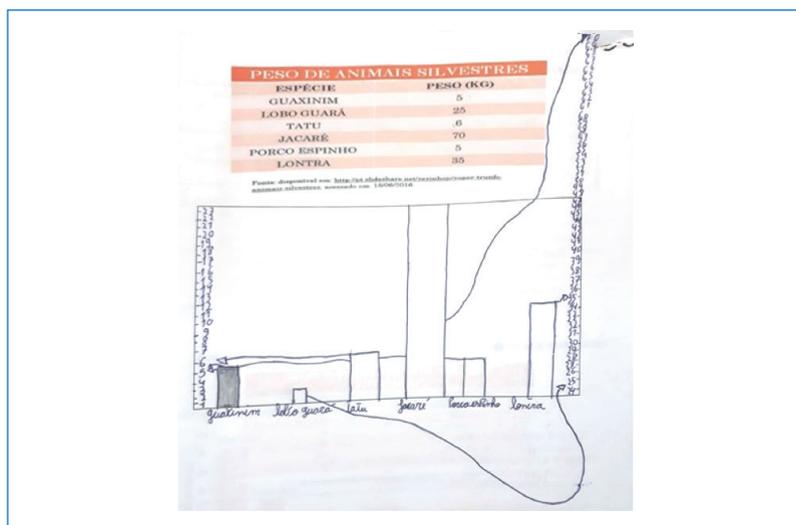
FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Essa dificuldade também ocorre quando os alunos precisam construir uma escala. É importante que o professor compreenda que os diferentes conjuntos numéricos (números naturais, racionais, inteiros...) e a grandeza dos números irão influenciar no intervalo da escala e, conseqüentemente, na escolha de uma escala conveniente. Quando essa não é adequada, encontramos resoluções como da Figura 6, na qual o

aluno preenche a lateral do papel com os números para registrar toda a sequência até o numeral desejado.

Para escolher bem a escala, precisamos analisar o tamanho do papel, identificar os valores máximos e mínimos das grandezas que serão representadas e, a partir dessas dimensões, definir a escala que permita ocupar o espaço disponível. Em seguida, precisamos fazer a divisão da escala de modo a localizar e marcar os pontos facilmente, mas é imprescindível que os espaços entre os intervalos das escalas sejam proporcionais.

Figura 6. Exemplo de estratégia de construção de gráfico com escala inadequada



FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

No exemplo da Figura 6, a criança precisava construir um gráfico com um conjunto numérico que variava de 5 a 70. Ela cria uma escala de um em um e como não há espaço para ir

até 70, ela continua escrevendo ao redor da folha e colocando setas para mostrar o caminho. A construção dessa representação é inadequada para localizar barras que serão comparadas por sua altura, deixando de representar uma reta numérica, preocupando-se apenas com a sequência numérica.

Esse exemplo nos mostra a capacidade das crianças em desenvolver estratégias, no momento de construir a escala do gráfico, assim como a necessidade de refletirmos com elas sobre como escolher a escala mais adequada, de acordo com o conjunto numérico que precisamos representar e o espaço disponível.

É importante ressaltar que em nossas explicações e reflexões com os alunos, precisamos explorar as definições adequadamente, fazendo uso dos termos estatísticos adequados (unidade, subunidade, intervalo, valor explícito, valor implícito, proporcional...), além de saber, também, explicar regras e procedimentos para a construção e interpretação de uma escala.

O Conhecimento do Horizonte de Escala, o terceiro tipo de conhecimento está relacionado à capacidade do professor em compreender como vai se complexificando a compreensão do conceito, ou seja, como se dá a gradação das aprendizagens. Assim, precisamos relacionar o que os alunos sabem com o que temos como objetivo que eles aprendam no semestre ou no ano escolar, considerando o desenvolvimento do conceito em questão, para aquele nível de ensino.

Para contribuir com essa reflexão, realizamos uma pesquisa (CAVALCANTI e GUIMARÃES, 2019) com crianças e adultos que frequentavam escolas públicas dos anos iniciais do Ensino Fundamental e investigamos o que eles sabiam. A partir do

desempenho dos alunos, elaboramos a proposta apresentada no Quadro 1.

Assim, propomos, como na BNCC, que o trabalho com interpretação e construção de escalas em gráficos deve ser feito em todos os anos (crianças) e módulos (adultos) dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Consideramos importante que em todos os anos/módulos os alunos sejam levados a refletir e registrar os elementos estruturais (título, eixos e fonte), pois, é a partir desta análise que se compreende que tipo de informação está sendo apresentada no gráfico.

Quadro 1. Progressão para o ensino de escala

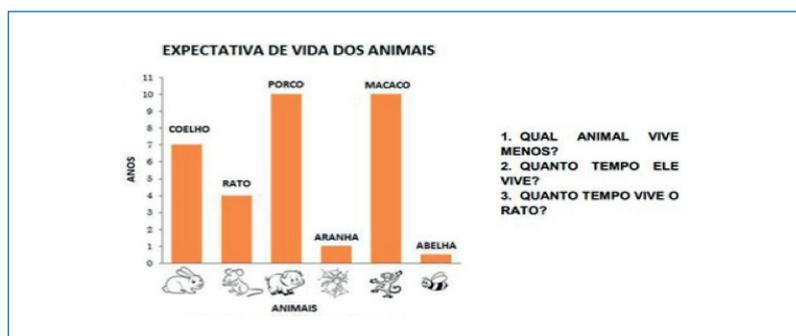
Habilidades por ano	1°	2°	3°	4°	5°	Mod. I e II EJA	Mod. III EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte)							
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas							
Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária.							
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária;							
Construção: Pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária.							
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico barras ou linha;							
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos;							
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico.							
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.							

FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Em relação à interpretação e construção, acreditamos que devemos iniciar propondo atividades com valores explícitos desde o 1º ano e com valores implícitos a partir do 4º ano, quando a maioria dos alunos começa a compreender a

reta numérica e suas subunidades. Quando um gráfico apresenta escala unitária, as subunidades serão números decimais (Figura 7), o que aumenta a dificuldade de compreensão para os alunos, uma vez que é necessário perceber que a abelha vive menos que um ano, ou seja, o valor implícito é seis meses ou meio ano.

Figura 7. Exemplo de atividade de localização de valor implícito em escala unitária

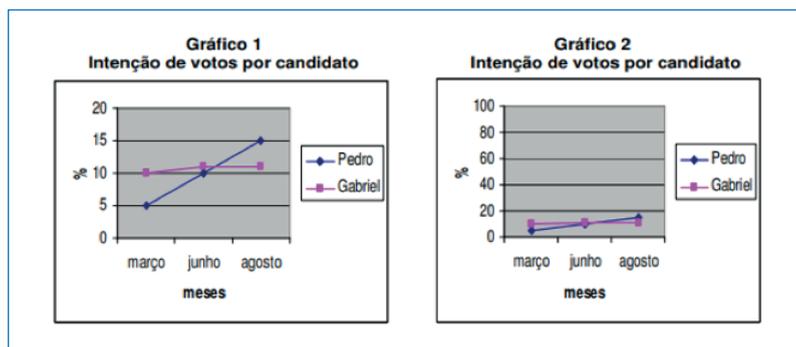


FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

A partir do 4º ano, podemos propor, também, atividades que envolvam a análise de erros de proporcionalidade na escala, levando-os a identificar se existe manipulação das informações, refletindo sobre a mudança das unidades escalares e seus impactos.

Uma atividade interessante, é trabalhar, com os alunos, dados com escalas diferentes. Na Figura 8, podemos observar que quando mudamos o intervalo da escala, os mesmos dados podem ser apresentados de forma a enfatizar (visualmente) uma diferença ou uma proximidade entre os valores representados.

Figura 8. Exemplo de gráficos que apresentam a mesma informação, a partir de intervalos escalares distintos



FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Essa proposta de progressão para o ensino desse conteúdo (Conhecimento do Horizonte de Escala), não deve ser uma sugestão engessada. A maior contribuição que ela traz para o ensino, é deixar mais claro quais são as variáveis (habilidade de construção ou interpretação; intervalo escalar; localização de valor implícito ou explícito; grandeza do conjunto numérico) que precisam ser consideradas, ao se trabalhar com o conceito de escala, e que tipo de mudanças podem ser realizadas para que se complexifique ou simplifique a abordagem dessas variáveis.

É muito importante ressaltar que estudos têm mostrado que os alunos demonstraram ser capazes de aprender sobre escalas, entretanto, o currículo brasileiro não propõe explicitamente o seu ensino para os anos iniciais no eixo de Estatística. Assim, essa é uma proposta de progressão para suprir essa lacuna e pode ser um norte para se pensar o ensino em cada ano ou modalidade dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O quarto tipo de conhecimento é o *Conhecimento de Escala e do Aluno*, o qual implica em uma combinação do conhecimento que o aluno sabe e o conhecimento de escala que ele precisa saber. Assim, combinamos a compreensão que temos sobre as dificuldades e facilidades dos alunos com as estratégias utilizadas para interpretar ou construir a escala dos gráficos.

Dessa forma, em relação à habilidade de interpretar, precisamos estar atentos às dificuldades dos alunos em compreender a relação entre os eixos de coordenada de um gráfico e os valores intermediários ou subunidades da escala. Quanto à habilidade de construir gráficos, precisamos identificar as estratégias dos alunos ao realizarem suas construções, considerando os valores a serem registrados para definir a melhor escala e considerar a linha de base nos gráficos de barra e linha. Para os gráficos pictóricos, precisamos levar os alunos a compreender que as figuras precisam ser do mesmo tamanho e que o espaçamento entre elas é fundamental.

Um tipo de resposta que muitos alunos realizam é colocar os valores em cima ou dentro das barras ou linhas, mas não atendendo a proporcionalidade (Figura 9) ou colocar os valores em ordem crescente, mas sem proporcionalidade entre os intervalos (Figura 10).

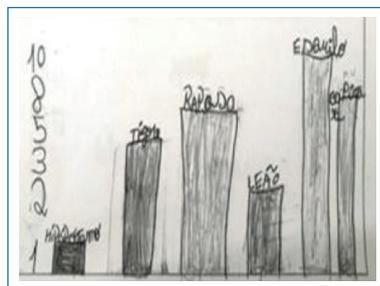
O *Conhecimento de Escala e Ensino*, quinto tipo de conhecimento, visa ressaltar a relação entre o ensino e a escala. Esse, envolve a capacidade de nós professores estarmos atentos ao planejamento do ensino, considerando as estratégias que propomos e as formas de avaliação para superar as dificuldades dos alunos.

Figura 9. Exemplo de estratégia de construção de gráfico que coloca os valores na barra



FONTE: As autoras.

Figura 10. Exemplo de estratégia de construção de gráfico que coloca os valores em ordem crescente sem proporcionalidade



Nós consideramos, apoiadas nos estudos de Evangelista e Guimarães (2015), para quem, ao planejar uma aula para introduzir o conceito de escala ou para superar as dificuldades dos alunos, é importante explorarmos o trabalho com as habilidades representar, localizar, analisar, comparar e construir escalas em diversas situações e com diferentes unidades escalares durante as aulas. Além disso, é importante variar as situações de ensino e uso do conceito de escala, que necessariamente não está relacionada aos gráficos, como: atividades de medida de comprimento, de reta numérica e de mapas.

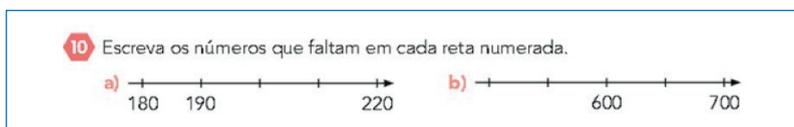
Ressaltamos, ainda, que, quando os dados apresentados são reais e não fictícios, os alunos poderão avaliar a viabilidade deles, a partir de seu conhecimento de mundo.

Finalmente, *o Conhecimento de Escala e Currículo* envolve conhecimentos sobre os programas curriculares, materiais didáticos, livros didáticos e recursos metodológicos para um determinado nível de ensino e suas finalidades. Assim, para nós, é fundamental conhecermos o que a BNCC vem indicando

e sermos capazes de analisar o livro didático, a fim de propor um trabalho adequado para nossos alunos.

Infelizmente, apesar dos livros didáticos de Matemática dos anos iniciais estarem propondo atividades de estatística, poucas delas refletem sobre escala. Dessarte, cabe a nós professores levarmos os alunos a essa aprendizagem. Podemos aproveitar as atividades com reta numérica (Figura 11) e medidas propostas nos livros para contribuir com essa discussão sobre escalas. Afinal, a escala é uma reta numérica.

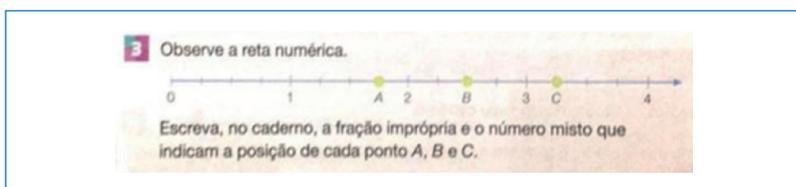
Figura 11. Exemplo de atividade com reta numérica



FONTE: Projeto Ápis Matemática (v. 4, p. 28).

Há um tipo de atividade também frequente (Figura 12) envolvendo a reta numérica e sua divisão. Porém, essa já é bem mais difícil, pois implica a compreensão dos números fracionários ($1/2$, $1/3$, $5/6$, e assim por diante), mas pode ajudar na compreensão sobre escala, se o professor estabelecer essa relação.

Figura 12. Exemplo de atividade envolvendo reta numérica e frações



FONTE: Projeto Navegar Matemática (v. 3, p. 133).

Os livros didáticos também vêm propondo o trabalho com pesquisas (Figura 13) e, como já discutimos inicialmente, ela deve ser o eixo estruturador do trabalho com estatística, além disso, é uma oportunidade excelente de trabalharmos com escala de forma significativa com os alunos, a partir de dados reais. Quando desenvolvemos atividades que envolvem a pesquisa, também podemos nos dedicar a algumas etapas específicas, como apresentação dos dados e, nesse momento, a escala e a escolha do tipo de gráfico serão aspectos importantes de serem discutidos.

Figura 13. Exemplo de atividade envolvendo pesquisa

TRATANDO A INFORMAÇÃO

FAZENDO UMA PESQUISA

1. MÁRIO FEZ UMA PESQUISA. OBSERVE AS CENAS E NUMERE-AS DE 1 A 4 CONFORME A ORDEM EM QUE ACONTECERAM.

3

TIPO DE PROGRAMA DE TELEVISÃO PREFERIDO	
TIPO DE PROGRAMA	NÚMERO DE VOTOS
NOVELA	20
DE JORNAL AMANHÃ	50
MUSICA	30

MÁRIO ASSISTIU NA ESCOLA EM 2010.

2

JÁ FIZ A PESQUISA. NO MEU REGISTRO, CADA TRACINHO REPRESENTA 10 VOTOS.



4

MEUS COLEGAS GOSTAM MAIS DE ASSISTIR A PESQUISA AJUDANDO.



1

QUERO SABER A QUE TIPO DE PROGRAMA DE TELEVISÃO MEUS COLEGAS MAIS GOSTAM DE ASSISTIR.



2. AGORA É A SUA VEZ! REÚNA-SE COM OS COLEGAS E FAÇA UM PESQUISA SEGUINDO O ROTEIRO AO LADO.

ROTEIRO

- 1º ESCOLHER UM TEMA DO INTERESSE DE VOCÊS E FORMULAR SUAS PERGUNTAS SOBRE ESSE TEMA.
- 2º COLETAR OS DADOS DE QUE NECESSITAM ENTREVISTANDO OS COLEGAS DA SUA TURMA.
- 3º REPRESENTAR OS DADOS COLETADOS POR VOCÊS EM UMA TABELA OU EM UM GRÁFICO DE BARRAS VERTICAIS OU HORIZONTAIS.
- 4º ANALISAR OS RESULTADOS OBTIDOS E TIRAR ALGUMAS CONCLUSÕES.

Atividade 2

Nessa atividade, os alunos farão uma pesquisa completa e, desse modo, colocarão em prática as habilidades mencionadas anteriormente.

Na etapa do planejamento, é importante valorizar a escolha do tema dos alunos e direcioná-los a formular as perguntas que farão aos colegas de classe, que devem ser curtas e suscitar a curiosidade inicial do grupo.

A coleta de dados pode ser feita por mais de um integrante do grupo. Durante essa etapa, incentive-os a registrar os dados por meio de tracinhos, bolinhas, cruzinhas etc.

Na etapa seguinte, peça que organizem os dados coletados em tabelas e gráficos de barras (verticais ou horizontais). Se possível, distribua folhas de papel quadriculado para que construam os gráficos. Oriente-os também a inserir título e a identificar os eixos vertical e horizontal. Depois, peça que analisem os resultados obtidos e compartilhem com os outros grupos as conclusões a que chegaram.

Objetivos

- Fazer uma pesquisa.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade apresentada na BNCC (P-versão): EF01MA22.

- Planejar, coletar, organizar, representar e interpretar dados são capacidades exigidas pela sociedade atual e são de suma importância para o desenvolvimento do espírito de investigação e exploração dos alunos.
- Nesta seção, os alunos devem escolher um tema do interesse deles, coletar dados, representá-los em tabelas e/ou gráficos e, por fim, analisar os resultados obtidos. Este é um momento oportuno para avaliar o que eles aprenderam em relação aos conteúdos de Estatística estudados durante todo o 1º ano.

Atividade 1

O objetivo da atividade é mostrar aos alunos as etapas que devem ser cumpridas para que se faça uma pesquisa. Faça a correção oralmente e comente sobre cada uma das etapas com a classe.

Você pode ampliar a proposta dessa atividade propondo aos alunos que respondam às seguintes questões:

- De que outra maneira Mário poderia ter representado os dados que coletou?
- Observe a tabela feita por Mário. Que outras conclusões ele poderia tirar dos dados dessa tabela?

Espere-se que eles respondam que Mário poderia ter representado os dados que coletou por meio de um gráfico de barras verticais ou horizontais e que ele poderia tirar outras conclusões como: "O tipo de programa que meus colegas gostam menos de assistir é novela"; "O número de colegas que gostam mais de filme é o dobro daqueles que gostam mais de novela"; "O número de colegas que gostam mais de desenho animado é o triplo daqueles que gostam mais de novela"; etc.

141

FONTE: AR – Aprender e Relacionar Matemática (v. 1, p. 141).

Nessa atividade, é proposto para alunos do 1º ano Ensino Fundamental vivenciarem uma pesquisa que parta de questões do interesse deles, o que torna a aprendizagem mais prazerosa e significativa. Solicita-se que colem os dados com os colegas da turma, representem em uma tabela ou gráfico e analisem para chegar à conclusão ou resposta da questão. Nas orientações ao professor, é ressaltado que a questão seja uma curiosidade dos alunos, as respostas sejam anotadas com tracinhos ou algo parecido e que o professor pode disponibilizar papel quadriculado para a construção do gráfico, atendo para a necessidade de colocar título e nome dos eixos. Finalmente, ressalta a importância de os alunos discutirem as conclusões possíveis.

Conclusão

Após essas análises e discussões, podemos concluir que, ao planejarmos uma aula sobre as etapas da pesquisa que envolvem a interpretação ou construção de gráficos, é importante estarmos atentos ao elemento que é considerado o principal marcador de dificuldade dos alunos, a escala nas representações gráficas.

Ao trabalharmos com a compreensão de interpretação e construção de escalas, precisamos mobilizar os diferentes conhecimentos docentes para o ensino e propormos atividades que trabalhem as seguintes variáveis: diferentes intervalos das escalas; apresentar questões que explorem a localização de valores explícitos e implícitos na escala; dispor de conjuntos numéricos de grandezas distintas a fim de que os alunos precisem estabelecer diferentes intervalos para as escalas.

Ao considerarmos essas variáveis, desenvolveremos atividades que instrumentalizem nossos alunos a serem cidadãos críticos e capazes de fazer julgamentos bem fundamentados para tomadas de decisões.

Referências

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? *Journal of teacher education*, Massachusetts, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.

CAVALCANTI, Milka; GUIMARÃES, Gilda. Compreensão de escala representada em gráficos por crianças e adultos em início de escolarização. *Jornal internacional de estudos em educação matemática*, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 207-220, 2019.

CAVALCANTI, Milka.; NATRIELLI, Renata; GUIMARÃES, Gilda. Gráficos na mídia impressa. *Bolema: boletim de educação matemática*, Rio Claro, SP, v. 23, n. 36, p. 733-752, 2010.

EVANGELISTA, Betania; GUIMARÃES, Gilda. Escalas representadas em gráficos: um estudo de intervenção com alunos do 5º ano. *Revista Portuguesa de Educação*, Lisboa, v. 28, n. 1, p. 117-138, 2015.

GUIMARÃES, Gilda; GITIRANA, Veronica. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). *Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática*. Recife: UFPE, 2013. p. 93-132.

INAF: Indicador nacional de alfabetismo funcional. São Paulo: Ação Educativa, 2018.

MONTEIRO, Carlos. Estudantes de Pedagogia refletindo sobre gráficos da mídia impressa. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIPEMAT, 1., 2006, Recife. *Anais [...]*. Recife: [s. n.], 2006..

CAPÍTULO 7

DE QUADRADO EM QUADRADO CONSTRUÍMOS UM GRÁFICO?

Rita de Cássia Gonçalves Muniz
Gilda Lisbôa Guimarães

Neste trabalho discutiremos sobre construção de gráficos, tendo como ponto de partida as atividades propostas em livro didático de matemática para o 1º ano do Ensino Fundamental.

Os gráficos são representações poderosas, pois facilitam a compreensão do padrão dos dados. Eles pertencem a uma das fases da pesquisa que deve ser o eixo estruturador do ensino de Estatística, como argumentam Guimarães e Gitirana (2013). Nesse sentido, a Estatística é a ciência do significado e uso dos dados sendo, portanto, fundamental para o processo de pesquisa, permeando todas as áreas do conhecimento que lidam com observações empíricas, como discorrem Carzola, Magina, Gitirana e Guimarães (2017).

Como já é conhecido, o ensino da Estatística no Ensino Básico iniciou-se, no Brasil, com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997). Nesse documento curricular, já era ressaltada a importância de os alunos apren-

derem a pesquisar e a necessidade do desenvolvimento de habilidades e competências como a capacidade de investigar, argumentar, comprovar e justificar. O documento curricular atual, a Base Nacional Comum Curricular (2017) continua nessa mesma perspectiva, ressaltando a importância da abordagem e desenvolvimento de conceitos, fatos e procedimentos presentes na vida cotidiana, na ciência e tecnologia, assim como na formação integral de estudantes críticos.

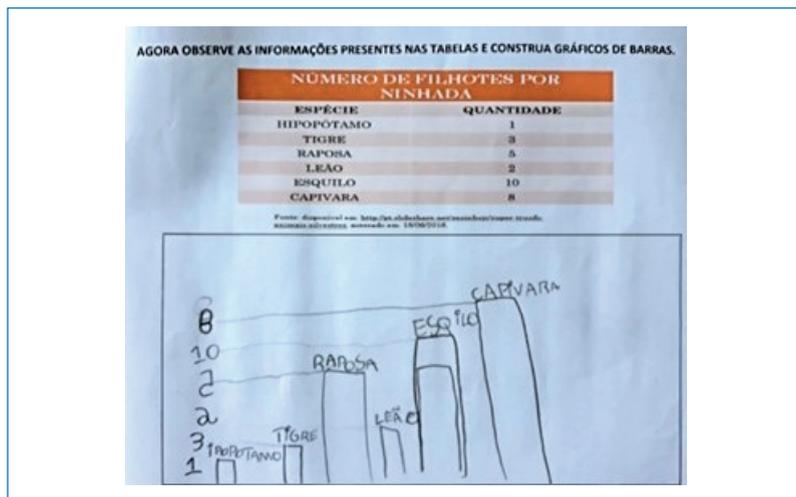
Este trabalho crítico mostra-se importante no desenvolvimento de habilidades de construção de informações estatísticas representadas em gráficos que são um importante instrumento de comunicação de informações e opiniões, sendo amplamente utilizado na mídia, na academia e na escola.

A escola precisa desempenhar o papel fundamental na formação de alunos críticos que sejam capazes de construir essas representações. Nesse sentido, o ensino da Estatística é importante para o desenvolvimento do senso crítico e da argumentação dos alunos, por meio da leitura e análise de dados reais, portanto deve começar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com relação à temática, o atual currículo brasileiro, a BNCC (2017), apresenta, para o 1º ano o Ensino Fundamental, a habilidade de *“realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seus interesse e universo de até 30 elementos e organizar dados por meio de representações pessoais. (EFO1MA22)”*.

Observa-se que a Base Nacional Comum Curricular não se refere à construção de gráficos para o 1º ano, colocando somente registros pessoais. Porém, as crianças desse nível de ensino já são capazes de construir gráficos de barra (Figuras 1 e 2) como demonstrado por Cavalcanti e Guimarães (2019).

Figura 1. Exemplo 1 desconstrução de gráfico, a partir de tabela, por aluno do 1º ano do Ensino Fundamental



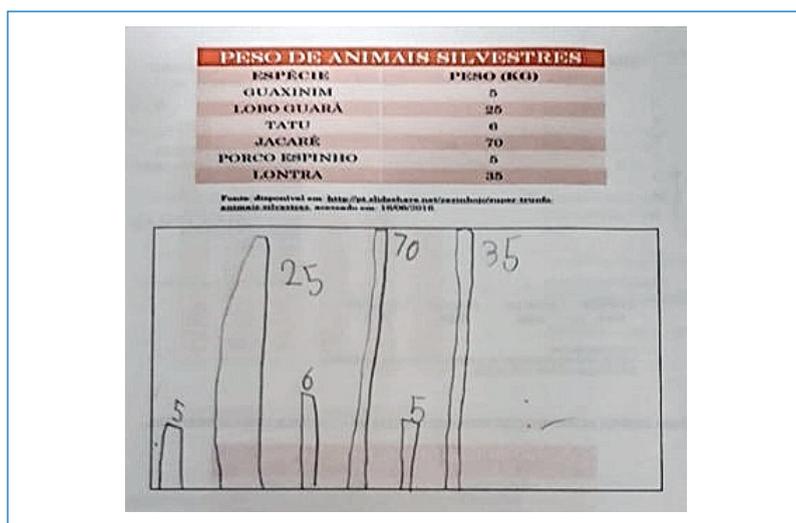
FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Nesse estudo, as autoras constataram que, apesar de os alunos não terem sido ainda ensinados formalmente na escola, os estudantes conseguiram construir gráficos, como apresentado no exemplo acima. A criança, apesar de não ter construído um gráfico perfeito, conseguiu construir as barras para cada tipo de animal, nomeando-as, além de relacionar os valores nas barras, mas apresentou dificuldade com o registro da escala na reta numérica. Isso ocorre, pois a compreensão da escala é um dos maiores marcadores de dificuldade dos alunos. Sobre a construção de escalas, sugerimos a leitura do capítulo 6 de Cavalcanti e Guimarães disponível nesse ebook.

Nesse segundo exemplo (Figura 2), observa-se que o estudante coloca as barras proporcionais ao peso dos animais, apesar de não as nomear. Porém, como o valor a ser apresen-

tado era grande e o espaço pequeno, coloca o 70 igual ao 35. Ele provavelmente sabe que 70 é um valor maior do que 35, mas por não ter mais espaço disponível para demonstrar a diferença entre eles, acaba por não diferenciar. Nesse caso, o estudante precisa criar uma escala não diferente de um em um (escala unitária), o que é mais difícil para esse ano de ensino.

Figura 2. Exemplo 2 de construção de gráfico, a partir de tabela, por aluno do 1º ano do Ensino Fundamental



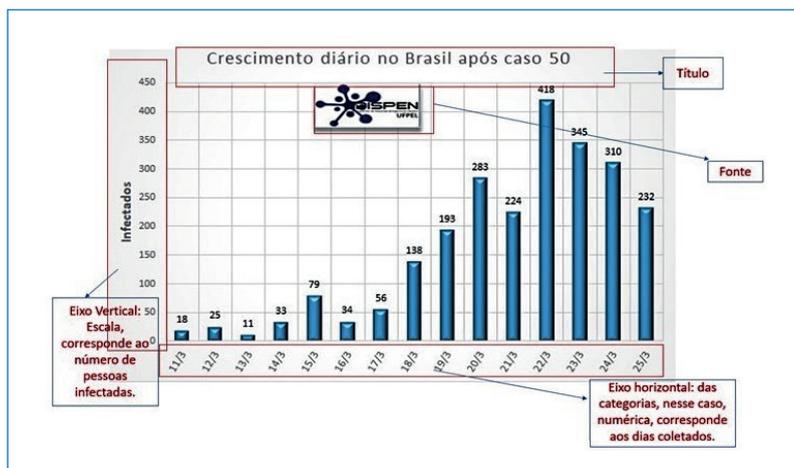
FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Como podemos ver, as crianças já apresentam algumas compreensões sobre representação em gráfico, mas ainda precisam de um trabalho sistemático para que construam de forma adequada.

Com a finalidade de construir gráficos de barras, os mais utilizados na mídia e nos livros didáticos, precisamos considerar vários elementos, como título, fonte, nome dos eixos,

nome das barras, distanciamento uniforme entre as barras, grossura uniforme das barras e escala (Figura 3).

Figura 3. Elementos da representação em gráfico de barras



FONTE: Adaptado de Gonçalves, Quadros e Buske (2020).

Nesse gráfico, observamos que não há nomeação dos eixos, contudo, o título dá indícios do nome dos eixos, já que é o “Crescimento diário dos casos de Covid-19 no Brasil”, então, supõe-se que o eixo vertical corresponde ao número de casos, enquanto o horizontal aos dias em que foram registrados.

Análise de Construção de Gráficos no Manual do Professor – PNLD 2019

Para refletirmos sobre a construção de gráficos de barras por alunos do 1º ano, analisamos o Manual do Professor das coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2019 referente a atividades que envolviam construção

de gráficos. Optamos por analisar os manuais do professor, uma vez que, em todas as escolas públicas, são utilizados pelos docentes como material de auxílio nas aulas, quando não, o único recurso didático disponível.

O Manual de orientação ao professor, das coleções aprovadas no PNLD 2019, é dividido em duas partes, uma geral, alocada no início do livro (que traz, comumente, reflexões sobre a prática docente, objetivos da BNCC para as diferentes disciplinas e seus eixos, além de sugestões de leituras de livros) e uma réplica do livro do aluno acrescida das orientações didáticas localizadas no formato U da página (em que constam os objetivos da atividade relacionados à habilidade da BNCC, orientações sobre como desenvolver a questão e, algumas vezes, atividades complementares).

De todas as coleções, encontramos apenas 35 atividades envolvendo construção, segundo os autores. Entretanto, a grande maioria das atividades, na verdade, solicitam aos alunos o preenchimento de gráficos e não a sua construção. Apenas 4 atividades, de fato, solicitam a construção.

Entendemos que as atividades de preenchimento de gráfico são aquelas que demandam dos estudantes apenas as habilidades de completarem informações que faltam no gráfico. Normalmente, nos livros didáticos, é apresentada uma tabela e solicita-se que o aluno preencha as informações que faltam no gráfico todo estruturado, a partir da tabela. Esse tipo de atividade é importante para a aprendizagem dos alunos sobre essas representações, entretanto, é fundamental, também, a solicitação da construção de gráficos. Cada uma dessas atividades implica em habilidades diferentes.

Na Figura 4, apresentamos uma atividade de preenchimento de gráfico, por já está construído, cabendo aos alunos apenas registrar as quantidades apresentadas na tabela, pintando os valores em cada barra. O título está apresentado, assim como as barras já estão nomeadas e a escala definida (um quadradinho para cada caixinha de suco). Ressaltamos a ausência do nome do eixo que apresenta os dias da semana. Além disso, a atividade utiliza dados fictícios, ponto que discutiremos melhor a seguir.

Figura 4. Exemplo de atividade de preenchimento de gráficos com dados fictícios

TABELAS E GRÁFICOS

CAIXINHAS DE SUCO
A TURMA DE THIAGO ESTÁ CONVERSANDO SOBRE RECICLAGEM DE LIXO.

SE PODEMOS FAZER PARA REAPROVEITAR AS EMBALAGENS PODEMOS QUE TENHAM NA ESCOLA?
 PODEMOS FAZER BRINQUEDOS, OBJETOS DE DECORAÇÃO E MUITO MAIS.
 TEMOS UMA IDEIA: VAMOS COMEÇAR JUNTANDO AS CAIXINHAS DE SUCO RECOLHIDAS A CADA DIA.
 SE VOU MARCAR QUANTAS CAIXINHAS DE SUCO RECOLHEREMOS A CADA DIA.

THIAGO MARCOU EM UMA TABELA UM TRACINHO PARA CADA CAIXINHA DE SUCO DO LANCHE COLETADA NESTA SEMANA.

1 COMPLETE A TABELA:

CAIXINHAS DE SUCO COLETADAS POR DIA		
DIA	MARCAÇÃO COM TRACINHOS	NÚMERO DE CAIXINHAS
SEGUNDA-FEIRA	☑	5
TERÇA-FEIRA	☐	3
QUARTA-FEIRA	☐	4
QUINTA-FEIRA	☑	6
SEXTA-FEIRA	☐	3

2 PINTE UM ☐ PARA CADA CAIXINHA DE SUCO QUE OS ALUNOS CONSEGUÍRAM JUNTAR POR DIA.

CAIXINHAS DE SUCO COLETADAS POR DIA

3 OBSERVE O GRÁFICO ACIMA E RESPONDA:

a) A QUAL É O TÍTULO DO GRÁFICO? *Caixinhas de suco coletadas por dia.*
 b) EM QUAL DIA OS ALUNOS JUNTARAM MAIS CAIXINHAS DE SUCO? *Quinta-feira.*
 c) QUANTAS CAIXINHAS FORAM RECOLHIDAS ATÉ TERÇA-FEIRA? *8 caixinhas.*
 d) QUANTAS CAIXINHAS ELES CONSEGUÍRAM JUNTAR ATÉ SEXTA-FEIRA? *21 caixinhas.*

4 O QUE VOCÊ ACHA QUE OS ALUNOS DA TURMA DE THIAGO PODEM FAZER PARA REAPROVEITAR AS CAIXINHAS DE SUCO? TROQUE IDEIAS COM SEUS COLEGAS E DE UMA SUGESTÃO.

CONSCIENTE E INOVAR

FONTE: Liga o mundo (Editora Saraiva, p. 58 e 59).

Assim como no exemplo anterior, na Figura 5, o gráfico já está construído. O livro propõe uma pesquisa a ser realizada pelos alunos, discute sobre a amostra (9 pessoas que não sejam

Figura 5. Exemplo de atividade de preenchimento de gráfico a partir de pesquisa de pesquisa

Números até 10

Atividade 6

A realização de pesquisas deve ser estimulada desde o 1º ano do Ensino Fundamental. Por meio delas, os alunos desenvolvem diversas habilidades importantes, como a escolha das pessoas, a maneira de fazer a pesquisa, a maneira de registrar os dados, o que se deseja saber ao fazer a pesquisa, qual foi o resultado obtido, etc.

Auxilie os alunos na escolha das pessoas e no momento de fazer a pesquisa. Observe os registros pessoais que eles fizerem, no item A, e incentive o uso de desenhos. Peça a eles que compartilhem com os colegas os registros feitos.

PESQUISA E GRÁFICO

ATIVIDADE EM DUPLA Respostas de acordo com os resultados da pesquisa.

A) ESCOLHAM 9 PESSOAS QUE NÃO SEJAM DE SUA TURMA E FAÇAM UMA PESQUISA. PERGUNTEM A CADA PESSOA DE QUAL DESTAS FRUTAS ELA MAIS GOSTA. MARQUEM OS VOTOS EM UMA FOLHA, DA MANEIRA QUE PREFERIREM. Registros pessoais.



B) AGORA, PINTEM NO GRÁFICO 1 QUADRINHO PARA CADA VOTO. USEM AS CORES DAS LEGENDAS ACIMA.

DE QUAL DESTAS FRUTAS VÓCE MAIS GOSTA?

CAJU, BANANA, GOIABA OU ABACAXI?



FRUTA PREFERIDA

QUANTIDADE DE PESSOAS

9	
8	
7	
6	
5	
4	
3	
2	
1	
0	

FRUTA



GRÁFICO ELABORADO PARA FINS DIDÁTICOS.

C) RESPONDA: QUAL FOI A FRUTA MAIS VOTADA? _____

D) QUANTOS VOTOS ELA TEVE? _____ VOTOS.

E) QUANTAS PESSOAS DISSERAM GOSTAR MAIS DE CAJU? _____ PESSOAS.

Em seguida, oriente-os a fazer uma tabela para registrar os dados coletados. Por exemplo:

Fruta preferida			
Caju	Banana	Goiaba	Abacaxi
I	III	II	I

Tabela elaborada para fins didáticos.

Depois, eles devem pintar os quadrinhos do gráfico de acordo com os dados da tabela. Tão importante quanto elaborar a tabela e o gráfico é a interpretação desse último. As respostas às perguntas "Qual foi a fruta mais votada?"; "Quantas pessoas disseram gostar mais de caju?"; etc. fazem parte dessa interpretação.

Peça aos alunos que formulem outras perguntas e conversem sobre as respostas delas e sobre os resultados da pesquisa.

Para finalizar a proposta, promova a mesma pesquisa com toda a turma e construa um gráfico em tamanho grande. Deixe-o exposto na sala de aula para que os alunos possam se familiarizar com a proposta. Converse com eles sobre educação alimentar e nutricional, incentivando-os a sempre consumir frutas; isso ajuda a ter uma vida saudável.

FONTE: Ápis (Editora Ática, p. 54).

da turma), orienta a maneira de registrar os dados, chama atenção de como o professor pode orientar a construção da tabela e, finalmente, registrar no gráfico as informações que estão nela. No gráfico, já é apresentado o título, nome dos eixos, escala unitária, cabendo ao aluno apenas pintar os dados.

Diferentemente da atividade anterior, aqui os dados são reais. Trabalhar com dados reais é fundamental, pois a esta-

tística deve ser uma forma de compreender o mundo e não somente aprender registros e cálculos. Peça (2012) ressalta que o ensino de estatística deve ser com dados reais, sempre considerando o “por quê?” e o “para quê?”, organizar e analisar os dados.

As atividades de construção de gráfico demandam, dos estudantes, que definam todos os elementos dessa representação. Definir o título, classificar as informações (para maior aprofundamento sugerimos a leitura do capítulo 5 de Cabral neste ebook), construir e nomear os eixos, escolher a escala e organizar os dados, a partir desses elementos. Na Figura 6, apresentaremos uma atividade que envolve uma pesquisa com os alunos da sala e, após a coleta e registro pessoal dos dados, é solicitada a construção do gráfico. Nessa atividade, o eixo do sabor dos sucos está denominado, as barras criadas, a escala unitária delimitada, mas caberá aos alunos criarem o título, registrar a fonte e organizar os dados.

Figura 6. Exemplo de atividade de construção parcial de gráfico

The image shows two pages from a student activity book. The left page is titled "PESQUISA DE PREFERÊNCIA" and "SUCO DE FRUTA PREFERIDO". It includes instructions for a survey, a cartoon of three children talking, and a task to draw a bar chart. The right page is titled "CONSTRUINDO UM GRÁFICO" and "AGORA, REPRESENTEM O RESULTADO DA PESQUISA EM UM GRÁFICO DE COLUNAS". It shows a blank bar chart template with a vertical axis labeled "TÍTULO" and a horizontal axis labeled "SABOR DO SABO DE FRUTA". It also includes instructions for drawing the chart and a task to discuss the results with classmates.

FONTE: Liga o mundo (Editora Saraiva, p. 148 e 149).

Ressaltamos, novamente, que a atividade trabalha com uma situação real de pesquisa e coleta de dados pertinentes à idade dos alunos e aos conhecimentos da turma. Fazemos uma ressalva quanto a temática da pesquisa: Frutas preferidas. A quantidade de propostas de pesquisa, em livros didáticos, que envolvem “o preferido” é enorme. Certa vez, um aluno chegou a definir gráfico “*como aquilo que a gente coloca o preferido*”. Com certeza, muitas outras pesquisas podem ser realizadas envolvendo os mais variados temas.

Vejam, então, o que denominamos de atividade de construção de gráfico. A atividade da Figura 7 solicita aos alunos contar as figuras, em função de sua forma plana, e regis-

Figura 7. Atividade 1 de construção de gráficos

2 OBSERVE OS DESENHOS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS A SEGUIR E FAÇA O QUE SE PEDE.

• CRIE E REGISTRE UMA ESTRATÉGIA PARA ORGANIZAR E QUANTIFICAR AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS ACIMA.

FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

TIPO	QUANTIDADE
QUADRADO	3
TRIÂNGULO	7
CÍRCULO	5

• A PARTIR DOS DADOS QUE VOCÊ ORGANIZOU, CONSTRUA UM GRAFICO PARA EXIBI-LOS. O gráfico abaixo nos dá uma noção dos dados na 3ª série anterior.

FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

TIPO	QUANTIDADE
QUADRADO	3
TRIÂNGULO	7
CÍRCULO	5

• ELABORE UMA QUESTÃO QUE POSSA RESPONDER COM BASE NO GRAFICO QUE VOCÊ DESENHOU. RESPOSTA PESSOAL.

CENTO E SETENTA E TRÊS 173

Atividade 2
Depois que os alunos observarem o quadro com os desenhos de figuras geométricas, peça que expliquem como podem organizar e quantificar as figuras. Uma das estratégias é contar as figuras do quadro considerando a figura ou então, suas cores. Espere que os alunos elaborem uma lista com os elementos e a frequência em que aparece, ou então, tabulem os dados em uma tabela. Na resposta colocamos um exemplo de tabela considerando o tipo de figura geométrica e a quantidade. Em seguida, os alunos devem transportar estes dados para um gráfico. Apresentamos na resposta um exemplo de gráfico de colunas, considerando a tabela da questão anterior. Incentive os alunos a coletar dados na classe para construir outros gráficos. Sugira que escolham situações do dia a dia, como o tipo de comida preferida da turma ou as brincadeiras de que mais gostam. Auxilie-os em todo o processo, acompanhando a coleta de dados e a organização deles, seja em listas, tabelas ou gráficos.

FONTE: Buriiti mais matemática (Editora Moderna, p. 173).

trar na tabela. Em seguida, solicita que construam um gráfico. Nas orientações didáticas que constam no formato U dessa página, sugere-se que o professor incentive os estudantes a fazer um gráfico de barras e que sejam realizadas outras situações de coleta com temas do cotidiano, permitindo que os estudantes vivenciem esse processo de coleta e construção de gráfico. É importante que as crianças do 1º ano vivenciem esse processo de coleta de dados, para que compreendam a função do gráfico. Por meio da pesquisa, os alunos dessa turma poderão perceber o que concretamente o gráfico representa e que se modificarmos as pessoas que fazem parte da coleta, as respostas serão diferentes e, conseqüentemente, os gráficos serão diferentes.

Na atividade da Figura 8, é proposto que os alunos realizem uma pesquisa sobre a quantidades de pessoas que moram nas casas dos estudantes da sala. Após a coleta dos dados, as crianças, em pequenos grupos, devem construir um gráfico. Para isso, precisarão determinar o título, conceituar a fonte (alunos da sala), nomear os eixos e as barras e construir uma escala que, nesse caso, pode ser unitária. Ao final, é bem importante que o professor reflita com a classe as semelhanças e diferenças entre os gráficos, evidenciando que existem diferentes possibilidades. Além disso, é importante levar os alunos a refletirem sobre a ausência de informações que podem ocorrer com frequência nesse ano escolar.

Ao contrário da atividade anterior, essa propõe a coleta de dados reais que possibilitará os alunos se conhecerem melhor e refletirem sobre os resultados.

Essa atividade permite uma reflexão do professor com a turma acerca da população pesquisada. Reflexões sobre amos-

Figura 8. Atividade 2 de construção de gráficos

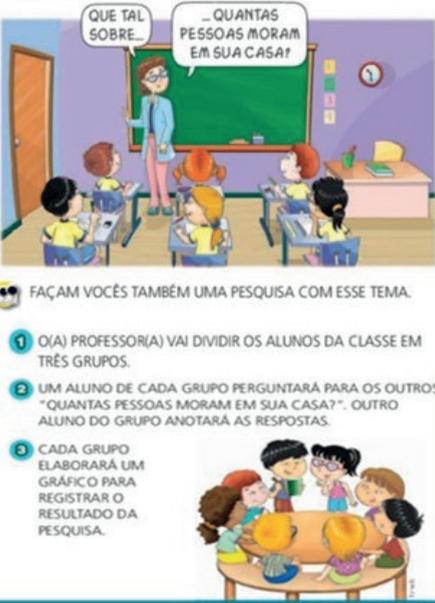
ORGANIZANDO INFORMAÇÕES

A PROFESSORA DE EDU CONVIDOU OS ALUNOS A FAZER UMA PESQUISA.

QUE TAL SOBRE...
...QUANTAS PESSOAS MORAM EM SUA CASA?

FAÇAM VOCÊS TAMBÉM UMA PESQUISA COM ESSE TEMA.

- 1 O(A) PROFESSOR(A) VAI DIVIDIR OS ALUNOS DA CLASSE EM TRÊS GRUPOS.
- 2 UM ALUNO DE CADA GRUPO PERGUNTARÁ PARA OS OUTROS: "QUANTAS PESSOAS MORAM EM SUA CASA?". OUTRO ALUNO DO GRUPO ANOTARÁ AS RESPOSTAS.
- 3 CADA GRUPO ELABORARÁ UM GRÁFICO PARA REGISTRAR O RESULTADO DA PESQUISA.



130

FONTE: A aventura do saber (Editora SEI, p. 130).

tra e população ainda são pouco propostas em sala de aula. Nesse caso, o docente está sugerindo que seja investigada toda a população de alunos da sala, que poderá, ao final, perguntar se os resultados seriam os mesmos se fosse em outro ano escolar ou em outra escola.

Para o registro dos gráficos, uma sugestão é utilizar caixas de fósforo (Figura 9) ou mesmo seus palitos queimados, afixados em uma folha de papel.

nal, todo cuidado é pouco com fogo em sala de aula. Gráficos construídos com esses materiais são denominados de pictogramas. Num pictograma, cada elemento (por exemplo, a caixa de fósforo) pode representar uma unidade ou qualquer outro valor. Entretanto, é fundamental chamar atenção dos alunos sobre suas especificidades: cada peça deve ser igual ou do mesmo tamanho que as demais, além disso, precisa existir um distanciamento uniforme entre elas. Construir gráficos com peças móveis permite uma manipulação durante a construção, o que pode estar associado às interações entre os alunos ou entre o professor e os alunos.

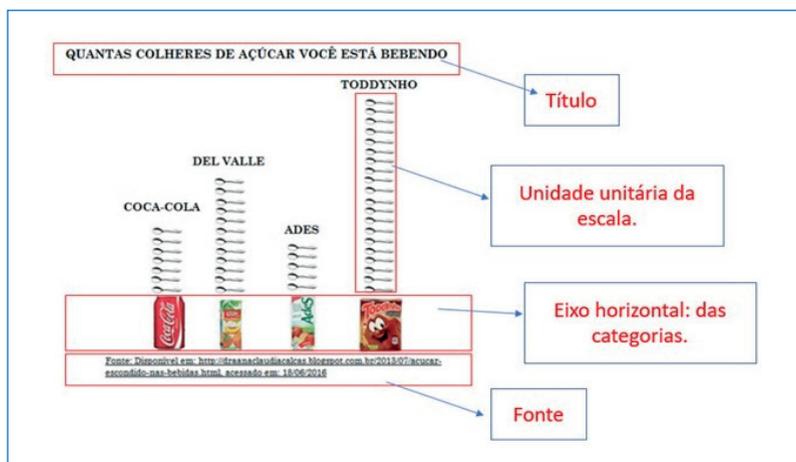
Figura 9. Exemplo de materiais para a confecção de escalas



FONTE: Os autores.

A Figura 10 apresenta um exemplo de gráfico pictórico. Quando as quantidades são pequenas, podemos utilizar uma escala unitária (como as colheres do exemplo), mas quando as quantidades apresentam valores altos, cada peça deverá corresponder a diferentes unidades como 5, 10, 1000...

Figura 10. Elementos da representação em Pictograma



FONTE: Cavalcanti e Guimarães (2019).

Na atividade da Figura 11, é proposta a construção de um gráfico a partir do mês de aniversário dos alunos da turma. Novamente, é uma coleta com dados reais. Nessa atividade, os alunos não constroem tabelas ou outros registros pessoais, eles apenas constroem o gráfico e de forma simultânea a coleta dos dados.

Nessa atividade, é sugerido, nas orientações didáticas ao professor, que ele leve o gráfico já construído em uma cartolina, com título, eixos, nomes das categorias (meses do ano) e que seja distribuído aos alunos fichas com a figura de um bolo, para que possam colar. Essa sugestão limita a riqueza da atividade em levar os alunos a refletirem sobre os elementos necessários e, inclusive, o tamanho dos ícones em forma de bolo para que percebam que ele precisa caber no espaço pré-determinado. Quando o professor constrói junto com os

Figura 11. Atividade 3 de construção de gráfico

• Para realizar a atividade proposta na seção Mãos à obra, providencie, antecipadamente, uma cartolina e construa os eixos e os títulos de acordo com a imagem apresentada na página. Atente-se ao fato de que a escala para o eixo da quantidade de alunos deve ser igual ou maior do que a altura da figura do bolo recortada e que o espaço entre os meses também deve respeitar a largura da figura, de maneira que facilite a colagem. Auxilie os alunos no manuseio da cola e na colagem das figuras nos meses adequados.

• Essa seção proporciona ao aluno a oportunidade de registrar, de maneira organizada, as quantidades de aniversariantes em cada mês do ano, introduzindo, de um modo lúdico, as noções de construção de gráficos, em especial o gráfico pictórico no qual cada aluno é representado por um bolo com seu nome. Gráficos desse tipo serão estudados nos demais volumes desta coleção, no entanto, é esperado que os alunos leiam e interpretem esse gráfico para responder às questões propostas. Caso necessário, faça outras perguntas a respeito da interpretação do gráfico, como os exemplos a seguir:

- Qual é o título do gráfico? **■** Aniversariantes do 1º ano.
- Quais são as informações contidas no gráfico? **■** A quantidade de aniversariantes em cada mês do ano.
- Quantos colegas fazem aniversário no mês de outubro?
- Qual mês tem menos aniversariantes?

CONSTRUINDO UM GRÁFICO

VOCÊ E SEUS COLEGAS VÃO CONSTRUIR UM GRÁFICO COM SEU PROFESSOR. PARA ISSO, RECORTE O BOLO DA PÁGINA 205, PINTE-O E ESCREVA SEU NOME NELE.

COM A AJUDA DO PROFESSOR, COLE O BOLO QUE VOCÊ PINTOU NO MÊS QUE VOCÊ FAZ ANIVERSÁRIO.

DEPOIS DE MONTAR O GRÁFICO, RESPONDA ÀS QUESTÕES.

A. QUANTOS COLEGAS FAZEM ANIVERSÁRIO NO MESMO MÊS QUE VOCÊ?

Resposta pessoal.

B. QUAL MÊS TEM MAIS ANIVERSARIANTES? Resposta pessoal.

C. ALGUM MÊS NÃO TEVE NENHUM ANIVERSARIANTE? Resposta pessoal.

SIM
 NÃO

• Uma maneira de complementar o trabalho com essa atividade é solicitar aos alunos a construção desse gráfico na malha quadriculada, mas sem utilizar as colagens. Nessa construção, os alunos precisam ser orientados a representar cada aniversariante por um quadradinho da malha e colorir as barras de acordo com a quantidade de bolos no gráfico já construído.

• Se julgar conveniente, após o trabalho com essas páginas, providencie recortes de gráficos pictóricos de jornais e revistas. Com os alunos organizados em duplas, entregue os materiais encontrados e explore questões semelhantes às trabalhadas no livro.

FONTE: Novo Pitagorá Matemática (Editora Moderna, p. 142).

alunos, pode ir refletindo com os estudantes sobre a escolha do título, nomeação dos eixos, definição dos espaços entre as categorias (meses do ano), o espaçamento entre os ícones, entre outros. É fundamental que o estudante perceba uma relação biunívoca existente entre ele e o seu bolo de papel colado no gráfico.

Concluindo

Retomamos agora o título desse trabalho “De quadrado em quadrado construímos um gráfico?” Será mesmo? Esperamos ter evidenciado que não basta colorir quadrado a quadrado para se aprender a construir gráficos.

Durante nossa discussão, buscamos refletir sobre as atividades de construção de gráficos propostas em livros didáticos. Observamos que muitas delas são descritas como construção, mas na verdade demandam outras habilidades relacionadas ao preenchimento, que é bem mais simples para os alunos.

Refletimos sobre os elementos necessários para construção de um gráfico, mas ressaltamos que eles devem ser realizados a partir de dados reais, que permitam aos alunos refletirem sobre a realidade, ressaltando a função dos gráficos.

Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2017.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília: Ministério da Educação, 1997.

CAVALCANTI, M.; GUIMARÃES, G. Compreensão de escala representada em gráficos por crianças e adultos em início de escolarização. *Jornal Internacional de estudo em educação matemática*, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 207-220, 2019.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. O tratamento dos dados. In: CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. (Org.). *Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017. (Biblioteca do Educador – Coleção SBEM, v. 9).

GUIMARÃES, G. GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. In: BORBA, R. E. S.; MONTEIRO. C. E. (Org.). *Processos de ensino aprendizagem em educação matemática*. Recife: Editora UFPE, 2013. p. 93-132.

GONÇALVES, G. A.; QUADROS, R. S.; BUSKE, D. Gráfico da evolução temporal do coronavírus – atualização de 31.03.2020. Disponível em: <https://ccs2.ufpel.edu.br/wp/2020/04/01/grafico-da-evolucao-temporal-do-coronavirus-atualizacao-de-31-03-2020/>.

PEÇA, C. Análise e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos utilizando dados interdisciplinares. *Revista dia a dia educação*, Paraná, 2012. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf>.

CAPÍTULO 8

CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS, A PARTIR DE TABELAS, NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL, UTILIZANDO O EXCEL

Marcília Elane do Nascimento Pontes

O presente capítulo reflete vivências pedagógicas sobre o ensino de Estatística, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando tecnologia digital. Essas vivências foram realizadas em duas escolas públicas do município do Paulista-PE e buscavam levar os alunos a aprender a construir gráficos de barras a partir de tabelas, com auxílio ou não do *software* Excel.

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), a Estatística é uma das unidades temáticas para o ensino de Matemática. O documento destaca que a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental no processo de aprendizagem, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados.

A BNCC (BRASIL, 2017) ressalta a importância de fomentar o espírito de investigação nos alunos, propondo a exploração

de dados do cotidiano e o envolvimento progressivo deles em experiências de natureza investigativa. De acordo com a BNCC, ao terminarem o 5º ano, as crianças devem saber utilizar uma linguagem estatística e vivenciar todo o processo de uma investigação, levando os alunos a refletirem sobre o cotidiano, permitindo serem sujeitos ativos do seu processo de aprendizagem, ao promover o letramento estatístico. As tecnologias da informação e comunicação – TICs podem contribuir com essa prática pedagógica, envolvendo a produção e veiculação de informações.

Estudos recentes (CARNEIRO; PASSOS, 2009; ESTEVAM; KALINE, 2013; BUENO, BORUCH, LIZIERO, KMITI, FRANZAK, 2016, DIAS, 2016; entre outros) apontam que o uso das tecnologias digitais, em sala de aula, permitem trabalhar com investigação e experimentação estatísticas, pois oportunizam ao aprendiz vivenciar experiências, interferir, fomentar e construir o próprio conhecimento.

O uso das tecnologias digitais possibilita a criação de ambientes de aprendizagem que são difíceis de serem constituídos sem elas ou, como afirmam Carneiro e Passos (2009), impossíveis sem elas. A vivência, a partir de investigações estatísticas em sala de aula, utilizando os recursos tecnológicos, poderá vir a beneficiar o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos. Assim, os conceitos e os procedimentos, referentes à representação dos dados estatísticos utilizando a tecnologia, são abordados de maneira integrada em atividades com foco na promoção do letramento estatístico dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Usando a tecnologia para o ensino de Estatística na sala de aula

As transformações decorrentes do avanço das tecnologias digitais repercutem nas formas de trabalhar, informar, comunicar, e caracterizam a chamada sociedade da informação, designando o processo de mudanças, com base no uso da informação para gerar conhecimentos.

Para nós professores, um novo cenário vem sendo construído, e é preciso nos mobilizarmos para o uso dos recursos tecnológicos em sala de aula. Uma vez que, possibilitam a ampliação das formas de ensinar e aprender, pois, além de despertar o interesse dos alunos nas aulas, promovem a construção e experimentação de novos conhecimentos.

No ensino da Estatística, acreditamos que o *software* Excel é um excelente recurso digital para utilizar na sala de aula, tendo em vista a facilidade que o aluno tem em encontrá-lo fora da escola, caso possua acesso a um computador ou celular em casa ou em outros espaços. Apesar de não ser um *software* educativo, o Excel apresenta um grande potencial para o ensino de Estatística.

Assim, iniciamos nossa experiência de levar 4 (quatro) alunos, de uma turma do 3º ano do Ensino Fundamental, a aprenderem a construir gráficos a partir de uma tabela no *software* Excel. Foi apresentada para os alunos uma tabela simples sobre os feriados anuais de alguns países (Figura 1).

Diante da visualização da tabela pelos alunos, a professora foi indagando sobre o que estava presente na representação tabular e, assim, mobilizando a participação deles. Na

Figura 1. Tabela simples no Excel



The image shows a screenshot of an Excel spreadsheet. The main content is a table titled "FERIADOS ANUAIS" (Annual Holidays). The table has two columns: "PAÍSES" (Countries) and "QUANTIDADE DE FERIADOS" (Number of Holidays). The data is as follows:

PAÍSES	QUANTIDADE DE FERIADOS
JAPÃO	15
FRANÇA	12
ESPAÑA	11
BRASIL	10
ESTADOS UNIDOS	10
REINO UNIDO	8

Below the table, there is a source note: "Fonte: Gazeta do Povo - DIEESE. Acessado em 08/06/2016." The spreadsheet grid shows columns A through G and rows 1 through 16.

FONTE: Gazeta do Povo – Dieese (acessado em 8 jun. 2016).

sequência, propôs a construção de um gráfico de barras, a partir dos dados apresentados na tabela.

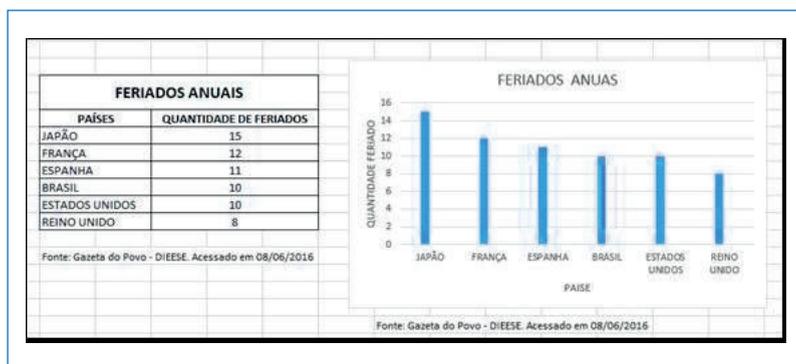
Como essa vivência era o primeiro contato dos alunos com o *software*, a professora foi apresentando as funções do *mouse* e das barras de ferramentas. Em seguida, orientou como os alunos selecionavam os dados da tabela, destacando-os em outra cor. Depois de selecionados, solicitou que clicassem na ferramenta *inserir*. Em segundos, apareceu o gráfico de barras na tela e os alunos ficaram maravilhados.

Diante da representação do gráfico de barras no *software*, os alunos reconheceram que já haviam feito gráficos de barras, mas que dessa vez tinha sido muito mais rápido e colorido. Animados, os alunos começam a comentar que na representação têm números (eixo vertical) e o nome dos países (eixo horizontal), momento em que a professora explica sobre a importância dessas informações, explicitando que os núme-

ros indicam a escala do gráfico, na qual são apresentados os valores no eixo Y, e os nomes das barras no eixo X, onde estão localizados os países.

Em seguida, a professora solicita que os alunos comecem a comparar a tabela com as informações presentes no gráfico (Figura 2), perguntando se falta alguma informação. Os alunos se referem ao nome (mostrando o título) e a professora mostra onde inserir essa informação. Perguntam também sobre a fonte dos dados, nesse momento a professora explica sobre os diferentes tipos de fonte, explica sobre fonte externa à sala e como seria se utilizássemos dados levantados pela turma. Solicita que os alunos copiem o nome da fonte presente na tabela e colembaixo do gráfico, destacando que a fonte informa o local em que buscamos a informação apresentada.

Figura 2. Gráfico construído a partir da tabela utilizando o *software* Excel



FORTE: Gazeta do Povo – Dieese (acessado em 8 jun. 2016).

Diante da representação gráfica, a professora começa a conversar com os alunos sobre a diferença na altura das barras e sobre o valor delas, estabelecendo a relação do valor atri-

buído a cada barra e a informação que comunica. Ao final, foi perguntado qual país tinha mais feriados, quantos feriados têm o Brasil e o Japão por ano e, finalmente, o que é possível concluir a partir desse gráfico?

A BNCC (2017) indica, para o ensino de Estatística no 3º ano, a leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras. Em nossa proposta, abordamos a tabelas simples que resulta na construção de um gráfico de barras simples.

Nesta proposta, apesar dos alunos não terem consolidado o conteúdo de representação de gráficos de barras utilizando o Excel, foi notório, durante a realização da atividade, a apropriação de um vocabulário estatístico. Identificamos que as vivências, proporcionadas pelas atividades realizadas, foram úteis para ampliar os conhecimentos estatísticos necessários para a interpretação e construção de gráficos de barras, a partir dos dados representados em uma tabela.

Diante da viabilidade do uso do Excel pelos alunos do 3ª ano, resolvemos trabalhar com duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental de outra escola pública desse município. Iniciamos nossa aula com essas turmas, trabalhando a construção de gráficos a partir da tabela simples e, posteriormente, com tabelas de dupla entrada.

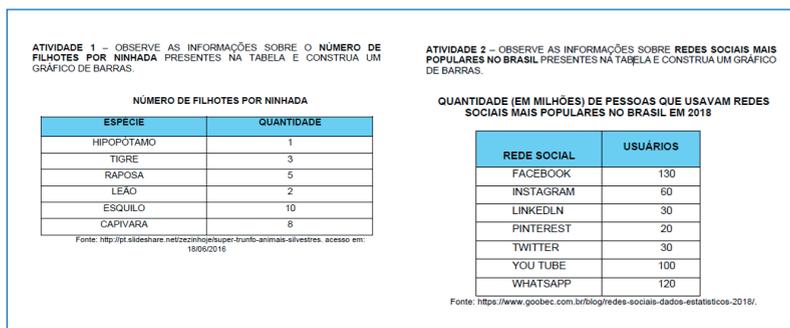
Em seguida, apresentamos a atividade que seria desenvolvida explicando que seria realizada utilizando um recurso digital, o *software* Excel. Posteriormente, apresentamos o *software* e algumas ferramentas que utilizaríamos na realização das atividades. Em cada computador, já havíamos registrado as tabelas que iríamos trabalhar durante o desenvolvimento da atividade.

Diante dos computadores, os alunos visualizaram que abas da internet estavam abertas e alguns perguntaram se íamos entrar no *youtube*. A professora questionou se estando na *internet*, só podemos acessar ao *youtube*? Os alunos foram falando sobre os diferentes usos como entrar no *google*, jogar, *facebook*, entre outros. Esses relatos nos sinalizam que os alunos conhecem sobre esse universo e fazem uso das plataformas digitais.

Ao apresentarmos as tabelas simples para a construção de gráfico de barras, os alunos das duas turmas demonstraram facilidade em representar os dados nesse tipo de gráfico. Identificamos que, apesar de conseguirem construir os gráficos de barras com certa facilidade, os alunos não registravam os elementos constituintes dele, como título, nome dos eixos, nome das categorias e fonte. Assim, focamos nosso trabalho no registro dos elementos constituintes do gráfico de barras, oportunizando um momento de reflexão sobre a representação construída.

Na tabela simples, temos apenas uma variável (Figura 3), ou seja, a quantidade de filhotes ou a quantidade de usuários

Figura 3. Atividades com tabelas com grandezas numéricas diferentes

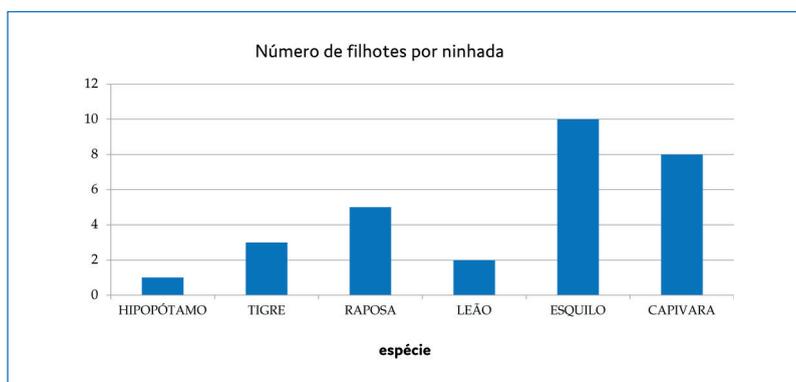


de redes sociais. Porém, na atividade 1 os valores são inferiores a 10, na qual era possível construir uma escala unitária. Já na atividade 2, a tabela simples apresenta valores que variavam de 20 a 130, o que exigia do aluno a criação de uma escala diferente da unitária, em função da grandeza numérica. Foi bem importante a realização dessa discussão com os alunos.

As tabelas que selecionamos apresentavam dados pertinentes ao contexto dos alunos, o que facilita o entendimento dos conceitos abordados, por parte deles e ajuda na interpretação dos dados. Ao escolhermos trabalhar com tabelas que expressam dados reais, objetivamos dar destaque ao momento de análise e interpretação dos dados apresentados, a fim de desenvolver, com os alunos, algumas habilidades do letramento estatístico.

A professora ia sempre utilizando a tabela como referência para o registro dos elementos da representação do gráfico de barras (Figura 4), para que os alunos fizessem a relação do que ainda faltava ser registrado. Nesse gráfico, era possí-

Figura 4. Gráfico simples construído no Excel por uma dupla de alunos



FONTE: A autora.

vel utilizar uma escala unitária, mas uma dupla preferiu usar escala de 2 em 2. Observa-se que a fonte ainda não tinha sido registrada.

Em outro dia, foram propostas duas atividades com tabelas de dupla entrada (Figura 5), o que resulta na construção de um gráfico de barras múltiplas. Construir gráficos com escalas unitárias vem sendo evidenciado como uma atividade já dominada por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental (CAVALCANTI e GUIMARÃES, 2019). Assim, a discussão sobre escalas não unitárias, é fundamental.

Figura 5. Tabelas de dupla entrada com grandezas numéricas diferentes

ATIVIDADE 1 – OBSERVE AS INFORMAÇÕES SOBRE O NÚMERO DE PESSOAS NO BRASIL. PRESENTES NA TABELA E CONSTRUA UM GRÁFICO DE BARRAS.					CASOS DE DENGUE, CHIKUNGUNYA E ZIKANO NORDESTE NOS ANOS DE 2015 E 2016		
NÚMERO DE PESSOAS NO BRASIL (EM MILHÕES) EM 2010 POR GÊNERO					Estados		
GÊNERO	FAIXA DE IDADE				Ano		
	0 – 19	20 – 39	40 – 59	60 – 79	2015	2016	
FEMININO	30	35	25	7	MARANHAO	7.770	23.600
MASCULINO	33	30	21	10	PIAUÍ	7.600	5.000
					CEARA	62.800	49.800
					RIO GRANDE DO NORTE	22.200	57.600
					PARAIBA	21.100	35.800
					PERNAMBUCO	103.000	66.300
					ALAGOAS	26.000	17.000
					SERGIPE	8.900	3.400
					BAHIA	53.000	64.700

Fonte: IBGE, Censo Demográfico, 2010

Fonte: Secretaria de Vigilância em Saúde – Ministério da Saúde

Durante todo o processo de intervenção, a professora estava com o *software* Excel em seu *notebook*, projetado para os alunos irem acompanhando suas explicações. Os alunos, por sua vez, distribuídos em duplas, iam realizando os comandos propostos pela professora nos seus computadores.

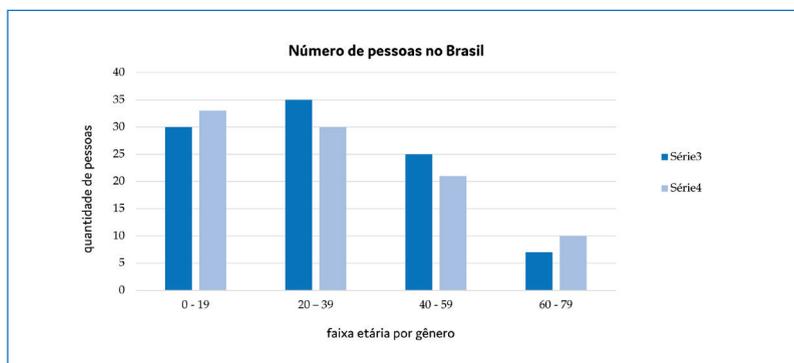
Nesse contexto da utilização do *software* Excel, tivemos que trabalhar com os alunos as diferentes ferramentas, possibilitando a visualização de gráficos com diferentes escalas e formatos. Ao fazer uso da tecnologia no ensino de Estatística,

o professor possibilita aos seus alunos tempo e espaço para reflexões mais abrangentes sobre a realidade investigada. Tal fato pode levar à superação da visão determinística com que, frequentemente, é tratada a Estatística dentro da sala de aula.

Guimarães, Cavalcanti e Evangelista (2018), no artigo em que apresentam a discussão sobre o conceito de escala, afirmam que a compreensão de informações apresentadas em gráficos é fundamental para uma análise crítica da realidade, e para tal, compreender o conceito de escala é um fator determinante. Além disso, reforçam que apenas a experiência de vida não é suficiente para a compreensão de escalas representadas em gráficos, sendo necessário um ensino sistematizado, que deve ser desenvolvido pela escola.

Novamente, diante da representação gráfica finalizada (Figura 6), realizamos a comparação entre a representação tabular e a representação gráfica, questionando sobre os elementos presentes na tabela e aqueles que ainda não haviam sido registrados no gráfico de barras, como: título, fonte, nome

Figura 6. Gráfico de barras duplas construído por uma dupla de alunas



FONTE: <https://www.ibge.gov.br/>.

dos eixos e das barras e escala. Após essa discussão, entre os alunos e a professora, foram conferidas as respostas para cada uma das situações construídas pelas duplas de alunos.

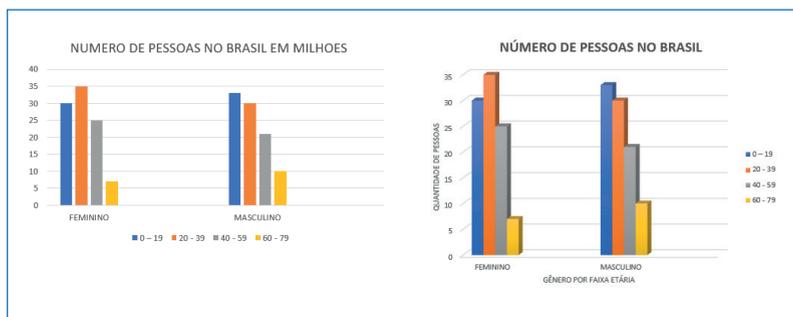
A fonte dos dados dessa atividade foi o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas – IBGE. Aproveitamos essa informação para falar um pouco sobre o IBGE e convidamos os alunos para acessarem o site do instituto. Em todos os computadores já tinha uma aba aberta no site do IBGE.

O site apresenta uma sessão intitulada o IBGEDuca, que é voltada para a educação, com conteúdo atualizado e lúdico sobre o Brasil, com formato e linguagem adequados a cada um dos públicos. Nessa plataforma, os professores encontram sugestões de atividades e recursos para trabalhar com as informações produzidas pelo IBGE em sala de aula, assim como as crianças e jovens podem ter acesso às informações em um formato simples, lúdico e de fácil entendimento, através de textos, gráficos, vídeos, jogos e brincadeiras. Assim, os pequenos podem conhecer dados importantes sobre nossa população e território.

Diante do site do IBGE¹, a professora foi indagando aos alunos o que viam e ia explicando do que se tratava o IBGE e quais informações eles veiculavam. Em seguida, foi solicitado que os alunos voltassem para a atividade. Como os alunos já tinham vivenciado a realização do registro da representação gráfica utilizando o *software* Excel, solicitamos que inserissem o gráfico de barras a partir dos dados selecionados na tabela. Ao realizar essa ação, os alunos se deparam com outra representação gráfica e logo foram falando que essa era diferente (Figura 7).

1 Portal do IBGE. <https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html>.

Figura 7. Gráficos construídos no Excel



FONTE: <https://www.ibge.gov.br/>.

A professora começou a indagar o que estava diferente entre as representações, e os alunos logo sinalizaram, que nesse gráfico, tinha um monte de barras. A professora questionou o porquê e um aluno respondeu (Figura 8).

Figura 8. Explicação sobre gráfico de barras múltiplas

P: Por que tem um monte de barras?

A: Porque tem homens e mulheres.

P: E antes era como?

A: Falava só de animal e a do facebook de quem usava.

P: Mas, quem usa as redes sociais? Só mulheres ou só homens?

A: Todo mundo!

P: E por que não tinha um monte de barras?

A: Porque só tinha duas tiras dessas (se referindo as colunas da tabela).

P: Isso! Porque nesta tabela tem mais colunas, ou seja, mais dados. Nesta a quantidade de sujeitos a partir do gênero e de sua faixa etária.

FONTE: A autora.

A professora aproveitou esse momento para explicar sobre o modo como os dados estavam representados, caracterizando a tabela de dupla entrada e explicando que nessa atividade teríamos mais variáveis para analisar. Em seguida, solicitou aos alunos que inserissem os elementos que estavam faltando na representação gráfica, como título, nome dos eixos, das barras, escala, fonte.

Identificamos que a utilização do recurso tecnológico mobilizou bastante os alunos para a aprendizagem e oportunizou ressignificar o uso desses recursos para a aprendizagem de conteúdos escolares, dando um sentido mais amplo ao que é experienciado em sala de aula, através das aulas expositivas e o uso do livro didático. A utilização do *software* Excel, pela primeira vez, não foi um impedimento para as descobertas oportunizadas. Os alunos possuem uma *expertise* no uso dos recursos tecnológicos e a utilização das ferramentas do *software* se assemelha ao uso que os alunos fazem desses recursos no seu dia a dia, ao jogar ou consumir os conteúdos das diferentes plataformas digitais.

Ao final desta vivência, alguns alunos afirmaram
que a internet também serve para aprender!

Nessas atividades, trabalhadas com os alunos, desejávamos explorar a representação gráfica, em contextos de barras simples e múltiplas, além de discutir os resultados formulados pelos alunos e promover a discussão sobre esses resultados, estimulando uma forma de pensar estatisticamente.

Percebemos que, em relação ao gráfico de barras simples, os alunos não apresentaram dificuldades em entender sobre a representação. Eles apresentaram mais dificuldades em trabalhar com o gráfico de barras múltiplas, como era esperado. Entretanto, com a construção dos dois gráficos, passaram a compreender esse tipo de representação.

Acreditamos que, por meio da vivência de atividades em que os alunos possam participar ativamente do processo, a apropriação do conteúdo ajuda na efetivação de uma aprendizagem mais significativa, em relação ao ensino de Estatística. O desenvolvimento dessas atividades proporcionou momentos de aprendizagem significativa dos conteúdos estatísticos, como também ampliou o repertório de vivências dos alunos, na utilização do recurso tecnológico.

A utilização do Excel proporcionou um ensino mais dinâmico e permitiu que os alunos refletissem sobre os dados, deixando para o computador o desenho do gráfico. Comparar os dados na tabela com os do gráfico permitiu a compreensão dos valores apresentados na escala, inclusive os valores implícitos (aqueles que estão nos intervalos da escala). Porém, é fundamental ressaltar o papel da professora, levando os alunos à reflexões sobre o registro do gráfico e a necessidade das informações desse tipo de representação, pois o *software*, por si só, não é suficiente.

De maneira geral, podemos compreender o Letramento Estatístico como as habilidades de argumentar e compreender as informações estatísticas, tais como organização de dados, construção e representação de tabelas e gráficos, compreensão de conceitos e vocabulário estatístico, além da habilidade de produzir textos sobre suas compreensões.

Diante desse contexto, torna-se importante a reflexão sobre a forma como está sendo o ensino de Estatística nos anos iniciais, como estamos abordando estas habilidades, quais as estratégias de ensino temos utilizado e as metodologias para o ensino e aprendizagem da Estatística neste nível de ensino, a fim de garantirmos a formação de cidadãos críticos e reflexivos.

Assim, fica para nós a ideia de que é possível trabalharmos com o Excel, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para o ensino da Estatística. Nessa perspectiva, percebemos que o uso de recursos tecnológicos e outros materiais didáticos, na prática pedagógica, devem ser considerados, por nós, muito mais do que a busca por uma aula agradável ao aluno, mas no constante desafio de tornarmos a sala de aula um ambiente de reflexão e de construção do conhecimento.

No contexto das atividades aqui apresentadas, merece importância a mediação pedagógica da professora durante as aulas, que teve papel fundamental, ao oportunizar uma prática pedagógica ativa. Já que, professora e alunos tiveram a oportunidade de adotar uma postura ativa e participativa, como agentes transformadores frente ao processo de ensino e aprendizagem dos saberes e conceitos abordados.

Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Brasília: Ministério da Educação, 2017.

BUENO, C.; BORUCH, I.; LIZIERO, A.; KMITA, L.; FRAN CZAK, M. Ensino de Estatística: uma proposta de atividade utilizando o Excel. *Colóquio Luso-Brasileiro – II Colbeduca*, Joinville, Santa Catarina, 2016.

CARNEIRO, R.; PASSOS, C. Vivências de professores de matemática em início de carreira na utilização das tecnologias da informação e comunicação. *Revista Zetetike*, Campinas, v. 17, n. 32, 2009.

CAVALCANTI, M; GUIMARÃES, G. Conhecimento matemático para o ensino de escala apresentada em gráficos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat*, Florianópolis, v. 14, 2019.

DIAS, C. *Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2016.

ESTEVAM, E. J. G.; KALINKE, M. Recursos tecnológicos e ensino de Estatística na educação básica: um cenário de pesquisas brasileiras. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, Porto Alegre, v. 21, n. 2, 2013.

GUIMARÃES, G. L.; CAVALCANTI, M. R. G.; EVANGELISTA, B. O que alunos do ensino regular e EJA precisam saber para compreender escalas representadas em gráficos. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA – SIPEMAT, 5., 2018, Belém, PA. *Anais [...]*. Belém: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Pará, 2018.

CAPÍTULO 9

ENTRE LINHAS, COLUNAS E VARIÁVEIS: VAMOS FALAR SOBRE TABELAS?

Betânia Evangelista

No atual contexto social, é inegável a utilização de tabelas em diferentes campos do conhecimento humano, como Matemática, Geografia, Estatística, Economia e outros. As tabelas podem ser observadas em resultados de pesquisas científicas, censo populacional, atividades de livros didáticos, textos jornalísticos publicados em jornais e em outras atividades cotidianas das pessoas.

Mas, a utilização da tabela nas atividades realizadas pelas pessoas não é recente. Ela é muito antiga, empregada desde a pré-história, quando as civilizações a usavam como formas de registrar seus bens, achados e outros acontecimentos diversos, por exemplo, há registro de tabelas em pinturas rupestres.

Com o passar do tempo, as maneiras de representar e de contar foram se aprimorando. Essa evolução também foi percebida com as tabelas, visto que eram utilizadas como ferramentas para registrar a contagem de animais, grãos e eventos

astronômicos, prioritariamente. E, à medida que as necessidades surgem, elas assumem a função de objeto matemático, com estrutura teórica e sendo utilizadas em outros ramos da Matemática (ESTRELLA, 2014).

Além disso, acreditamos que as tabelas assumem uma linguagem universal, com uma estrutura física e forma de organizar e representar os dados. Com isso, possibilita que as pessoas possam ler, interpretar, analisar criticamente e tomar decisões diante das informações exibidas.

No entanto, para tal, é fundamental que as pessoas sejam letradas estatisticamente, pois a aprendizagem de tabelas precisa ser ensinada desde os primeiros anos de escolarização. Nessa perspectiva, o conhecimento de tabela envolve compreender a sua função para entender as informações representadas e tomar decisões.

Diante disso, iniciamos essa discutindo sobre os dados, e como eles podem ser tratados, num conjunto de mensurações e exibidos em representações.

Dados: brutos e organizados

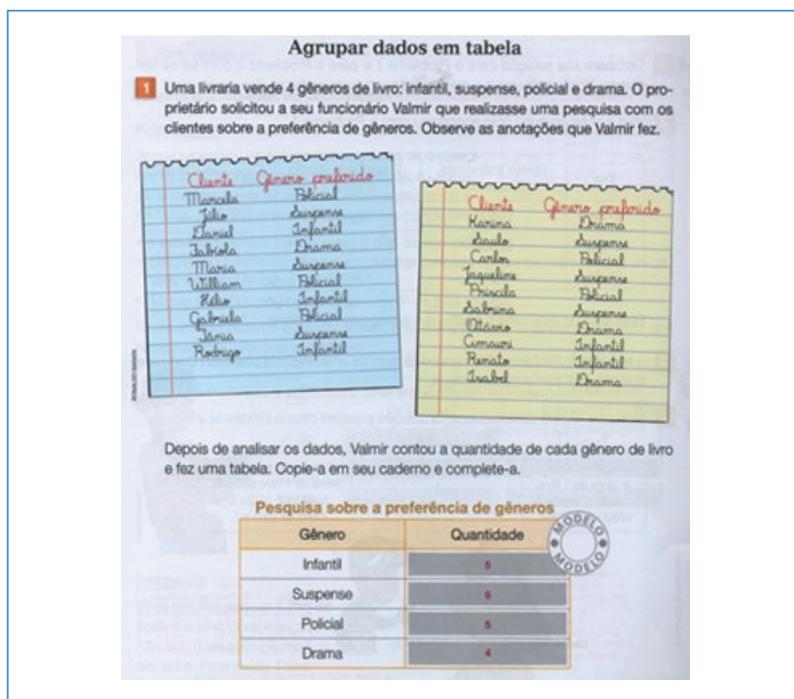
Podemos dizer que somos pessoas curiosas e questionadoras por natureza, o que faz com que, em diferentes momentos de nossa vida, realizemos pesquisas visando fins específicos, tais como o preço de alimentos, lugares para passar as férias, ou equipamentos eletrônicos que queremos comprar. Essa busca de informações ou obtenção de dados nos permite fazer a melhor escolha daquilo que precisamos.

Mas, o que seriam *dados*? Esses podem ser considerados expressões numéricas ou conjuntos de valores de observações

realizadas durante um estudo que, por sua vez, constituem elementos de grupos com uma ou mais características em comum (MEDEIROS, 2007).

Os dados por si só, sem uma organização, pouco têm a nos dizer. São chamados de *dados brutos ou primitivos*, pois estão dispostos da mesma forma como foram coletados, sem haver qualquer arranjo, quer seja por ordem de grandeza, quer seja por agrupamento (categorização). Assim, nas Figuras 1 e 2, temos atividades de livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental com dados brutos.

Figura 1. Dados brutos em listagem



FONTE: Evangelista (2021, p. 52).

Figura 2. Dados brutos em imagens

PEDRO DECIDIU CONTAR QUANTOS PEIXES VIVEM NO AQUÁRIO QUE ELE TEM EM CASA.



PARA ISSO, CONTOU OS PEIXES DE CADA TIPO E ORGANIZOU AS INFORMAÇÕES EM UMA TABELA. AJUDE PEDRO A COMPLETAR A TABELA.

QUANTIDADE DE PEIXES NO AQUÁRIO

TIPO DE PEIXE	QUANTIDADE
	<input type="text"/>
	<input type="text"/>
	<input type="text"/>

FONTE: Evangelista (2021, p. 53).

Na atividade da Figura 1, é possível observarmos dados brutos em listagem com os nomes de pessoas e tipos de livros preferidos por elas. Como a variável “gêneros dos livros” já foi estabelecida, o próximo passo é organizar os dados por classes, quantificá-las e registrá-las na tabela que já está estruturada. Da mesma forma, na Figura 2, temos uma atividade com dados brutos em imagens. A variável “tipo de peixe” também foi estabelecida, restando aos alunos registrar as quantidades na tabela. Esses tipos de atividades são frequentes nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Portanto, é possível observar, nos dois exemplos, que, a partir da categorização, temos possibilidade de entender *os dados organizados* e tirar conclusões sobre eles, como por exemplo: o livro de suspense é o preferido das pessoas que participaram da pesquisa (Figura 1). Além disso, podemos afirmar que Pedro possui menos peixes verdes em seu aquário (Figura 2).

Uma vez que, discutimos sobre os dados e a importância de tratá-los, iremos focar nossa conversa agora nas representações: quadros, bancos de dados e tabelas, pontuando aspectos que definem cada uma delas.

Quadro, banco de dados e tabela: semelhanças e diferenças

No cotidiano, nos deparamos com diferentes tipos de representações que possuem configurações semelhantes, como quadro, banco de dados e tabela. Esses são usados para exibir informações de diferentes naturezas e com finalidades diversas. Embora apresentem semelhanças físicas, têm formas distintas de exibir e tratar os dados e, como tais, esses aspectos precisam ser ensinados a partir de pontos de vista diferenciados.

Tais cuidados se justificam, já que o termo “tabela” é usado na nomeação de um quadro, um banco de dados, entre outras representações, principalmente em atividades de livros didáticos. Assim, acreditamos que essa indiferenciação, entre as representações, gera dificuldade de ensino e de aprendizagem.

Representação em Quadro

Utilizando o estudo de Guimarães e Oliveira (2014) como base, consideramos que a representação “quadro” é uma configuração retangular com linhas e colunas que não expressam variáveis. Além disso, é uma forma gráfica de organizar, espacialmente, textos e operações (Figura 3).

Figura 3. Exemplo de quadro



Observe os preços de outros brinquedos da loja Vem Que Tem:

O troco que você recebe é o quanto você deu a mais para pagar uma compra.

a) Complete a tabela:

Quero comprar	Tenho	Vou gastar	Vou receber de troco
	40 reais	_____ reais	_____ reais
	45 reais	_____ reais	_____ reais
	28 reais	_____ reais	_____ reais

Os quadros apresentados em livros didáticos em geral são utilizados para a realização de cálculos pelos alunos. Assim, na atividade da Figura 3, a cada linha da representação, os alunos precisam fazer uma operação aditiva (vou gastar) e subtrativa (vou receber de troco).

FONTE: Evangelista (2021, p. 154).

Representação em Banco de Dados

A representação em banco de dados é uma configuração retangular com linhas e colunas, assim como o quadro, mas é possível visualizar cada um dos elementos nas linhas, e as variáveis que descrevem cada elemento nas colunas, diferentemente do

quadro, no qual não temos variáveis. Nesse contexto, é possível citar as planilhas eletrônicas do Excel para ilustrar o que é um banco de dados. Acrescente-se que, nos bancos de dados, é possível identificar, em cada célula ou campo, a característica correspondente às variáveis para cada elemento/sujeito (Figura 4). Assim, as propriedades desses elementos podem, posteriormente, ser medidas ou classificadas e quantificadas.

Figura 4. Exemplo de Banco de dados

2. Marque com um X o brinquedo de que você mais gosta.

Complete a tabela com o nome de cada um dos integrantes do grupo, incluindo o seu, e marque com um X cada resposta dada.

Resposta de acordo com a pesquisa do grupo.

Resultado da pesquisa do meu grupo				
Brinquedo	Roda-gigante	Carrossel	Carrinhos bate-bate	
Nome				

Nesse exemplo, temos um banco de dados que será preenchido a partir do resultado de uma pesquisa com os alunos. À medida que a criança faz o levantamento, ela vai preenchendo cada célula do banco de dados com a informação dada pela pessoa entrevistada. Reparem que na atividade está escrito “tabela”, mas é um banco de dados.

FONTE: Evangelista (2021, p. 154).

Entretanto, como falamos anteriormente, é importante salientar que bancos de dados são frequentemente chamados por tabelas, isso ocorre na atividade classificada como Figura 4. Essa indiferenciação entre os tipos de representação é encontrada em algumas atividades de livros didáticos

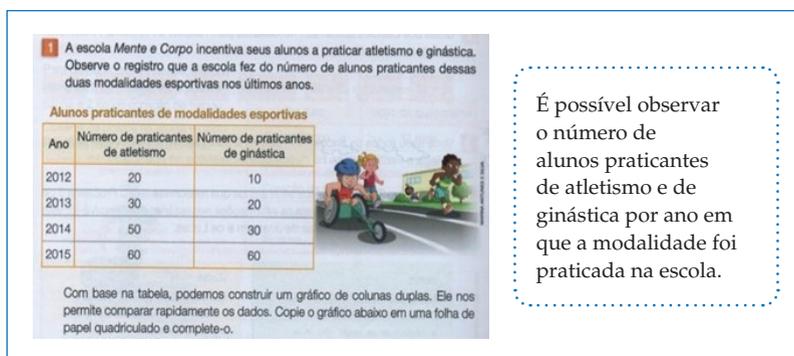
dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que pode levar à incompreensões de alunos e professores.

Representação em Tabela

Como definem Cazorla, Magina, Gitirana e Guimarães (2017), uma tabela de distribuição de frequência (TDF) é uma configuração retangular com linhas e colunas, formada por categorias ordenadas ou não (variável qualitativa), valores pontuais (variável discreta) ou intervalos (variável contínua) e sua frequência absoluta ou relativa. Logo, em uma tabela, os dados são apresentados de forma sintetizada, pois não interessa saber quais são as respostas individuais.

Assim, em uma tabela, os dados numéricos são apresentados de forma a facilitar a compreensão das informações. Na Figura 5, apresentamos um exemplo de uma tabela de dupla entrada, que apresenta informações sobre os alunos praticantes de duas variáveis discretas: atletismo e ginástica, nos últimos anos da escola (entre os anos de 2012 a 2015).

Figura 5. Exemplo de Tabela



FONTE: Evangelista (2021, p. 57).

A tabulação de dados é uma habilidade que requer determinar uma maneira de apresentar os dados de forma clara e sem ambiguidade, o que implica sempre em perda de informações individuais. Esse tipo de sistematização não permite mais sabermos as informações individualizadas para cada elemento/sujeito, como em um banco de dados. Entretanto, é possível observar e estudar o comportamento do grupo ou fenômeno em questão. Vale salientar que, diante das classificações de cada elemento pesquisado, em geral, é construído um banco de dados para, em seguida, sistematizar essas informações e representá-las em uma tabela.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) estabelece normas de apresentação tabular (BRASIL, 1993), a partir das quais são definidos os elementos essenciais que compõem uma tabela e que podem fornecer informações a respeito das variáveis em estudo: título, coluna indicadora, cabeçalho, corpo da tabela, fonte e nota (Figura 6).

Figura 6. Elementos da Tabela segundo IBGE

O diagrama mostra uma tabela com os seguintes elementos rotulados:

- TÍTULO:** Tabela 1: Censo populacional de algumas cidades pernambucanas
- CABEÇALHO:** Cidades
- COLUNA INDICADORA:** População Estimada
- CORPO DA TABELA:** Recife (1.637.834), Camaragibe (156.736), Abreu e Lima (99.622), Jaboatão dos Guararapes (391.835), Olinda (697.636)
- FONTE:** Fonte: IBGE
- NOTA:** Nota: Ano de referencia 2010

Cidades	População Estimada
Recife	1.637.834
Camaragibe	156.736
Abreu e Lima	99.622
Jaboatão dos Guararapes	391.835
Olinda	697.636

FONTE: Evangelista (2021, p. 59).

Quando uma tabela apresenta dados de apenas uma variável, ela pode ser classificada como “tabela simples”. No exemplo da Figura 7, temos uma tabela simples que mostra como informação o percentual de pessoas que acessaram a internet em 2017, por meio de alguns tipos de equipamentos eletrônicos.

Figura 7. Tabela simples

Pessoas que acessaram a Internet, segundo o equipamento utilizado	
Equipamento	Percentual
Telefone móvel celular	97,0
Microcomputador	56,6
Televisão	14,3
Outros equipamentos eletrônicos	1,0

Fonte: IBGE
Nota: Ano de referencia 2017

FONTE: Evangelista (2021, p. 60).

Já, quando relacionada a mais de uma variável, a tabela é denominada “tabela de classificação cruzada ou dupla entrada”, ou seja, os dados são organizados em função de duas ou mais variáveis que se relacionam simultaneamente. No exemplo da Figura 8, temos uma tabela com duas variáveis

Figura 8. Tabela de dupla entrada

Região	Domicílio com Televisão (%)	
	TV de tela fina	TV de tubo
Norte	52,5	33,2
Nordeste	50,6	37,2
Centro-Oeste	63,9	24,3
Sudeste	62,5	21,3
Sul	56,6	23,4

Fonte: IBGE
Nota: Ano de referencia 2017

FONTE: Evangelista (2021, p. 60).

veis que apresentam, em percentuais, os números de domicílios brasileiros com televisores de tela fina e de tubo por região geográfica.

Gostaríamos de salientar que, embora as tabelas de dupla entrada sejam muito presentes no nosso cotidiano, elas são pouco exploradas em atividades de livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, nós professores precisamos buscar tabelas de dupla entrada para contribuirmos com a aprendizagem de nossos alunos.

Tipos de variáveis que podem ser exploradas na tabela

Para finalizar nossa primeira etapa dessa conversa, gostaríamos de discutir, com vocês professores, sobre os diferentes tipos de variáveis, já que, ao longo do texto, fizemos menção a elas diversas vezes.

Nesse sentido, tomando como base Cazorla, Magina, Gitirana e Guimarães (2017, p. 36) ao afirmarem que “em Estatística, a variável é um conceito-chave, a qual pode ser definida como uma característica da população que assume valores ou categorias”, entendemos que as variáveis podem ser classificadas como sendo de ordem qualitativa (categorias) ou quantitativa (números).

As variáveis qualitativas podem ser classificadas em nominais ou ordinais. Na primeira, as classes são organizadas em categorias não numéricas e não apresentam nenhuma ordenação, mas podem ser identificadas por nomes. Por exemplo: cores (vermelho, preto, azul), cidades de nascimento (Recife, Olinda, Paulista) ou gêneros de filme (romance, ação, suspense, terror). Já a variável ordinal, assim como a nominal,

não é numérica, porém assume algum tipo de relação ligada à ordem, por exemplo: grau de instrução (nível fundamental, médio, superior), grau de satisfação (ótimo, bom, regular e ruim) ou grossura medida (estreito, médio e grosso).

Quanto à variável quantitativa, essa pode ser classificada em discreta ou contínua. No caso da discreta, além de expressar valores numéricos, tem como característica a contagem, por exemplo: número de irmãos, número de cigarros fumados no dia ou números de copos com água consumidos diariamente. Já a variável contínua, assim como a discreta, expressa valores numéricos, mas é também resultante de mensuração, tomando qualquer valor, por exemplo: altura, temperatura, capacidade ou massa.

Diante dos diferentes aspectos que compõem e caracterizam uma tabela, bem como os diferentes conceitos que envolvem a tabulação de dados, percebemos que a aprendizagem sobre esse conteúdo não é algo simples, mas requer uma atenção quando do seu ensino desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tal, iremos discutir as orientações curriculares da BNCC.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) cita a tabela em diferentes áreas de conhecimento, ressaltando que a Matemática pode contribuir para o desenvolvimento computacional dos alunos, uma vez que esses precisam ser capazes de traduzir situações dadas em outras linguagens, tais como as tabelas.

Além disso, a partir do 1º ano do Ensino Fundamental, a BNCC coloca como objetivo a leitura de dados representados em tabelas. Já no 2º ano, percebemos uma ampliação das orientações para o trabalho com tabelas, uma vez que o

documento sugere o trabalho com tabelas simples e de dupla entrada, podendo envolver até três variáveis categóricas do interesse do aluno, com até 30 elementos. A partir do 3º ano de escolarização, o documento aponta para a leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, utilizando termos como maior e menor frequência, para a apropriação de linguagens próprias, com intuito de entender aspectos significativos da realidade sociocultural. Somado a isso, procedimentos que envolvem coleta, classificação e representação de dados, em tabelas com variáveis categóricas, são também orientações para esse ano escolar, agora envolvendo até 50 elementos com ou sem o uso de tecnologias digitais.

No 4º ano, as orientações curriculares, para o ensino de tabela, são mais específicas: no caso da interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, especifica-se que elas devem ter como base informações das diferentes áreas do conhecimento e que sejam produzidos textos resumidos. Existe, ainda, uma preocupação quanto à necessidade de usar e diferenciar variáveis categóricas e numéricas, assim como representá-las em tabelas. Essa última, até então, não tinha sido mencionada nos anos anteriores, podendo ter ou não o uso de tecnologias digitais.

No 5º ano, observamos que o documento apresenta orientações curriculares semelhantes às do 4º ano. Destaca-se, também, como objeto de estudo, a leitura, coleta, classificação, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada. Aponta-se, ainda, o desenvolvimento da habilidade de interpretar dados estatísticos apresentados em textos ou tabelas, tendo como base outras áreas do conhecimento e outros contextos, tais como saúde e trânsito. Isso é feito com o

intuito de produzir textos com conclusões, bem como realizar pesquisa com variáveis categóricas e numéricas e organizá-las em tabelas, com ou sem o uso de tecnologias digitais, para comunicar informações sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Pensando em tudo que já conversamos até agora, como podemos realizar um bom trabalho como nossos alunos, dispondo da tabela como objeto de aprendizagem? Com isso em mente, apresentamos, no próximo tópico, atividades que nos ajudam a responder esse questionamento. Então, vamos lá?!!

Atividades de interpretação e construção de tabelas

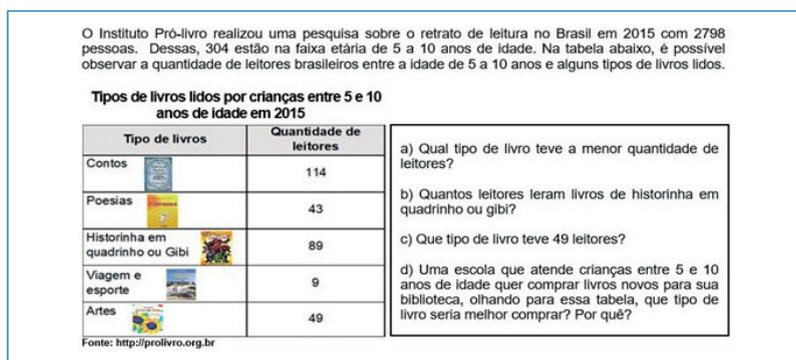
Considerando a diversidade e complexidade que o ensino de tabelas envolve, gostaríamos de discutir 6 (seis) atividades que focam nos seguintes elementos: os tipos de habilidades (interpretação e construção), os tipos de tabelas (simples e dupla entrada) e os tipos de variáveis (qualitativa e quantitativa). Tais atividades foram elaboradas com o objetivo de possibilitar o desenvolvimento das diferentes habilidades para aprendizagem de tabelas. Além disso, os dados analisados nelas exploram informações reais, porque defendemos que nossos alunos devem ter acesso às informações presentes no cotidiano. Dessas, 4 (quatro) são de interpretação e 2 (duas) são de construção.

Começaremos, então, apresentando as 4 (quatro) atividades de interpretação de tabelas e, ao final, iremos discutir alguns direcionamentos sobre como trabalhá-las. Cada uma delas contém 4 (quatro) perguntas relacionadas aos seguintes itens sobre os dados presentes na tabela: a) Localizar valor de

menor frequência; b) Localizar valor de frequência a partir de uma categoria; c) Localizar categoria a partir de uma frequência; d) Tomada de decisão com apresentação de justificativa.

A primeira atividade busca trabalhar a habilidade dos alunos em interpretar dados em tabela simples com variável nominal (tipo de livros). Na questão, temos como dado uma pequena amostra do resultado de uma pesquisa realizada em 2015 pelo Instituto Pró-livro (prolivro.org.br) sobre o retrato da leitura no Brasil. Assim, na tabela, são apresentados 5 (cinco) tipos de gêneros textuais lidos por crianças entre 5 e 10 anos de idade.

Figura 9. Atividade de interpretação de tabela simples com variável nominal



FONTE: Evangelista (2021, p. 116).

Nossa segunda atividade tem como objetivo trabalhar a capacidade dos alunos para interpretar dados em tabela simples com variável discreta (número de vítimas). Desse modo, é apresentada a quantidade de pessoas vítimas de ataques de tubarão, ocorridos em praias do Estado de Pernambuco, durante o período de 1992 a 2016. As informações, representa-

das na tabela, foram extraídas de uma reportagem publicada pelo site JC online (www.jconline.ne10.uol.com.br).

Figura 10. Atividade de interpretação de tabela simples com variável discreta

A tabela abaixo apresenta um levantamento realizado pelo CEMIT sobre o número de vítimas de ataques de tubarões nas praias pernambucanas no período de 25 anos. Observa-se a quantidade de vítimas a cada período de 5 anos.

Número de vítimas de ataques de tubarões nas praias pernambucanas em períodos de 5 anos

PERÍODOS	NÚMERO DE VÍTIMAS
De 1992 a 1996	22
De 1997 a 2001	10
De 2002 a 2006	18
De 2007 a 2011	5
De 2012 a 2016	7

Fonte: <https://jconline.ne10.uol.com.br>

a) Em que período foi registrado o menor número de vítimas de ataques de tubarões?

b) Quantas vítimas de ataques de tubarões foram registradas entre 2007 a 2016?

c) Que período teve 18 vítimas de ataques de tubarões?

d) A partir da tabela, você pode dizer se o risco de ataques de tubarão, ao tomar banho de mar nas praias pernambucanas, é maior hoje ou antigamente? Por quê?

FONTE: Evangelista (2021, p. 117).

A terceira atividade busca trabalhar a habilidade dos alunos para interpretar informações em tabela de dupla entrada, com duas variáveis nominais (tipo de cartões \times seleções). Na tabela da Figura 11, temos informações de cartões amarelos e vermelhos recebidos por algumas seleções na fase de grupos

Figura 11. Atividade de interpretação de tabela de dupla entrada com variável nominal

Abaixo temos uma tabela que mostra a quantidade de cartões amarelos e vermelhos recebidos por algumas seleções na fase de grupo nas últimas 5 copas do mundo de futebol FIFA.

Cartões recebidos pelas seleções na fase de grupo (fase inicial) nas últimas 5 copas do mundo de futebol FIFA

SELEÇÃO	TIPO DE CARTÃO	
	AMARELO	VERMELHO
França	28	1
Brasil	20	1
Espanha	18	0
Alemanha	30	2
Itália	27	2

Fonte: <http://www.fifa.com/>

a) Que seleção recebeu o menor número de cartões amarelos?

b) Quantos cartões vermelhos a seleção alemã recebeu?

c) Que seleção recebeu 27 cartões amarelos?

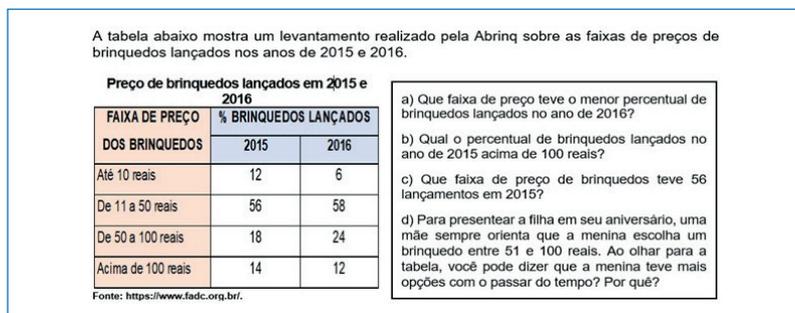
d) De acordo com a tabela, qual dessas seleções tem mais chances de ganhar um prêmio, no futuro, por apresentar um futebol mais limpo, ou seja, com menos faltas? Por quê?

FONTE: Evangelista (2021, p. 118).

das Copas do Mundo de Futebol da Federação Internacional de Futebol (FIFA), nas edições de 1998, 2002, 2006, 2010 e 2014, divulgadas no site da FIFA (www.fifa.com).

A quarta atividade tem como foco trabalhar a capacidade dos alunos para interpretar informações em tabela de dupla entrada, com duas variáveis contínuas (preço \times percentual de lançamento). Os dados fazem referência aos percentuais de brinquedos lançados nos anos de 2015 e 2016 por faixas de preços. Na tabela, temos um levantamento realizado pela Associação Brasileira de Fabricantes de Brinquedos – Abring. As informações estão disponíveis no site do Comitê de Desenvolvimento de Áreas Futuras (www.fadc.org.br).

Figura 12. Atividade de interpretação de tabela de dupla entrada com variável contínua



FONTE: Evangelista (2021, p. 119).

Então, podemos solicitar aos nossos alunos que eles respondam cada uma dessas atividades. Em seguida, podemos analisar, junto com eles, questão por questão, procurando chamar a atenção para os dados, a forma como eles se relacionam e que diferentes informações podemos obter com base nos diferentes cruzamentos de linhas e colunas.

É importante permitir e promover diálogos, trocas de ideias entre os alunos e, com eles, a partir de confrontos de informações e da atribuição de responsabilidades, alcançar um objetivo comum. Além disso, os alunos precisam saber identificar os valores das células, mas, principalmente, extrair ideias sobre padrões dos dados que permitem uma análise das informações e tomadas de decisão.

Em geral, para as perguntas A, B e C das 4 atividades de interpretação, que requerem relacionar informações pontuais presentes no cruzamento de linhas e colunas de uma tabela, muitos alunos conseguem ter sucesso, principalmente crianças de maior escolarização. Isso se justifica, em virtude de as atividades de livros didáticos priorizarem esses tipos de perguntas. Quando as crianças erram, geralmente indicam informações não correspondentes às solicitadas, visto que não conseguem entender a relação entre linhas e colunas.

Quanto às perguntas das letras D, que requerem a tomada de decisão com justificativas, podemos afirmar que elas são mais difíceis para as crianças apresentarem respostas coerentes com os dados das tabelas, independente dos anos de escolarização. As atividades de livros didáticos não priorizam esse tipo de perguntas. Por conseguinte, nós professores, devemos propor atividades desse tipo para suprir essa lacuna.

Nos exemplos abaixo, temos alguns protocolos de alunos, dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que responderam às perguntas de tomadas de decisão e apresentaram dificuldades diante delas. Tais exemplos nos ajudam a entender melhor como os alunos lidam com o fato, quando precisam justificar suas escolhas.

Em suas alegações, muitas crianças fazem relação ao que desejam “Porque eu gosto; é meu time; é o que eu escolhi; é melhor; é legal; eu acho; eu quis”. Outras justificam suas repostas, relacionando a sua experiência de vida, de algo que viu, escutou, como “eu vi na TV; não pode invadir o território do tubarão; os tubarões passam das pedras”; “é pra ficar na areia”.

Outro tipo de justificativa está relacionada às informações presentes no enunciado da pergunta, tal como “Teve mais opções”; “a menina tem que escolher um brinquedo”; “pra brincar” (Figura 13). Também temos justificativas com base em aspectos relacionados ao tema, como “tem muitas faltas”; “ganho poucos cartões”; “faz mais gol” (Figura 14).

Figura 13. Justificativa com base ao brincar, ganhar, merecer (aluno do 4º ano)

d) Uma escola que atende crianças entre 5 e 10 anos de idade quer comprar livros novos para sua biblioteca. Olhando para essa tabela, que tipo de livro seria melhor comprar? Por quê?

antes

Eu gosto

FONTE: A autora (2022).

Figura 14. Justificativa com base a aspectos específicos do tema (aluno 5º ano)

d) A partir da tabela, você pode dizer que o risco de ataques de tubarão ao tomar banho de mar nas praias pernambucanas é maior hoje ou antigamente? Por quê?

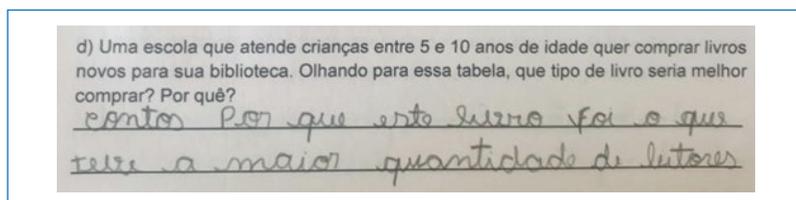
Hoje o mar é aberto

e passa na tor

FONTE: A autora (2022).

Por outro lado, temos alguns alunos, de diferentes anos de escolarização, que são capazes de usar os dados das tabelas para justificar suas escolhas. No exemplo da Figura 15, por exemplo, o aluno observou que o gênero literário “conto” é o que apresenta maior quantidade de leitores e, portanto, utiliza-se dessa informação para justificar sua tomada de decisão.

Figura 15. Justificativa a partir dos dados da tabela (aluno do 5º ano)



FONTE: A autora (2022).

Dessa forma, percebemos que os alunos utilizam diferentes estratégias para justificar suas decisões, seja através das pistas que as atividades (enunciados) podem oferecer, a partir do seu conhecimento sobre os contextos explorados nas tabelas e, até mesmo, de algo que vivenciou. Respostas assim mostram que essas crianças não são estimuladas a analisar os dados e buscar neles soluções para as suas escolhas. Mas, quando analisam criticamente as informações da tabela, são capazes de basearem suas afirmações em dados.

Todavia, para que os indivíduos possam compreender as informações de forma crítica, é necessário que haja uma prática de ensino que permita a análise das informações. Diante disso, é cada vez mais necessário que os cidadãos tenham um maior conhecimento acerca dos recursos estatísticos, de suas especificidades, para que consigam entender e analisar

criticamente as informações mostradas em qualquer tipo de representação gráfica.

Uma vez que conversamos sobre as atividades de interpretação de tabelas, agora iremos discutir as duas atividades que exploram a construção de tabelas. Essas atividades focam a construção a partir de dois suportes distintos: banco de dados e dados brutos.

Dessa forma, a quinta atividade trabalha a habilidade dos alunos para construir uma tabela de dupla entrada, a partir de dados representados em um banco de dados, que representa variáveis qualitativas já estabelecidas, sendo que uma trata do gênero (masculino e feminino) e a outra das medalhas (ouro, prata e bronze). A fonte das informações para a elaboração dessa questão foi o site GE (www.globoesporte.globo.com/olimpiadas).

Figura 16. Atividade de construção de tabela de dupla entrada, a partir de um banco de dados

Nesse banco de dados temos atletas brasileiros que receberam medalhas olímpicas em 2016 de ouro, prata e bronze. Construa uma tabela sistematizando essas informações.

Nome					
Rafaela Silva				X	
Diego Hypolito					X
Poliana Okimoto				X	
Isaquias Queiroz					X
Arthur Zanetti					X
Thiago Silva					X
Arthur Mariano					X
Rafael Silva					X
Robson Donato					X
Felipe Wu					X
Maicon Siqueira					X
Isaquias Queiroz					X
Mayra Aguar				X	

Fonte: <http://olimpiadas.globoesporte.globo.com>

FONTE: Evangelista (2021, p. 120).

Nossa última atividade trabalha a habilidade dos alunos em construir uma tabela simples, sendo necessário, primeiro, estabelecer um critério para classificar os elementos (Figura 17). Dessa maneira, são apresentadas 15 (quinze) figuras de objetos diversos, os quais devem ser dispostos em dois grupos, respeitando os conceitos de exclusividade e exaustividade, para, em seguida, representá-los em uma tabela simples. Essa atividade foi adaptada da atividade encontrada na dissertação de Cabral (2016).

Figura 17. Atividade de construção de tabela simples por meio de classificação de dados brutos



FONTE: Evangelista (2021, p. 120).

Nas atividades de construção de tabelas, é importante que os alunos busquem conhecer os dados, antes de construir as tabelas, para decidir qual será a melhor forma de organizá-los, e, em seguida, realizar a construção delas. Para tal, nós, professores, precisamos chamar a atenção dos alunos quanto aos critérios criados para classificar os elementos, a relação

existente entre os cruzamentos das variáveis, o tipo de tabela a ser construída, a importância da sistematização dos dados e, ainda, a representação de todos os elementos da tabela.

Assim como fizemos nas atividades de interpretação de tabelas, iremos apresentar algumas respostas dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nelas, mostramos diversos tipos de dificuldades que nossos alunos sentem quando precisam construir tabelas. Vale salientar, que essa não é uma atividade fácil, pois é preciso pensar na estrutura da tabela, nos elementos, como realizar a categorização, a sistematização e, ainda, a representação dos elementos que a compõem.

Muitos alunos, por não entenderem o que é solicitado na atividade, fazem listagem, desenho e outras representações. Essa estratégia é mais comum entre as crianças de menor escolaridade, todavia, pode estar presente, também, em produções de crianças mais velhas (Figura 18). Já outros alunos repetem o banco de dados (Figura 19). Portanto, fica evidente que essas estratégias diminuem à medida que a escolaridade avança.

Figura 18. Fez lista ordenada do banco de dados (aluno do 4º ano)

Menino	menino
Rafela Silva	Diego Hypolito
Poliana Otomati	Luiz Gustavo
Myra Aguiar	Arthur Zametti
	Tiago Silveira
	Arthur Mariano
	Rafael Silva
	Rafael Damato
	Felipe Wu
	Marcos Siqueira
	Luiz Gustavo

Figura 19. Copiou o banco de dados (aluno do 2º ano)

nº	☺	☺
Rafael Silva	☺	X
Diego Hypolito	☺	
Poliana Otomati	☺	X
Luiz Gustavo	☺	
Arthur Zametti	☺	X
Tiago Silveira	☺	X
Arthur Mariano	☺	X
Rafael Silva	☺	X
Rafael Damato	☺	X
Felipe Wu	☺	X
Marcos Siqueira	☺	X
Luiz Gustavo	☺	X
Myra Aguiar	☺	X

FONTE: A autora (2022).

Como pode ser observado, vários alunos não conseguiram construir uma tabela de dupla entrada, mas construíram uma tabela simples. Nos exemplos das figuras 20 e 21, apresentamos produções de tabelas simples, nas quais os alunos utilizaram apenas uma das variáveis do banco de dados, atribuíram título e classes.

Figuras 20 e 21. Construiu tabela simples com título e classes (aluno do 5º e 4º anos respectivamente)

ouro	3
prata	4
bronze	6

masculino	3
feminino	10

FONTE: A autora (2022).

Alguns alunos fazem uma tabela, mas apresentam erros na representação. Na Figura 22, temos um exemplo de um aluno que classifica como “coiza da sala e coiza da comzilha”, colocando as classes uma em cima da outra e ignorando as colunas, apesar de registrar as quantidades em colunas. Além disso, sobram linhas. Outros não finalizaram as tabelas. Em outro exemplo (Figura 23), observamos a falta da quantificação dos objetos de cada classe. Essa sistematização dos dados ocorreu quando os alunos finalizavam as classificações e quantificavam os elementos de cada grupo, porém o registro nas tabelas não foi efetivado.

Finalmente, no nosso último exemplo, temos a construção correta de tabelas simples, a partir da classificação de dados

Figura 22. Fez tabelas com erros de organização (Aluno do 3º ano)

Cozinha da sala	
Cozinha da cozinha	
9	6

Figura 23. Fez a tabela com erro, não quantificou (aluno do 4º ano)

Grupo de sala	
Grupo de cozinha	

FONTE: A autora (2022).

brutos (15 figuras). Nessa produção, o aluno escolheu uma classificação binária (fica ou não na cozinha). Além disso, ele conseguiu colocar todos os elementos da representação, como título e nome de variável (descritores e suas classes) (Figura 24).

Figura 24. Fez tabela com título e nome de variável (Aluno do 5º ano)

Tabelas de objetos	
Grupos	quantidade
Fica na cozinha	5
Não ficar na Cozinha	do

FONTE: A autora (2022).

Todos os exemplos de respostas dos alunos reforçam a importância do trabalho sistemático com a construção de tabelas por eles, porque isso não é desenvolvido de forma espon-

tânea. Essa habilidade de construir tabela é pouco explorada em atividades de livros didáticos. E isso reflete fortemente na aprendizagem dos alunos, pois há pouca ou nenhuma oportunidade de desenvolver essa habilidade.

Devemos ter em mente que, para construir tabelas, os alunos precisam estabelecer as relações entre linhas e colunas, o que não é uma atividade fácil. Devem saber classificar e sistematizar os dados, bem como pensar que uma tabela tem elementos que ajudam a entender os dados a serem representados e, ainda, saber como representá-los adequadamente.

Dessa forma, os professores devem trabalhar com os alunos o que está representado nas linhas e nas colunas, e a função que esses elementos têm na compilação dos dados. Portanto, o trabalho com representações em tabelas deve fazer parte da rotina escolar, uma vez que permite aos alunos compreenderem o mundo natural e social, a partir de ferramentas matemáticas.

Referências

BRASIL. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Normas de apresentação tabular*. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Versão Final. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

CABRAL, P. C. M. *Aprender a classificar nos anos iniciais do ensino fundamental*. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. (Org.). *Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2017.

ESTRELLA, S. *El objeto tabla: un estudio epistemológico, cognitivo y didáctico*. (Tesis doctoral no publicada). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso: Chile, 2014.

EVANGELISTA, B. *Ensino e aprendizagem de tabelas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. 2021. 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

GUIMARÃES, G. L.; OLIVEIRA, I. Construção e interpretação de gráficos e tabelas. In: BRASIL. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa*. Caderno 7 (Educação Estatística). Brasília: Ministério da Educação, 2014. p. 21-38.

MEDEIROS, C. A. *Estatística aplicada à educação*. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

CAPÍTULO 10

ESTRATÉGIAS DE ENSINO ARTICULANDO LITERATURA INFANTIL E ESTATÍSTICA¹

Izabela Cristina Bezerra da Silva
Gilda Lisbôa Guimarães

Existem diversos recursos pedagógicos, como jogos, sites, histórias em quadrinhos ou literatura infantil que podem ser utilizados nas aulas de Matemática, com o intuito de auxiliar os professores no ensino e aprendizagem dos alunos. O presente capítulo dará ênfase em sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas pelos professores, com o uso de livros de literatura infantil, através de situações interdisciplinares envolvendo conceitos estatísticos, para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Literatura infantil nas aulas de Matemática, uma relação possível?

Com o uso da literatura infantil, é possível desenvolver um trabalho interdisciplinar e contextualizado nas aulas de Mate-

1 Pesquisa com apoio da Facepe.

mática, tendo em vista que muitos alunos têm dificuldades com os conteúdos dessa disciplina. Na formação dos conceitos matemáticos mediados pela literatura, o professor tem o papel de ser o organizador e facilitador desse processo de ensino e aprendizagem, questionando, ao mesmo tempo em que a criança se envolve com a história. Então, a literatura pode ser usada como estímulo para ouvir, ler, pensar e escrever sobre Matemática (SMOLE, 2000).

Essa tendência faz com que a utilização da literatura infantil, de maneira interdisciplinar, possibilite que passos importantes sejam dados em direção à formação de conceitos matemáticos, permitindo novos olhares diante de práticas pedagógicas tradicionais desenvolvidas.

A leitura protocolada, ou seja, uma leitura pausada por questões de encaminhamento da história, é uma boa estratégia, quando se trabalha com literatura infantil ou qualquer tipo de texto em sala de aula, pois tem como finalidade as inferências feitas pelas crianças, podendo fazer suposições e conferir as informações destacadas, em sala de aula, pelos alunos, com os fatos ocorridos na história. Para Dell'Isolla (2001), a pausa protocolada é um recurso que exige interrupções em trechos da história, quando o professor acha relevante mencioná-los com seus alunos. De acordo com Zacarias e Moro (2005), através de histórias, é possível apresentar para as crianças conceitos matemáticos nas aulas, contribuindo para o desenvolvimento de diferentes práticas no ensino dessa disciplina. A conexão da Matemática com histórias infantis, além de modificar o ensino tradicional, pode promover o crescimento de competências Matemáticas e de Linguagem.

Nesse sentido, Smole, Rocha, Cândido e Stancanelli (2004) apontam que as aulas com esses recursos permitem que habilidades Matemáticas e de Linguagem desenvolvam-se juntas, enquanto os alunos leem, escrevem e conversam sobre as ideias matemáticas. A linguagem Matemática, para crianças, está inerente às suas vivências cotidianas. Sendo assim, o professor precisa estar atento a todas as possibilidades a serem exploradas e inter-relacionadas as outras linguagens, de modo que o saber matemático possa ser trabalhado e aprendido de maneira significativa e natural. Ademais, existe uma variedade de obras literárias que permitem uma abordagem para que o ensino de Matemática aconteça de maneira contextualizada, seja por meio de conteúdos explícitos ou implícitos no enredo. Para esse capítulo, foram escolhidos dois livros de literatura infantil que serão apresentados posteriormente, bem como sugestões de atividades que o professor pode desenvolver com Estatística.

Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental

No âmbito escolar, existem muitas possibilidades para que o professor introduza a Estatística nas aulas de Matemática, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Já que vivemos em um mundo repleto de informações, é necessário que a escola insira, desde os primeiros anos de escolarização, situações que possam auxiliar os alunos no exercício da cidadania, através de práticas reflexivas e críticas, possibilitando que os professores incentivem seus alunos a confrontar os problemas do mundo real.

Atualmente, com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, a Estatística é uma das unidades temáticas da Matemática junto com Probabilidade. O documento enfatiza que os professores proporcionem aos alunos situações que envolvam a coleta, a organização, a representação, a interpretação, a análise dos dados em diversos contextos, além da tomada de decisões a partir deles. Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a BNCC destaca o trabalho com pesquisas, considerando a construção e interpretação das informações representadas através de gráficos e tabelas. Diante disso, é válido mencionar que o planejamento de como fazer pesquisas pode ajudar na compreensão do papel que a Estatística possui no cotidiano dos educandos (BRASIL, 2017). A realização de uma pesquisa pode ser compreendida como um ciclo investigativo, apresentado no capítulo 1 desse livro. Assim, acreditamos que os professores podem elaborar atividades que contemplem todas as fases, ou apenas algumas, do ciclo investigativo, com seus alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

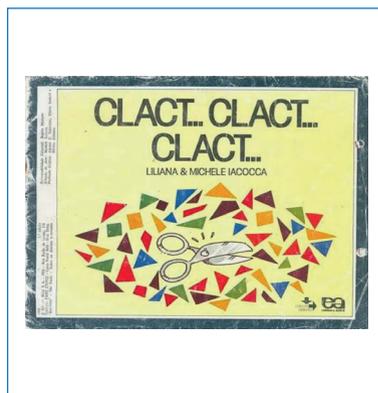
São poucos os livros de literatura infantil que permitem uma abordagem para trabalhar conceitos estatísticos, com os alunos, em sala de aula, de forma contextualizada. Um deles é “Fugindo das garras do gato” (Figura 1) de ChoiYun-Jeong e Kim Sun-Yeong, da editora Callis. Esse livro permite que o professor realize atividades com conceitos estatísticos de maneira interativa, através de situações presentes no enredo. Já o livro o “Clact... Clact... Clact...” (Figura 2) de Michele e Liliana Iacocca, da editora Ática, não traz, de maneira explícita, conteúdos relacionados à Estatística, porém, permite que

o professor desenvolva um trabalho com classificação, através de várias situações, utilizando-se da história como ponto de partida para esse conteúdo.

Figura 1. Livro *Fugindo das garras do gato*



Figura 2. Livro *Clact... Clact... Clact...*



FONTE: Reprodução da Internet.

Para se ter um bom uso de livros de literatura infantil em sala de aula, o professor, além de selecionar previamente os livros que deseja trabalhar com seus alunos, deve fazer um bom planejamento da aula, pensar nos objetivos que deseja alcançar, estimular a curiosidade dos alunos, não utilizar atividades que sejam muito repetitivas, para que a história não perca o sentido, e sempre apreciar os registros que as crianças fazem. As potencialidades pedagógicas que as histórias infantis proporcionam vão muito além de apenas ser um recurso lúdico para os alunos. Nas aulas de matemática, os professores podem inovar usando diferentes estratégias de ensino.

Apresentaremos, nesta seção, algumas práticas de ensino que duas professoras desenvolveram com seus alunos, uti-

lizando esses livros de literatura infantil para o ensino de Estatística. Com o livro “Fugindo das garras do gato”, mostraremos uma aula realizada com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental. Já com o livro “Clact... Clact... Clact...” a aula foi realizada com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Iniciamos, enfatizando a boa qualidade dessas aulas. Vejamos como foram as respectivas aulas, pois acreditamos que elas podem servir de inspiração para a elaboração de outras aulas com literatura infantil e Estatística nos anos iniciais.

Fugindo das garras do gato na turma do 1º ano

O livro conta a história de um grupo de ratinhos que morava dentro de um esconderijo secreto no celeiro de uma fazenda, nesse local tinha muita comida e feno macio. De repente, eles recebem um bilhete de um gato malvado que mora na fazenda e ficam preocupados. Então os ratinhos se reúnem para decidir pendurar algo no pescoço dele para que soubessem quando o gato malvado estivesse por perto. Esse livro é bem interativo e propõe diversas situações em que o professor pode desenvolver o pensamento estatístico através de pesquisas, tomada de decisão, construção de gráfico, comparação de dados com diferentes tipos de amostras (alunos x ratinhos), entre outras possibilidades. A professora do 1º ano realizou a leitura protocolada, permitindo que os alunos pudessem comparar suas hipóteses com os fatos ocorridos entre os personagens do livro. Inicialmente, ela mostrou o livro impresso para os alunos e logo em seguida começou a leitura com o auxílio de um data show (Figuras 3 e 4).

Figuras 3 e 4. Professora mostrando o livro impresso e realizando a leitura protocolada



FONTE: As autoras.

Nesse livro, os ratinhos precisam achar uma forma de saber quando o gato está se aproximando e, para tal, vão sugerindo ideias e realizando argumentações e votações para escolher a melhor. A professora do 1º ano propôs votações junto a seus alunos, do mesmo modo que o livro, permitindo a eles não somente escutarem a história, mas também participarem dela, provocando a vontade de participar das votações e refletindo como fariam. A professora realizou diferentes formas de registro dessas votações: pedaços de lápis de cera, tampinhas de garrafas, levantando as mãos ou com bolinhas no quadro (Figuras 5 e 6).

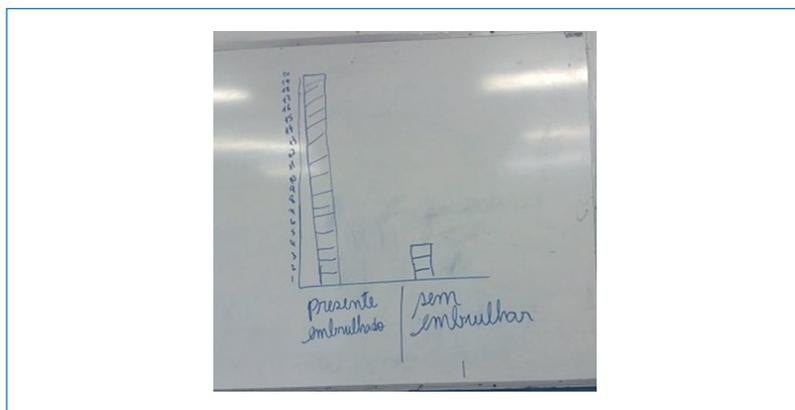
Figuras 5 e 6. Alunos votando por suas soluções propostas na história



FONTE: As autoras.

Finalizando o primeiro momento da aula, a professora solicitou o preenchimento coletivo de um gráfico de barras no quadro (Figura 7), representando uma das situações, o tipo de presente entregue para o gato na história. Assim, ao mesmo tempo que os alunos ouviam e acompanhavam o desenrolar da história, eles estavam decidindo, também por votação, como a turma faria e comparando com a forma eleita pelos ratinhos. Desse modo, as crianças iam colocando questões, organizando formas de coletar e registrar dados, para tomarem decisões. Assim a pesquisa foi o eixo do ensino da Estatística, como vem sendo ressaltado na BNCC.

Figura 7. Gráfico construído pela professora, a partir dos dados da turma



FONTE: As autoras.

Nesse momento, a professora registrou o nome das barras e escolheu uma escala unitária. Entretanto, chamamos atenção para a necessidade de colocar também o título, o nome dos eixos e a fonte, pois eles esclarecem as informações apresentadas.

Após o término das atividades interativas com o livro “Fugindo das garras do gato”, em um segundo momento de aula, a professora realizou atividades impressas de maneira interdisciplinar, com outras temáticas como Língua Portuguesa ao abordar o gênero textual bilhete, associando o bilhete feito pelos alunos com o que foi produzido pelos personagens da história (Figura 8), além de esportes relacionados à disciplina de Educação Física (Figuras 9 e 10).

Figura 8. Atividade impressa elaborada pela professora do 1º ano

A atividade impressa apresenta um bilhete de Samuel para Rafael. O bilhete contém o seguinte texto: "SAMUEL, VOU VIAJAR E NÃO POSSO IR À SUA CASA HOJE. VENHA EM MINHA CASA NO SÁBADO À TARDE PARA JOGARMOS VIDEO GAME. UM ABRAÇO, RAFAEL". Abaixo do bilhete, há três perguntas para serem respondidas pelos alunos:

1 - ESCREVA OS NOMES.
QUEM ESCREVEU O BILHETE:
PARA QUEM ERA O BILHETE:

2 - PARA QUAL DIA DA SEMANA FOI O CONVITE?
 DOMINGO SEGUNDA-FEIRA SÁBADO

3 - PARA QUAL PERÍODO DO DIA FOI O CONVITE?
 MANHÃ TARDE NOITE

FONTE: As autoras.

De acordo com a professora, as atividades impressas serviram para avaliar o desempenho dos seus alunos individualmente, além de permitir um trabalho interdisciplinar. Sendo assim, a aula e as atividades propostas foram enriquecedoras favorecendo uma abertura para explorar outros saberes.

Figuras 9 e 10. Atividades impressas elaboradas pela professora do 1º ano

ESCOLA DR. LUIZ GONZAGA MARANHÃO
NOME: _____ DATA: _____
PROFESSORA: _____
ATIVIDADE DE CLASSE

☐ O professor de Educação Física do aula de Educação observou fazer uma votação do esporte preferido entre os alunos.
Faça o nome das modalidades esportivas.

MODALIDADE	VONTADE
	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

☐ Quantos alunos NÃO votaram em futebol?

COMPLETANDO O GRÁFICO

☐ Preencha o gráfico abaixo de acordo com o resultado da votação do pátio anterior.

Esporte	Votos
	4
	3
	2
	2
	0

☐ Agora, responda:
☐ Qual esporte foi o mais votado? _____
☐ Quantos alunos votaram em vôleibol e em futebol? _____
☐ Qual a diferença entre os alunos que votaram em basquete e em futebol? _____
☐ Qual o esporte menos votado? _____

FONTE: As autoras.

Clact... Clact... Clatc... na turma do 5º ano

Esse livro conta a história de uma tesoura muito mandona que acaba encontrando vários papéis coloridos picados e misturados, não gostando nada da bagunça. Ela até tenta organizar os papéis por cores, mas não fica muito satisfeita com a arrumação. Apesar de não trazer conteúdo sobre Estatística de maneira explícita, esse livro permite uma abordagem para um trabalho sobre classificação. A professora do 5º ano aproveitou essa oportunidade. Inicialmente, realizou a leitura protocolada com seus alunos, apresentando a capa do livro para que eles pudessem levantar hipóteses sobre o que seria a história. Esse tipo de leitura é importante pelo fato de que o professor estimula seus alunos a relacionarem suas experiências com os fatos ocorridos na história. Assim, quando o professor lê a história realizando paradas para que seus alunos antecipem o que pode acontecer ou reflitam sobre o que aconteceu, é uma forma de envolver cada um deles na leitura.

A professora, além de ter o livro em mãos, resolveu fazer a leitura protocolada, projetando o livro através de um data show (Figura 11) para que todos os alunos visualizassem, da melhor forma possível, a história. Os alunos já estão acostumados a participar de leituras com esse recurso tecnológico, porém, a professora destaca que é importante ter o mesmo livro impresso para que, durante a leitura e após o término, eles folheiem o livro. Um fato interessante é que essa professora, quando utiliza livros de literatura infantil, sempre faz um tipo de propaganda do livro. Em dia anterior ela mostra o nome da história e a capa e avisa para não faltarem, pois vai contar aquela história. Com isso, os alunos ficam empolgados.

Figura 11. Professora realizando a leitura protocolada com seus alunos



FONTE: As autoras.

Durante a leitura, a professora perguntou aos alunos o que significava o barulho clact... clact... clact... que a tesoura sempre fazia e que também era o título do livro. Os alunos

logo responderam coletivamente que era uma “onomatopeia” e que significava a reprodução de algum barulho (som), citando outros exemplos. É possível perceber a importância do trabalho interdisciplinar que a professora realizou com seus alunos, através de diferentes saberes, a partir de situações existentes no enredo da história. Um livro de literatura infantil é um recurso que o professor, sabendo utilizá-lo para fins pedagógicos, oferece ricas possibilidades.

Após a leitura, como nas situações ocorridas dentro da história, foi iniciado o trabalho com classificação. A professora explicava para os alunos que, do mesmo modo que a personagem “tesoura”, na história, classificava os papéis, estabelecendo como critério as cores, era possível que os alunos pudessem criar oralmente alguns critérios de classificação. Eles então começaram a falar alguns critérios como: alunos que estão com sandália e alunos que estão de tênis, alunos que sentam atrás e que sentam na frente, quem estava de farda e sem farda, quem escreve com a mão direita e quem escreve com a mão esquerda, alunos que usam óculos e os que não usam, compreendendo que quem estivesse em um grupo não poderia estar no outro.

Observa-se que todas as classificações eram em dois grupos, mas é importante, também, que o professor proponha classificações de 3 (três) ou mais grupos em outras ocasiões.

Em seguida, a professora explicou para seus alunos uma atividade impressa para que, em duplas, pudessem criar seus próprios critérios de classificação (Figuras 12 e 13). É importante destacar que, ao realizar um trabalho sobre classificação, os professores utilizem elementos que os alunos conheçam e sempre expliquem sobre os critérios de exclusividade (todos

os elementos devem ficar em algum grupo) e exaustividade (um mesmo elemento não pode estar em mais de um grupo), essenciais em qualquer classificação.

Figuras 12 e 13. Alunos do 5º ano criando critérios para classificar



FONTE: As autoras.

Nessa atividade, a professora entregou para cada dupla 9 (nove) figurinhas de desenhos animados recortadas individualmente. Manipulando as figurinhas, os grupos criaram os critérios para classificar. A professora solicitou que anotassem qual o critério foi utilizado para organizar. Quando os estudantes chegaram a uma conclusão, ela entregou papel para colarem as figurinhas e escreverem os nomes de cada grupo. Os alunos puderam realizar as atividades sobre classificação criando diferentes critérios para as mesmas figurinhas de desenhos animados (Figuras 14 e 15).

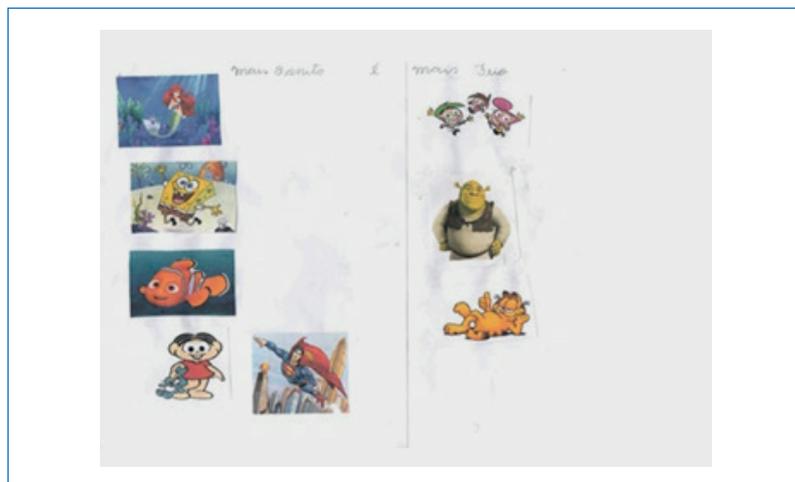
Os alunos gostaram bastante dessa atividade, tendo em vista que utilizaram materiais manipulativos e estavam em duplas, interagindo sobre as diversas possibilidades de classi-

Figura 14. Classificação criada pelos alunos utilizando como critério grupo dos desenhos engraçados e grupo dos desenhos aventureiros



FONTE: As autoras.

Figura 15. Classificação criada pelos alunos utilizando como critério grupo dos desenhos mais bonitos e desenhos mais feios



FONTE: As autoras.

ficar os desenhos. Cada dupla estabeleceu diferentes tipos de critérios que foram socializados, ao final, com a turma toda e, também, refletiram sobre as especificações encontradas (Figura 16). Quando os alunos estavam apresentando seus critérios de classificação, a professora retomou ao exemplo feito pela tesoura ao classificar os papéis no livro “Clac... Clact... Clact...”. Nessa aula, foram propostas pela professora duas atividades diferentes envolvendo a classificação a partir de um critério dado e a criação de um critério de classificação.

Figuras 16. Aluno apresentando para a turma o critério utilizado pela dupla



FONTE: As autoras.

Outra atividade envolvendo classificação pode ser feita com os alunos a partir de materiais de sucata (palitos de picolé, garrafas pet de cores diferentes, caixas de papelão, copinhos de plástico, caixas de embalagens diversas, botões diferentes, bolinhas, retalhos de tecido, pedaços de lixa com diferentes

texturas, entre outros). É fundamental que o professor incentive os alunos a criarem critérios de classificação e que eles percebam que os mesmos objetos podem ser classificados de várias formas.

Considerações finais

Trabalhar com recursos diversificados pode ser uma estratégia facilitadora, como observado através da articulação de obras literárias, tornando possível explorar Matemática através de conteúdos relacionados à Estatística. As duas aulas ministradas pelas professoras, do início (1º ano) e final (5º ano) dos anos iniciais do Ensino Fundamental mostram, que é possível realizar um trabalho interdisciplinar contextualizando com Estatística e literatura infantil, em sala de aula, nos diferentes níveis de escolarização.

O ensino de Estatística, como apontado no atual currículo brasileiro através da BNCC (BRASIL, 2017), pode ser introduzido desde os anos iniciais de escolarização. É importante que o professor sempre esteja atento as suas práticas em sala de aula, para que o aprendizado ocorra de maneira prazerosa. Espera-se ter contribuído com sugestões de atividades que possam auxiliar docentes que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o uso da literatura infantil nas aulas de Matemática, através de conceitos estatísticos, e desejamos que outros trabalhos sejam realizados sobre essa instigante temática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC* 2ª versão. Brasília-DF: MEC, 2017.

DELL'ISOLA, R. *Leitura: inferências e contexto sociocultural*. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2001.

IACOCCA, L.; IACOCCA, M. *Clact... Clact... Clact...* São Paulo: Ática, 2000.

JEONG, C. Y.; YEONG, K. S. *Fugindo das garras do gato*. São Paulo: Callis, 2008.

SMOLE, K. *A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SMOLE, K.; ROCHA, G.; CÂNDIDO, P., STANCANELLI, R. *Era uma vez na Matemática: uma conexão com a literatura infantil*. 5. ed. São Paulo: Caem, 2004.

ZACARIAS, E.; MORO, M. L. A matemática das crianças pequenas e a literatura infantil. *Educar*, Curitiba, n. 25, p. 275-299, 2005.

CAPÍTULO 11

O ENSINO DE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL COM USO DE TECNOLOGIAS MÓVEIS COMO AGENTE FACILITADOR

Paulo Marcos Ribeiro

A utilização de tecnologias digitais (TD) vem se popularizando e beneficiando o desenvolvimento de uma nova cultura de uso desses recursos nos vários ambientes da sociedade. Os aparelhos móveis, como laptops, smartphones e tablets, podem ampliar o acesso à comunicação e informação, permitindo aos usuários o contato com conhecimentos acerca de diversos setores da sociedade, como: saúde, meio ambiente, cultura, entre outros.

Esses aparelhos funcionam também como suportes para linguagens multimodais, permitindo a utilização simultânea de textos, vídeos e áudios. Quando adicionamos essas tecnologias as nossas atividades diárias, podemos contribuir para facilitar a nossa vida. Diante desse contexto, por que não utilizar essas TD em ambientes educacionais como recursos didáticos?

Atualmente, na área da educação, temos a impressão de que, apesar do avanço das TD, na prática, esses recursos ainda vêm se apresentando de maneira tímida no processo de ensino-aprendizagem. Embora, alunos e professores os utilizem para cunho particular, infelizmente, isso não se reflete na sala de aula.

Para mudar essa realidade é preciso que as escolas estejam preparadas para lidar com essas tecnologias em situações cotidianas, o que requer mobilizar os professores para que eles possam refletir sobre como o uso desses recursos pode favorecer a sua prática pedagógica.

Adicionado a isso, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) reforça que uma das competências a serem desenvolvidas pelos estudantes está relacionada ao uso de tecnologias digitais, oportunizando a construção de novos conhecimentos de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, exercendo o protagonismo na vida pessoal e coletiva.

Na área de Matemática, especificamente, a BNCC (BRASIL, 2017) aponta que as tecnologias digitais e aplicativos servem para investigações matemáticas como forma de consolidar, ampliar e aprofundar aprendizagens essenciais, desenvolvidas desde o Ensino Fundamental. Para o contexto do ensino da Estatística, destaca-se o uso de tecnologias digitais, como calculadoras. Além disso, ressalta-se que esse instrumento é útil “[...] *para avaliar e comparar resultados, e planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central*” (BRASIL, 2017, p. 274).

Entre os conteúdos estatísticos, estamos interessados em conversar sobre as medidas de tendência central, nas quais temos a média aritmética, mediana e moda. Visto que, embora

presente no cotidiano das pessoas e sendo conteúdo apontado pelo currículo a ser trabalhado no Ensino Fundamental, percebemos que nossos alunos ainda apresentam lacunas na aprendizagem. Desse modo, nos próximos tópicos, iremos refletir sobre as medidas de tendência central e apresentar uma proposta de ensino com o uso de TD.

Mas, qual é a melhor medida central a ser utilizada?

Como sabemos, cada medida central tem suas particularidades que se adequam conforme as situações requeridas. Mas qual devemos escolher? Diante desse dilema, é importante escolher aquela que mais se adequa as nossas necessidades. Um bom exemplo foi proposto por Bigode, autor do livro da Figura 1.

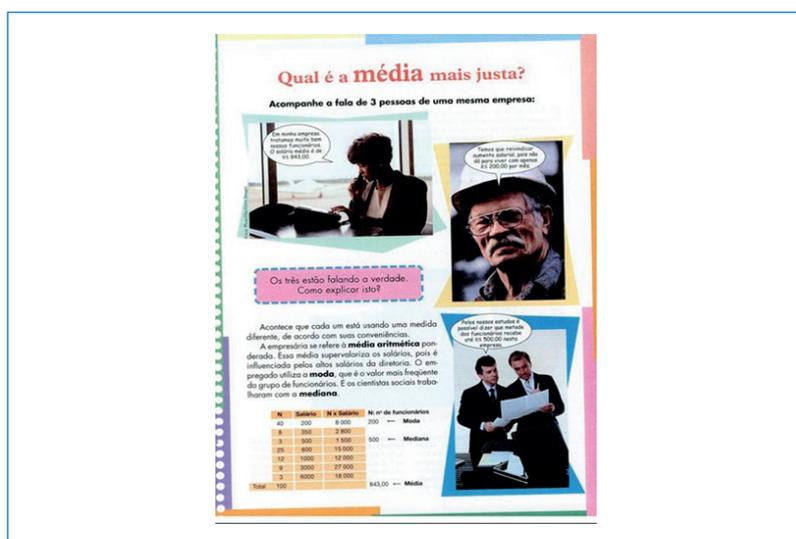
Vemos, na primeira situação, a da empresária, o contexto da média aritmética, que a princípio nos parece mais conveniente, visto que deixa os salários dos funcionários como se fossem iguais. Mas será que um executivo gostaria de um salário de R\$ 843,00? Acreditamos que não, pois percebemos que, de acordo com os salários representados na tabela, há uma disparidade entre eles, uma vez que temos pessoas que recebem R\$ 6.000,00 e outras que recebem apenas R\$ 200,00. Inferimos, também, que a média sofre influência de todos os elementos no conjunto de dados, nesse caso, de todos os salários pagos pela empresa.

Na segunda situação, do operário, temos a moda, que representa o grupo de 40 (quarenta) operários. Essa é a categoria com o maior número de pessoas com o mesmo salário, e esse valor é o mais baixo entre os pagos pela empresa. Nessa

situação, a moda não é influenciada pelos valores extremos, diferentemente da média aritmética. Usando a moda como medida, o grupo de 40 (quarenta) operários fundamenta sua reivindicação por aumento justo.

Na terceira situação, temos os cientistas, que abordam a mediana. Nesse caso, é demonstrado o que ocorre com os salários dos 100 funcionários. Para isso, realizam a mediana identificando entre o conjunto dos salários os que estão no centro desses valores e dividem por 2, já que temos um número par de elementos. Interessa saber que metade dos funcionários recebe valor próximo ou igual a R\$ 500,00 e os demais 50% recebem acima desse. Nesse caso, constatamos que a mediana disfarçou os valores discrepantes existentes entre os salários mais altos e mais baixos.

Figura 1. Exemplo de atividade que explora os conceitos de média, moda e mediana em situações diversas com o mesmo contexto



FONTE: Matemática Hoje é Feita Assim (Editora FTD, p. 318-320, 2000).

Então, diante dessas situações, nos questionamos: qual é a melhor medida? O que podemos concluir dessas situações?

Tais reflexões nos levam a entender que não existe uma ou outra medida melhor, mas que devemos decidir qual melhor usar de acordo com nossas necessidades cotidianas. Isso respalda que nós professores precisamos ter em mente que o ensino das medidas vai muito além de ensinar cálculos, mas fazer nossos alunos compreenderem as características de cada uma delas e o fato de que elas têm sua importância nas diversas situações da vida.

Uma vez que discutimos sobre situações em que podemos aplicar as medidas, iremos conceituá-las na próxima sessão.

Conceituando as Medidas de Tendência Central (MTC)

A média aritmética pode ser considerada a mais familiar entre as medidas de tendência central, sendo usada no ambiente escolar, quando precisamos “passar por média”, e fora dele, quando, por exemplo, precisamos saber o tempo médio para ser atendido em um banco. Conforme Novaes e Coutinho (2008), encontrar a média é identificar o valor de equilíbrio de um conjunto de dados, considerando todos os valores observados, mesmo que discrepantes. Assim, a média é altamente influenciada pelos extremos. Isto é, ela é obtida quando dividindo a soma de todos os elementos de um conjunto de dados pela quantidade desses elementos observados.

Conforme Cazorla, Santana e Utsumi (2019), existem três classes de situações que podem destacar a aplicação da média: as que abordam a média simples (soma dos valores dividido pelo número de dados); a agregada (quando não se conhecem

os valores individuais da variável, mas apenas a soma) e a ponderada (quando os valores da variável têm “pesos” diferentes de 1).

Além disso, para as autoras, a média tem função na análise e compreensão do comportamento de um conjunto de dados e serve também de base para outras medidas, tais como: o desvio padrão, correlação, entre outras.

A mediana é uma medida aplicada num conjunto de dados dispostos de maneira ordenada (crescente ou decrescente). Além disso, de forma implícita, gira em torno da ideia do elemento central que divide a população em duas partes iguais. Isto é, a metade dos valores observados é menor ou igual a mediana e os demais 50% são maiores do que ela.

Logo, consideramos a mediana como uma medida posicional que melhor visualiza a distribuição na variação do conjunto de dados que se está estudando, pois ela não sofre com efeitos dos valores discrepantes ou atípicos existentes, diferente da média aritmética.

Por fim, temos a moda, que permite identificar o elemento mais frequente no conjunto de dados. Por isso, é uma medida mais intuitiva, já que se refere à categoria da variável qualitativa ou quantitativa que se repete, com maior frequência, num conjunto de dados. A moda é o ponto máximo dos dados num gráfico de barras ou pictórico.

Nesse caso, quando há dois valores que se repetem com frequência em um conjunto de dados, chamamos de bimodal. Quando há mais de dois valores modais, então o conjunto é considerado multimodal. Contudo, quando nenhum valor é repetido, não temos a moda.

Diante do que foi discutido até o momento, apresentaremos uma proposta de ensino das medidas de tendência central, a qual foi realizada com os alunos do 9º ano, tendo como recurso o uso das TD para potencializar a aprendizagem.

Proposta de ensino para o 9º ano

A ideia dessa experiência surgiu diante da necessidade de melhorar a compreensão de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre as Medidas de Tendência Central, visto que eles apresentavam dificuldades em compreender esse conteúdo.

Na ocasião, observamos que a didática utilizada, nas aulas de matemática, desses alunos, baseava-se em resolução de cálculos. Percebemos que tal método não permitia que os alunos entendessem as medidas de maneira mais significativa. Então, diante dessa problemática, começamos a pensar como poderíamos contribuir para modificar tal situação.

Com isso, surgiu a ideia de utilizarmos um aplicativo que, de fato, possa facilitar a compreensão dos alunos. Para tal, optamos pelo aplicativo “Calculadora Estatística Pro”, selecionado por ser um *software* em língua portuguesa, gratuito e possível de baixar em tablets ou smartphones. Segundo Silva (2015), o aplicativo pode ser utilizado como uma calculadora que realiza operações com medidas estatísticas e há a possibilidade de visualização de alguns gráficos. Além disso, o aplicativo divide-se em três seções: 1ª Cálculo Estatístico; 2ª Representação Gráfica; 3ª Referência (relativo às fórmulas). Essas seções podem ser visualizadas a partir das abas presentes na tela. O diferencial desse aplicativo está na realização

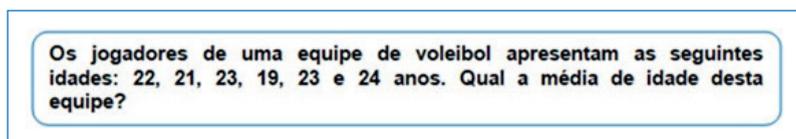
dos cálculos a partir dos dados inseridos pelo usuário e na possibilidade de visualização dos resultados das medidas estatísticas em representações gráficas.

Assim, optamos por trabalhar uma sequência de atividades divididas em 4 etapas com duração de cinco horas/aula, realizadas com uma turma de 26 (vinte e seis) estudantes do 9º ano, de uma escola pública municipal, localizada na cidade de Ipojuca-PE.

Etapa 1: Conceitos apresentados de medidas estatísticas

O objetivo dessa etapa foi apresentar os conceitos de medidas de tendência central, e aplicá-los em simulações com o uso do aplicativo “Calculadora Estatística Pro”. Iniciamos nossa proposta por meio da exposição de um exemplo, em que buscamos explorar os conceitos das medidas junto aos alunos. Utilizamos a seguinte proposta:

Figura 2. Atividade 1



FONTE: O autor.

Após a leitura da questão, foram feitos questionamentos para ajudar os alunos a compreender os dados e identificar as variáveis de estudo, como: Do que se trata esse problema? Dessas informações apresentadas, quais estão variando? Existem informações que se repetem? Como poderíamos organizar essas informações? Após esses questionamentos,

foi realizada a construção de uma tabela com os dados, organizada pela variável “idade dos jogadores”, por ordem crescente e anotando a quantidade de vezes que cada uma delas se repetia.

Figura 3. Tabela da Atividade 1

A tabela apresenta o título "Média das idades dos jogadores". Ela possui duas colunas: "Idades dos Jogadores" e "Frequência". Os dados são os seguintes:

Idades dos Jogadores	Frequência
19	1
21	1
22	1
23	2
24	1

Uma caixa de texto com uma seta apontando para a célula (23, 2) contém o texto: "A idade de 23 anos aparece com mais frequência."

FONTE: O autor.

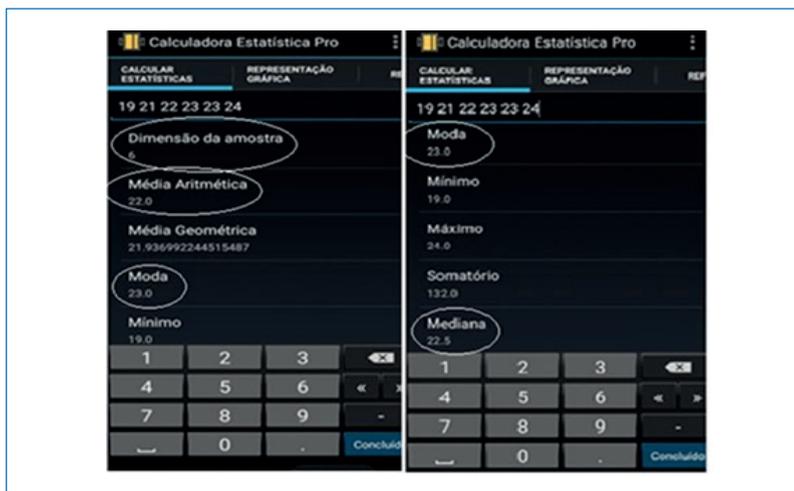
A partir desses dados organizados em tabela, foi possível calcular a média aritmética de idade dos jogadores (22 anos). Da mesma forma, por meio da observação, os alunos identificaram a moda, sendo o número 23 a idade com mais frequência de jogadores. Por fim, a partir da ordem crescente dos elementos (idades), foram localizados os valores centrais (22 e 23). Com o cálculo, somamos os dois valores e dividimos por 2. Assim, obtivemos a mediana (22,5).

A partir desse diálogo inicial, foi possível introduzir as medidas de forma contextualizada, possibilitando aos alunos lidarem com algumas propriedades da média aritmética, mediana e moda.

Em seguida, ainda utilizando o exemplo da idade dos jogadores, propusemos aos alunos o desenvolvimento de

uma simulação no aplicativo, como forma de manipular o recurso e ambientar-se com ele (Figura 4), no qual destacamos as medidas de tendência central.

Figura 4. Uso do aplicativo na atividade 1



FONTE: O autor.

Após a realização dessa simulação, foi sugerido aos alunos que acrescentassem novos valores, com o intuito de perceber que medidas sofrem influência em função disso. Por exemplo, ao acrescentar o valor “21”, percebemos mudança nas medidas: moda, média aritmética e mediana (Figura 5), em relação aos valores iniciais (Figura 4). Vejamos:

A partir da manipulação do aplicativo, os alunos ficaram entusiasmados com os novos valores calculados tão prontamente e foram capazes de verificar a mudança na dimensão da amostra, a diminuição no valor da média aritmética, a moda, que apresentou dois valores (Bimodal), e a mediana,

Figura 5. Interação dos alunos com o recurso, acrescentando novos valores



FONTE: O autor.

mudando de 22,5 para 22. Esse momento possibilitou a discussão de algumas propriedades das medidas, por exemplo: o que é moda bimodal? A média aritmética sofre influência de todos os valores, em uma amostra com a quantidade de elementos ímpar? A mediana é o valor central, respeitando a ordem crescente ou decrescente?

Etapa 2: Utilizando o aplicativo

Essa etapa tinha como objetivo aprofundar os conceitos relacionados às medidas e permitir que os alunos manipulassem o aplicativo de forma autônoma. Como ponto de partida, solicitamos aos estudantes que realizassem simulações com o aplicativo. Para tal, os alunos puderam manipulá-lo sem a intervenção do professor. Nesse processo, eles precisaram resolver a situação apresentada na Figura 6.

Figura 6. Atividade 2

Com os seguintes valores dados (1, 2, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 6, 6) calcule;

- a) A média aritmética;
- b) A moda;
- c) A mediana.

Verificar a representação dos dados da atividade nos seguintes gráficos:

- a) Barra
- b) Linha
- c) Histograma
- d) Box Plot

FONTE: O autor.

Mais uma vez, foi possível promover reflexões sobre a exposição dos dados no aplicativo e os resultados apresentados sobre as medidas estatísticas, levando os alunos a perceberem as mudanças visualizadas (Figura 7). O nosso intuito não foi apenas que os alunos realizassem cálculos, mas que refletissem sobre os significados dos resultados encontrados.

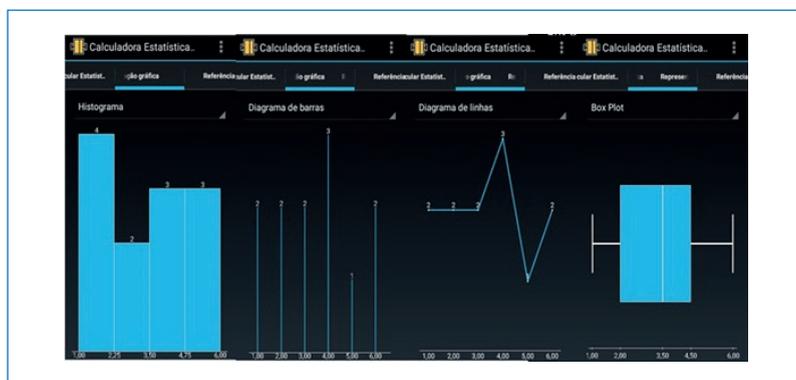
Figura 7. Resultados obtidos dos dados a partir da Atividade 2

The image shows three side-by-side screenshots of a mobile application titled 'Calculadora Estatística'. Each screen displays the same data set: 1, 2, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 6, 6. The first screen shows the input data and the 'Dimensão da amostra' (12). The second screen shows 'Moda' (4.0), 'Mínimo' (1.0), and 'Máximo' (6.0). The third screen shows 'Máximo' (6.0), 'Somatório' (41.0), and 'Mediana' (3.5). Below the data, there is a numeric keypad and a 'Concluído' button.

FONTE: O autor.

Com os dados inseridos, os alunos puderam verificar os tipos de gráficos representados com os valores dados na atividade proposta (Figura 8). Não há escala nos gráficos apresentados no aplicativo e os alunos não perceberam autonomamente a ausência dela. Quando questionados se estava faltando algo nas representações, demonstraram desconhecer esse elemento importante no gráfico e sua função para ajudar a compreender as informações representadas.

Figura 8. Gráficos construídos pelo aplicativo



FONTE: O autor.

Conforme Guimarães e Oliveira (2014), o uso de escalas é importante para que os estudantes possam verificar e analisar um gráfico, apoiando-se sobre os fatores que o determinam e não somente sobre a sua aparência. Adicionado a isso, esse elemento tem se constituído um marcador de dificuldade para alunos.

Contudo, os dados apresentados nos gráficos do aplicativo estão dispostos em cima das barras (gráfico de barra) e pontos (gráfico de linha) o que facilita visualmente os valores

representados, procedimento que normalmente é realizado pela mídia.

É importante salientar que chamamos a atenção dos alunos quanto à necessidade de eles estarem atentos aos gráficos representados nos diversos meios de comunicação, como: revistas, jornais, tv, entre outros. Uma estratégia para se verificar a veracidade da escala é observar a proporcionalidade entre o tamanho das barras e os correspondentes valores acima dessas, pois há a possibilidade de haver erros que podem ludibriar o leitor quanto à informação dada.

Embora o aplicativo não utilize a escala nos gráficos, tivemos a preocupação de verificarmos a proporcionalidade das barras e linhas e, a partir disso, ter uma maior segurança sobre os dados apresentados. Ademais, a visualização dos dados numéricos nos gráficos, no aplicativo, ajudou os alunos a compreenderem a representação. Eles perceberam a variação e concentração dos dados, o que é muito importante, pois os números deixam de ser somente números e passam a evidenciar visualmente uma realidade. Para mais, o aplicativo apresenta vários tipos de gráficos, como Box Plot e Histograma, com os quais esses alunos não têm muita familiaridade.

É importante salientar que as representações no aplicativo demonstram outras limitações, como ausência dos eixos, o que levou a boas reflexões. Destaque-se que também discutimos a importância do título, da fonte e da legenda.

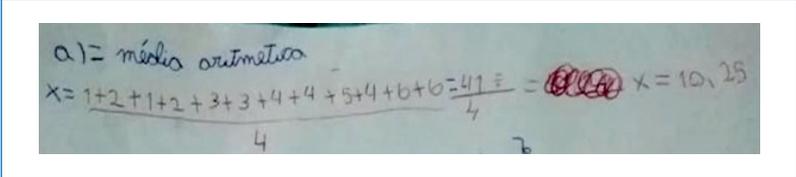
Ao final dessas discussões, solicitamos aos alunos que realizassem outras simulações livremente, de modo que explorassem as potencialidades que o aplicativo poderia lhes oferecer.

Etapa 3: Utilizando lápis e papel

O objetivo dessa etapa foi verificar a aprendizagem dos conceitos das medidas de tendência central, aprendidos pelos alunos após o uso do aplicativo.

Para isso, solicitamos que os estudantes realizassem a Atividade 2 (Figura 6) novamente, sendo que, dessa vez, com lápis e papel. Observamos que a maioria conseguiu identificar as medidas. Por outro lado, observamos que alguns alunos ainda apresentaram dificuldade com uma das propriedades da média aritmética (Figura 9).

Figura 9. Resposta de um aluno que demonstra incompreensão sobre o conceito


$$a) = \text{média aritmética}$$
$$x = \frac{1+2+1+2+3+3+4+4+5+4+6+6}{4} = \frac{41}{4} = 10,25$$

FONTE: O autor.

A dificuldade está em entender que a média aritmética é obtida quando dividimos a soma de todos os elementos de um conjunto de dados pela quantidade desses elementos. Mas, como observamos na Figura 9, o aluno soma todos os valores e divide por quatro e não por doze.

Já em relação à moda, obtivemos melhores resultados, uma vez que todos os alunos organizaram os dados e indicaram o valor mais frequente. De fato, a literatura aponta que a moda é uma das medidas de mais fácil compreensão, por ter um caráter intuitivo. A mesma situação de aprendizagem foi

vista quando todos os alunos indicaram a mediana, mesmo não existindo um termo central, que é característico de um conjunto com quantidade ímpar de elementos. Dessa forma, percebemos que os alunos compreendem que a mediana é obtida, diante de um conjunto de quantidade par de elementos, quando são somados os dois termos centrais e o valor é dividido por dois.

Para as representações gráficas, solicitamos que os alunos construíssem gráficos de barra e de linha, com dados da Atividade 2. A escolha por esses tipos de representações justifica-se por eles serem mais comuns no cotidiano escolar dos alunos, ou por estarem inseridos nos diversos meios de comunicação.

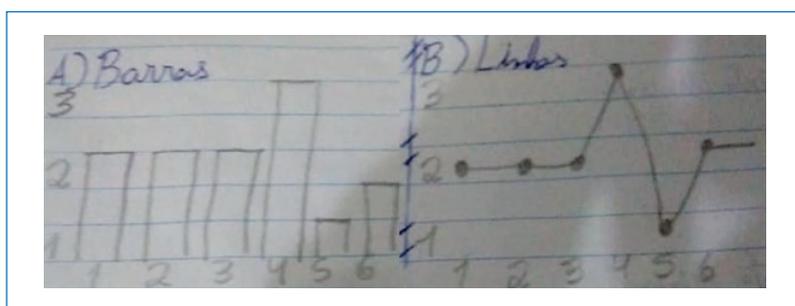
Quando se introduz o trabalho com gráficos, é sempre importante levantar questões que levem os alunos a refletir sobre: Que tipo de dados temos? Qual variável está em estudo? Elas têm como característica uma qualidade ou quantidade de algo? Em função disso, que tipo de gráfico podemos utilizar para representar os dados das variáveis?

Questionamentos como esses levam os alunos a refletir sobre as informações a serem representadas num determinado tipo de gráfico, bem como, por meio das informações representadas nos gráficos, identificar características, padrões e tendências dos dados e, assim, tirar conclusões para tomada de decisões. Isso é o que se espera de pessoas letradas estatisticamente.

Voltando para a atividade de gráfico, os alunos conseguiram realizar as suas representações com os gráficos solicitados, além do que foi realizado no aplicativo. Nesse contexto, destacamos o exemplo da Figura 10. Nele, o aluno constrói as

duas representações (barra e linha). Percebemos que ele teve o cuidado com a proporcionalidade das barras e pontos dos gráficos. Além disso, nas duas representações, o aluno coloca os valores dos eixos: na horizontal, os valores de cada categoria da Atividade 2, e no eixo vertical, a escala de valor unitário. Na produção desse aluno, há representação de uma escala proporcional, o que é positivo, pois ele foi além daquilo que o aplicativo oferecia. Também é importante pontuar a falta de alguns elementos dos gráficos, como a indicação dos eixos ou a ausência de título, em virtude da atividade 2 não fornecer tais informações.

Figura 10. gráfico de barra e de linha produzido por aluno



FONTE: O autor.

Etapa 4: Avaliando resultados e discussão sobre aplicativo

A aula também tinha como objetivo captar a opinião dos alunos e refletir sobre futuras adequações acerca da proposta de ensino de medidas de tendência central com o uso do aplicativo “Calculadora Estatística Pro”, para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

Por isso, em conjunto, discutimos sobre pontos positivos e negativos acerca do ensino e da dinâmica de uso do aplicativo. Nessa direção, apresentamos algumas colocações que ocorreram nesse momento, tendo as seguintes perguntas geradoras de discussão: “O que vocês acharam do aplicativo?”. A maioria dos alunos achou legal, pois foi novidade e, por ser de fácil manuseio, permitiu que eles realizassem a atividade sem muito problema.

Quando questionados sobre “Como esse aplicativo pode auxiliar na sua aprendizagem sobre os conteúdos abordados?”, consideraram importante, pois conseguiram relacionar algumas propriedades que foram abordadas sobre as medidas que até então não haviam compreendido. Questões elementares foram levantadas como “*Foi possível ver que quem aparece mais, está no mais alta do gráfico*” (a moda) e outras mais complexas “*já que ele calcula de várias formas diferentes o mesmo conjunto de dados e nos permite perceber que colocando um novo dado muda (sic) as medidas.*”

Dessa maneira, ficam aqui registradas algumas impressões dos alunos sobre o que compreenderam durante essas aulas, de modo a considerar que, nessa construção em conjunto, os estudantes trocaram ideias durante suas interações com seus pares e o aplicativo.

Por fim, buscamos com esse trabalho refletir sobre o que ocorreu quanto à prática pedagógica, uma vez que essa proposta surgiu da necessidade de mudanças de postura docente para que os alunos fossem estimulados a aprender.

Observamos que, com esse recurso, os alunos puderam atingir os objetivos propostos e ir além das limitações que

o aplicativo oferecia, como a construção da escala dos gráficos, por exemplo. Além disso, podemos afirmar que os alunos não só foram estimulados a “fazerem contas”, porém compreenderam as propriedades relacionadas às medidas trabalhadas. Dessa forma, eles passaram a compreender que a estatística possibilita argumentar e articular informações.

Por outro lado, a prática docente não é algo estático, mas está em constante evolução. Tendo isso em mente, percebemos a necessidade de abordar, em aulas futuras, contextos reais do nosso cotidiano, pois podem contribuir e facilitar, ainda mais, a relação do conteúdo e sua aprendizagem. Além disso, é possível contextualizar as variáveis estatísticas e suas representações, sair do modo abstrato para algo mais real na vida do aluno. Dessa forma, eles serão estimulados a relacionar os conteúdos estatísticos com a sua realidade, tornando a aprendizagem mais significativa.

Também acreditamos ser fundamental promover discussões e reflexões, junto aos alunos, antes, durante e ao final das atividades, porque esse movimento, além de ajudá-los a conhecerem os dados da atividade, promove reflexões sobre as respostas e as informações que a atividade quer conduzir. Tais discussões permitem, também, que nós professores compreendamos sobre como eles raciocinam e quais são suas dificuldades, a fim de melhor atendermos à necessidade surgida.

Por fim, acreditamos que a atividade se tornou mais um reforço na aprendizagem das medidas, de forma mais atraente em função do uso do aplicativo. Porém, nunca podemos perder de vista o significado dos números.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S.; UTSUMI, M. C. O campo conceitual da média aritmética: uma primeira aproximação conceitual. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 14, p. 1-21, set. 2019.

GUIMARÃES, G. L.; OLIVEIRA, I. A. F. G. Construção e Interpretação de Gráficos e Tabelas. In: VIANA, C.; ROLKOUSKI, E. (Org.). *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística*, v. 7. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014. p. 21-38.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. *Estatística para Educação Profissional*. São Paulo: RBB, 2008.

SILVA, P. M. R. *Aplicativos que abordam conceitos estatísticos em tablets e smartphones*. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

CAPÍTULO 12

EXPLORANDO O MUNDO DAS INCERTEZAS: O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Emilly Rayane Moura Diniz Santos
Waleska Stefany Moura Diniz
José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Situações de natureza aleatória são uma parte comum de nossas vidas, dado que muitas das experiências que vivenciamos, como sorteios e previsão do tempo, são aleatórias. As crianças também vivenciam situações de aleatoriedade no dia a dia, como o lançamento de dados ou moedas e, os joguinhos e brincadeiras como Jokenpô (pedra, papel e tesoura), zerinho ou um e par ou ímpar. Por essa razão, estudiosos enfatizam a relevância do ensino de probabilidade nas escolas, desde cedo, pois compreendem a necessidade das crianças de aprenderem a julgar, analisar, concluir e tomar decisões em situações envolvendo diversos elementos probabilísticos, a partir de contextos do mundo real.

Face ao exposto, o presente estudo objetiva discutir o desenvolvimento de compreensões sobre probabilidade, apresentando as noções necessárias para a construção do pensamento probabilístico, pelos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental; refletir sobre os principais obstáculos encontrados pelos estudantes no processo de aprendizagem; e, propor atividades envolvendo histórias infantis que possibilitem a superação dessas dificuldades.

A probabilidade e sua presença nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A probabilidade é discutida nas prescrições curriculares para o ensino de Matemática, as quais apontam a necessidade do desenvolvimento de compreensões probabilísticas cada vez mais cedo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), principal orientador dos currículos escolares em vigência, apresenta objetos de conhecimento e habilidades necessárias à aprendizagem de Probabilidade desde o 1º ano dos anos iniciais, elencando habilidades para os cinco anos que compõem esse nível de ensino. O Quadro 1 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades presentes na BNCC, para os anos iniciais do Ensino Fundamental:

Quadro 1. Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Probabilidade, presentes na BNCC

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º ano	Noção de acaso	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

FONTE: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 278-295).

Esse referencial curricular, salienta que as orientações presentes no documento não devem limitar o trabalho em sala de aula e destaca que a elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas devem enfatizar articulações dessas habilidades com as de outras áreas de conhecimento, inclusive com os objetos propostos para a Estatística e a Combinatória.

Pesquisadores como Bryant e Nunes (2012) defendem a necessidade de trabalhar um conjunto de conceitos para o desenvolvimento de compreensões sobre probabilidade. Alguns desses conceitos aparecem na BNCC e outros não, trazemos as contribuições desses pesquisadores para discutir as

possibilidades de abordagens dos diferentes conceitos a serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Bryant e Nunes (2012) compreendem a probabilidade como um conceito complexo e elencam quatro demandas cognitivas básicas para o desenvolvimento da compreensão de situações de probabilidade; destacando que, apesar de cada uma dessas demandas ser diferente uma da outra, elas se inter-relacionam. São elas:

- 1) Compreensão da natureza de experimentos e fenômenos aleatórios; características dos diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem para representar os referidos eventos;
- 2) Formar e classificar espaços amostrais, considerando todos os possíveis eventos e sequências de eventos que podem acontecer;
- 3) Comparar e quantificar probabilidades;
- 4) Compreender a noção de risco probabilístico para tomada de decisões envolvendo a relação entre variáveis.

A aleatoriedade está presente em nosso cotidiano e é parte importante das nossas vidas, ela envolve a ideia de incerteza, entendendo que, dentro de um conjunto de eventos possíveis, não se sabe quais deles vão acontecer ou em que ordem; pois mesmo sendo possível definir todas as possibilidades de ocorrência de um evento, não é possível garantir o resultado; entretanto, é possível pensar logicamente sobre os referidos resultados. Dessa maneira, se faz necessário comparar e distinguir os eventos aleatórios (que envolvem a ideia de incer-

teza) dos eventos determinísticos (que envolvem a ideia de certeza).

A aleatoriedade também compreende a ideia de equidade e justiça, que discute situações justas e injustas de tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances, ou não, entre as possibilidades (equiprovável e não-equiprovável). Se faz necessário ainda, discutir e comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios e da linguagem empregada, na compreensão dos eventos prováveis, improváveis, possível e impossível, bem como, eventos mais prováveis e menos prováveis, além da independência entre os eventos sucessivos.

Acerca da independência de eventos, Bryant e Nunes (2012) destacam que muitas pessoas cometem o erro de julgar que após um tipo de resultado, é mais provável um resultado diferente na próxima rodada, esse é o efeito *recência negativa*; ou ainda, que depois de um tipo de resultado, o mais provável é que o mesmo resultado aconteça na próxima rodada, esse é o efeito *recência positiva*. Bryant e Nunes (2012) apontam que a compreensão de aleatoriedade é de suma importância para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico, pois está presente em todos os problemas de probabilidade.

O espaço amostral é o conjunto de possibilidades de ocorrência de um evento em um problema de probabilidade. Ele é essencial para resolver qualquer problema probabilístico, pois, a partir da visualização de todas as possibilidades, é possível calcular as probabilidades de eventos particulares. Nesse sentido, compreende-se que o raciocínio combinatório é parte fundamental na aprendizagem da probabilidade, especificamente do espaço amostral. Os estudos de Pessoa e Borba (2009, 2010), apesar de não versarem sobre probabili-

dade, investigaram e discutiram a necessidade de se desenvolver o raciocínio combinatório, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados desses estudos apontaram dificuldades dos estudantes no levantamento sistemático de todas as possibilidades em situações combinatórias e no esgotamento de todas as possibilidades apresentadas nos problemas. Além disso, a dificuldade de sistematização de todas as possibilidades se mostrou mais expressiva nos resultados dos estudantes dos primeiros anos de escolarização.

Segundo Viali (2008), “a probabilidade é o ramo da matemática que pretende modelar fenômenos não determinísticos, isto é, aqueles fenômenos em que o ‘acaso’ representa um papel preponderante” (p. 143), entendendo acaso como um conjunto de forças não determinadas ou controladas, que influenciam a ocorrência de diferentes resultados (p. 144). Por exemplo, ao lançarmos uma moeda, sabemos que os resultados possíveis são “cara” ou “coroa”, porém, não é possível determinar com certeza qual será o resultado. A probabilidade é uma quantidade que se baseia em proporções, ou seja, é normalmente expressa por um número decimal, uma porcentagem ou uma razão, e a solução para a maioria dos problemas de probabilidade se dá através do cálculo de uma ou mais proporções e de relações simples, como mais ou menos. Ademais, envolve a quantificação e comparação de probabilidades.

As proporções podem ser pensadas e calculadas de duas maneiras, a primeira através da relação de uma parte com o todo, por exemplo, se uma caixa contém duas bolas vermelhas e seis azuis, o total de bolas é oito e a proporção de bolas vermelhas é $\frac{2}{8}$ ou 0,25, e de bolas azuis $\frac{6}{8}$ ou 0,75, essa

proporção é normalmente expressa como uma fração ou um número decimal; a segunda maneira se dá através da relação de uma parte com outra, utilizando o mesmo contexto do exemplo anterior, nesse caso, a razão de bolas vermelhas e azuis é 2:6 ou 1:3. Bryant e Nunes (2012) destaca haver boas evidências de que as crianças compreendem proporções como razões (relações parte-parte), antes de entendê-las como frações (relações parte-todo).

A respeito da noção sobre risco probabilístico, esse se refere às relações entre variáveis; porém, essas relações não são absolutas, pois envolvem incerteza (BRYANT; NUNES, 2012). Nesse sentido, o risco é a incerteza, e pode ser expresso como um número tal, uma probabilidade ou frequência. Assim, a compreensão do risco é um aspecto importante no desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Bryant e Nunes (2012) apontam que a compreensão da noção de risco, nem sempre é alcançada nos anos iniciais, assim, muitas vezes, não se faz necessário desenvolvê-la nesses anos escolares.

Desafios e possibilidades na compreensão de probabilidade: reflexões a partir do livro de histórias infantis *O Clubinho*

Apesar das situações que envolvem aleatoriedade fazerem parte do nosso dia a dia e terem papel fundamental na compreensão do mundo ao nosso redor, muitas pessoas, sejam crianças ou adultos, apresentam dificuldades para compreender e utilizá-la, mesmo em contextos simples. A seguir serão apresentados e discutidos os principais obstáculos no processo de aprendizagem do conceito de probabilidade e

propostas de atividades envolvendo histórias infantis para a superação dessas dificuldades.

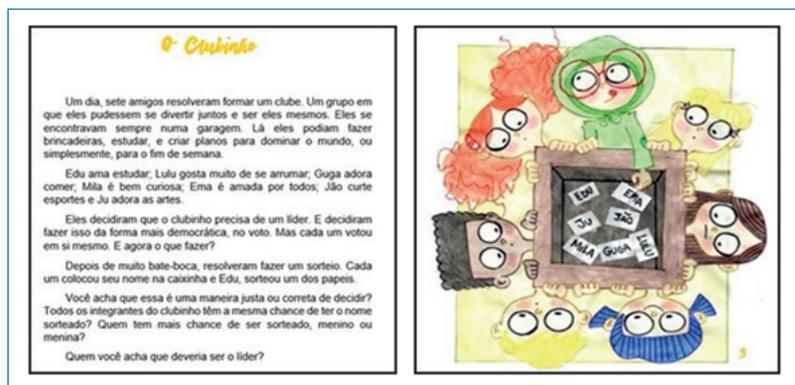
O livro infantil *O Clubinho*, explorado nesse estudo, foi criado por Emilly Diniz e José Ivanildo Felisberto de Carvalho, e ilustrado por Waleska Diniz. Ele conta a história de um grupo de amigos, bem diferentes uns dos outros, que formam um clube e vivenciam diversas situações cotidianas, em que estão presentes ideias probabilísticas, através de situações-problema que precisam ser solucionadas pelo leitor. O livro apresenta 14 histórias e se propõe a desenvolver compreensões que vão desde a aleatoriedade, à quantificação e comparação de probabilidades.

A seguir, serão discutidas as demandas para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e os obstáculos da compreensão de probabilidade, que são apresentadas em cada situação presente no livro infantil.

A Figura 1 apresenta a história intitulada de *O Clubinho*, que discute a aleatoriedade a partir das ideias de justiça e equiprobabilidade, nela se faz necessário comparar e discutir maneiras justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances entre as possibilidades (equiprováveis). Na situação-problema do livro, os integrantes do grupo desejam escolher um líder para o clube e, por esse motivo, começam a pensar em formas justas de tomar essa decisão.

Essa história apresenta uma situação de sorteio, na qual os nomes dos integrantes do grupo: Edu, Ema, Guga, Jão, Ju, Lulu e Mila, são colocados em uma caixa, com a mesma quantidade de papéis para todos eles. Essa, trata-se de uma situa-

Figura 1. História *O Clubinho*



FONTE: Autoria própria.

ção de natureza justa, pois todos possuem as mesmas chances de serem sorteados (equiprobabilidade).

A Figura 2 mostra a história *Os Lápis de Cor*, que apresenta situações nas quais se discute e compara os eventos possíveis e impossíveis, e mais prováveis e menos prováveis. Nessa história, os obstáculos que podem ser encontrados no desenvolvimento do conceito de probabilidade envolvem a compreensão dos diferentes tipos de eventos aleatórios, que compreendem os eventos possíveis e impossíveis, prováveis e improváveis. Esses obstáculos são muito comuns entre adultos e crianças e levam a erros em muitas situações do dia a dia. Por exemplo, quando a previsão do tempo indica 90% de probabilidade de chover, muitos compreendem como certeza de chuva; ou, quando se tem um risco muito baixo de adquirir uma infecção, muitos entendem como sendo impossível de acontecer. Nesse sentido, se faz necessário discutir e comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios de maneira que

o estudante possa compreender que uma alta probabilidade não indica certeza, e sim um evento mais provável, e que uma probabilidade baixa não indica impossibilidade, e sim um evento menos provável.

Figura 2. História *Os Lápis de Cor*



FONTE: Autoria própria.

Essa história apresenta uma situação de sorteio não equiprovável, em que as chances entre as possibilidades são diferentes, pois, o estojo da personagem possui lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades: 3 lápis amarelos, 5 vermelhos e 2 azuis. Essa, trata-se de uma situação de natureza injusta, pois os lápis da personagem não possuem as mesmas chances de serem sorteados. Nesse caso, haverá eventos mais prováveis e menos prováveis. Por exemplo, é mais provável sortear um lápis vermelho (por ter mais lápis dessa cor no estojo) e menos provável um azul (por ter menos lápis dessa cor no estojo). Nessa mesma situação, é possível discutir e comparar os eventos possíveis e impossíveis, por exemplo, seria possível tirar um lápis amarelo (por ter lápis

dessa cor no estojo) e impossível retirar um lápis rosa (por não ter lápis dessa cor no estojo).

A Figura 3 mostra a história *A Caixa de Bombons*. Ela apresenta dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição, na qual os bombons são sorteados e devolvidos à caixa, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, tornando cada sorteio um evento independente do outro; e, situações em um contexto de sorteio sem reposição, na qual os bombons são sorteados e não são devolvidos à caixa, alterando o espaço amostral e influenciando o próximo sorteio.

Figura 3. História *A Caixa de Bombons*



FONTE: Autoria própria.

Um obstáculo apresentado por adultos e crianças em situações como essa, é não considerar a independência dos eventos sucessivos em uma situação aleatória. Por exemplo, lançar uma mesma moeda várias vezes e obter o mesmo

resultado não influenciará nos próximos lançamentos. Nesses casos, os estudantes podem apresentar dois tipos de erros. O primeiro é chamado *recência negativa*, o qual se entende que, depois de se obter várias vezes o mesmo tipo de resultado, é mais provável ter um resultado diferente na próxima vez – por exemplo, entende-se que, se em todos os lançamentos de uma moeda o resultado for Cara, o próximo resultado será Coroa. O segundo erro é chamado *recência positiva*, o qual se entende que, após obter várias vezes o mesmo tipo de resultado, é mais provável ter o mesmo resultado na próxima vez – por exemplo, se em todos os lançamentos de uma moeda o resultado for Cara, o próximo resultado será Cara novamente.

A Figura 4 apresenta a história *Par ou ímpar*, na qual dois amigos estão decidindo no par ou ímpar quem iniciará um jogo. Nessa situação-problema, faz-se necessário realizar o levantamento do espaço amostral, podendo ser utilizadas diferentes estratégias como formas de mapear todos os even-

Figura 4. História *Par ou ímpar*



FONTE: Autoria própria.

tos possíveis, como a listagem, a árvore de possibilidades, desenhos, entre outras.

Nessa situação, cada personagens só podem utilizar uma mão, assim, as possibilidades individuais vão de 0 a 5 (dedos), sendo três representações de números pares (0, 2, 4) e três de números ímpares (1, 3, 5), gerando um total de 6 possibilidades para cada jogador e um total de 36 possibilidades de resultados equiprováveis (0,0; 0,1; 0,2; 0,3, e assim por diante.). Nesse caso, os resultados individuais são equiprováveis.

Porém, além do levantamento do espaço amostral, essa situação-problema necessita da agregação de suas possibilidades. Ao agregar os resultados somando o total de dedos das duas mãos (uma mão de cada personagem), existem apenas 11 possíveis resultados de somas, que vão de 0 a 10, e eles não são equiprováveis. Pois, nessas circunstâncias, uma soma com resultado cinco é mais provável e uma soma com resultado dois é menos provável, porque apenas três, dos 36 pares possíveis, possuem somas com resultado dois, enquanto seis deles possuem somas com resultado cinco. Nesse caso, os resultados agregados não são equiprováveis.

Sobre situações que envolvem espaço amostral, destacamos que a falta de compreensão acerca da sua composição tem levado adultos e crianças a cometerem a maior parte dos erros em problemas de probabilidade. Pensando sobre isso, reforçamos que, desenvolver compreensões acerca do espaço amostral é essencial para que o estudante possa solucionar problemas que envolvem a probabilidade, pois ela se baseia na análise das possibilidades presentes no espaço amostral. Para conhecer o espaço amostral, se faz necessário listar todas as possibilidades de um evento. Porém, existem

problemas de probabilidade, em que se faz necessário não só listar todas as possibilidades do espaço amostral, mas também categorizá-los. Esse segundo passo, que é normalmente referido como *agregação*, pode gerar ainda mais dificuldades para os estudantes.

A Figura 5 apresenta a história *A Festa de São João*, na qual os sete amigos do clubinho questionam as possibilidades de dançarem entre si na quadrilha da festa junina da escola. A resolução da situação-problema presente nessa história necessita do levantamento das possibilidades (espaço amostral), que pode ser feito através de listagem, árvore de possibilidades, entre outras estratégias que permitam o levantamento sistemático e o esgotamento de todas as possibilidades. No caso dessa situação-problema do livro, é necessário combinar as meninas com os meninos de maneira que formem pares, e listar todas as possibilidades. Através desse levantamento de eventos possíveis, são encontradas 12 possibilidades de casais

Figura 5. História *A Festa de São João*



FONTE: Autoria própria.

(menino e menina). Esse levantamento sistemático permite e facilita a análise das possibilidades e a quantificação da probabilidade dos eventos.

Em situações que envolvem a comparação e quantificação, se faz necessário calcular a probabilidade ou comparar a força de duas ou mais probabilidades, entendendo que esses cálculos são de natureza proporcional, pois a probabilidade é uma proporção entre um resultado específico e o conjunto de resultados possíveis. Na quantificação de probabilidades, o cálculo da probabilidade de um evento, ou de uma classe de eventos, deve ser baseado em todas as possibilidades no espaço amostral e não apenas nas possibilidades do evento que se quer prever. Apesar de parecer óbvio, esse é um obstáculo para a aprendizagem da probabilidade, pois muitas crianças restringem a análise do espaço amostral apenas a uma possibilidade, desconsiderando as demais.

Esse tipo de atividade ainda permite significar o termo “probabilidade”, compreendendo-o como o número que mede a chance de algo acontecer. Nesse sentido, a partir do levantamento das possibilidades, faz-se necessário definir a probabilidade de determinados eventos, que pode ser calculada através da relação de uma parte com o todo (relação parte-todo), normalmente expressa por uma fração ou um número decimal; ou da relação de uma parte a outra (relação parte-parte), expressa por uma razão. No caso da situação apresentada na história *A Festa de São João*, por exemplo, a probabilidade de se ter pares, cujos nomes começam com a mesma letra, é de $2/12$ (parte-todo) ou $2:10$ (parte-parte).

Acerca da comparação de probabilidades, as crianças apresentam maior dificuldade em comparar duas ou mais

probabilidades diferentes, tendo como obstáculo a compreensão do raciocínio proporcional. Nesse sentido, as proporções podem ser calculadas de duas maneiras: através da relação de uma parte com o todo (relação parte-todo) e da relação de uma parte com a outra (relação parte-parte), como mencionamos anteriormente.

A Figura 6 apresenta a história *A Caixa de Bijuterias*, ela conta que Ema deseja usar uma pulseira rosa, mas não sabe em qual caixa de bijuterias tem mais chance de tirar uma pulseira dessa cor. Nessa situação, em que há duas caixas com pulseiras de cores e quantidades diferentes, é preciso comparar as chances de sucesso.

Figura 6. História *A Caixa de Bijuterias*



FONTE: Autoria própria.

Nessa situação, os espaços amostrais são diferentes nas duas caixas, há a mesma quantidade de pulseiras rosa em ambas, porém, há quantidades diferentes de pulseiras amarelas e azuis. Nesse caso, os espaços amostrais também podem

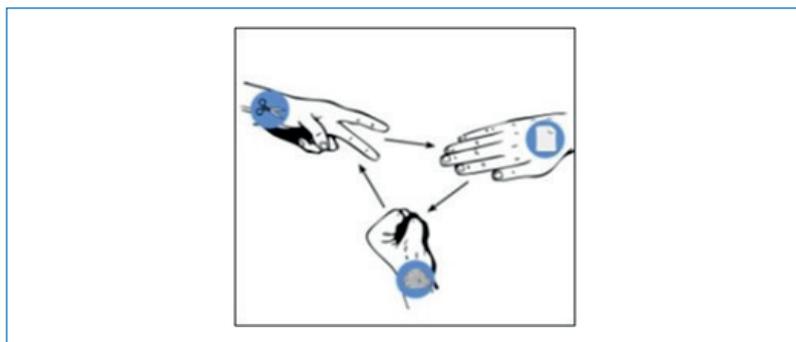
ser comparados calculando-se a proporção de pulseiras rosas nas caixas 1 e 2. A chance de sortear uma pulseira rosa na caixa 1 é de $2/8$ (parte-todo) ou $2:6$ (parte-parte), e na caixa 2 é de $2/10$ (parte-todo) ou $2:8$ (parte-parte). Dessa maneira, a caixa que apresenta quantidade menor de pulseiras de outras cores possibilitará mais chances de sortear pulseiras rosas, o que torna a caixa 1 a resposta correta.

Todas as situações do livro, discutidas nesse capítulo, podem ser apresentadas como problemas, e também podem ser vivenciadas como experimento com os estudantes, de forma que possibilitem a eles a tomada de decisões e a formação de conclusões sobre a compreensão de justiça e equiprobabilidade, dos diferentes tipos de evento aleatórios, da independência de eventos, do levantamento sistemático e esgotamento das possibilidades do espaço amostral, da quantificação e comparação de probabilidades, a partir de situações do cotidiano vivenciadas dentro e fora da sala de aula.

Sobre a experimentação, Felisberto de Carvalho e Rocha (2014), na publicação do Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) – Educação Estatística (BRASIL, 2014), propõem atividades de contagem de eventos em experimentos aleatórios, através do lançamento de moedas e dados, com anotações e comparações dos resultados em tabelas. Esses autores destacam a importância de os estudantes vivenciarem as contagens de experimentos aleatórios, na medida em que possibilitam o desenvolvimento da percepção de mutabilidade e imprevisibilidade dos resultados e diminuem a influência do senso comum atribuído à ideia de “sorte”, sobre esses resultados.

Algumas brincadeiras também proporcionam a vivência de situações probabilísticas, como é o caso do par ou ímpar, do zerinho ou um, e do pedra, papel e tesoura (Jokenpô), que permitem discussões acerca da justiça e equiprobabilidade – na medida em que apresentam as mesmas chances entre as possibilidades – e do levantamento das possibilidades de resultados (espaço amostral) presentes em cada brincadeira.

Figura 7. Jokenpô (pedra, papel e tesoura)



FONTE: Os autores.

Uma proposta didática para o ensino de probabilidade inspirada no livro *O Clubinho*

Como apontado pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e por estudiosos (BRYANT; NUNES, 2012; TONOUTI, 2013; CAMPOS; CARVALHO, 2016; SILVA, 2016; BATISTA; BORBA, 2016), o ensino da aleatoriedade deve ser iniciado desde os primeiros anos de escolaridade. Assim, faz-se necessária a construção de um arcabouço de estratégias, atividades e recursos para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade nos anos iniciais. Pensando nisso, apresentamos uma proposta

didática que explora, de forma interdisciplinar, a Matemática e a Linguagem no processo de ensino.

Justificamos essa proposta a partir das contribuições de Smole (2000), porquanto indica que a linguagem e a matemática possuem uma relação de complementariedade; na medida em que a matemática toma emprestada, da linguagem, a oralidade, a qual dá suporte de significação para o aprendizado da matemática. A autora atribui à linguagem dois papéis em relação a matemática, sendo eles, 1) o estabelecimento de “relações entre o pensamento e a palavra” (p. 65), ligando as ideias matemáticas às suas representações; e 2) sua aplicação na matemática, pois os elos do raciocínio matemático estão apoiados na organização sintática e no poder dedutivo da língua.

A proposta didática, apresentada nesse capítulo, tem como base a leitura de histórias infantis e como objetivo construir aprendizagens sobre três demandas cognitivas: aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades, por meio do uso do livro *O Clubinho*. Nessa proposta, abordamos a metodologia desenvolvida por Riter (2009), que propõe um método de leitura literária que contempla o prazer e a reflexão, denominado, *Roteiros de leitura*. Nessa metodologia, são elencadas cinco etapas básicas:

- a) **Motivação:** nessa etapa, o professor cria atividades que servem de motivação para a ação da leitura, no sentido de despertar nos estudantes o desejo pelo texto.
- b) **Leitura:** nessa etapa, o professor deve sugerir caminhos que direcionem o olhar do estudante-leitor para determinada questão, na qual seria interessante atear-se; ela pode ser realizada em sala ou extraclasse.

- c) **Exploração:** nessa etapa, o professor deve criar atividades variadas de compreensão e interpretação do texto lido, com o objetivo de ampliar o repertório de leitura do estudante e estabelecer relações entre o texto e o mundo. Essa etapa pode ser realizada durante e/ou após a conclusão da leitura.
- d) **Extrapolação:** nessa etapa, o professor precisa desenvolver meios que possam levar o estudante-leitor além do texto lido e incentivar sua criatividade e inventividade, com o objetivo de promover troca e prazer criativo e intelectual.

Riter (2009) reforça que para a leitura literária atender às funções de deleite e reflexão, essas etapas devem priorizar atividades lúdicas e reflexivas. É importante destacar que os roteiros de leitura possuem tempo de execução variados, nesse sentido, podem durar um turno, uma semana, uma quinzena ou um mês, e dependem de fatores como, o objetivo do professor, a faixa etária do público leitor, a disponibilidade de exemplares, a quantidade de páginas do livro, o tipo de atividade proposta, entre outros fatores. Embasada nas etapas dessa metodologia, a proposta didática desse capítulo está dividida em três momentos que serão discutidos detalhadamente a seguir.

O primeiro momento, propomos que seja conduzido como a etapa da motivação, na qual os estudantes devem vivenciar um bingo, o qual tem números de 1 a 30 e tabelas de 3 por 3. Como em qualquer bingo, o vencedor será aquele que primeiro completar todos os números da tabela. Após a vivência

do bingo, o mediador deve realizar a discussão sobre as possibilidades que compõem o espaço amostral e as chances.

Após a etapa da motivação, o mediador deve apresentar o livro *O Clubinho* partindo de uma conversa que desperte conhecimentos prévios dos estudantes, através de questionamentos que envolvam compreensão das ideias presentes no texto, como amizade e companheirismo; e que abarquem previsões sobre o texto, discutindo os elementos que permitem prever a temática envolvida no livro e os elementos que compõem a história, como as personagens e suas aventuras, a partir da observação do título e da capa. Em seguida, o mediador realiza a leitura de uma parte do livro *O Clubinho*, solicitando que os estudantes escutem e explorem 5 histórias do livro. Durante essa etapa, o mediador precisa realizar perguntas de compreensão, levando os estudantes a anteciparem o que irá acontecer com os personagens, localizarem informações explícitas e estabelecerem relações simples e complexas, a partir das situações-problema.

No segundo momento, o mediador deve lembrar com os estudantes as discussões do momento anterior e retomar a leitura do livro, lendo outras 4 histórias. Durante a leitura, o mediador precisa fazer uma pausa para realizar a etapa de exploração. Nela, o mediador desenvolve, com os estudantes, compreensões sobre espaço amostral, por meio do levantamento das possibilidades e análise das chances, a partir da história *Par ou ímpar* – na qual as personagens Guga e João decidem no par ou ímpar quem iniciará o jogo. Na etapa da exploração, em dupla, os estudantes devem experimentar e listar todas as possibilidades presentes no espaço amostral,

considerando as possibilidades individuais e as agregações, sem repetições e esgotando todas as possibilidades. Por fim, o mediador deverá fazer questionamentos sobre as chances das possibilidades elencadas. Após a exploração, o mediador deverá retomar a leitura do livro.

O terceiro momento deve ser iniciado com o resgate da discussão do momento anterior, retomando e finalizando a leitura do livro *O Clubinho*, lendo outras 5 histórias. Ao final da leitura do livro, será realizada a etapa da extrapolação, que propomos ser uma situação semelhante a história *Lanche da Cantina*, do livro. Para essa etapa, o mediador deve levar uma caixa com cinco bolas vermelhas, duas bolas amarelas e duas bolas verdes. Como na história, as bolas representam lanches: a bola vermelha é salgadinho, a amarela é pirulito e a verde é chiclete. O mediador deve propor que cada estudante retire uma bola da caixa, em seguida a devolva e produza, no quadro, uma tabela com a frequência de saques. Ao final desse momento, o mediador e os estudantes precisam discutir os resultados encontrados e apresentados na tabela, além disso, devem mobilizar conhecimentos de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades, a partir de situação não equiprovável.

Considerações finais

Acerca do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, discutimos os principais conceitos e obstáculos presentes na construção dessas compreensões, propomos atividades e recursos baseados nos objetos de conhecimento e habilidades

presentes na BNCC (BRASIL, 2017), assim como nas demandas cognitivas preconizadas por Bryant e Nunes (2012), com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento processual e significativo para a compreensão da probabilidade, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse capítulo, destacamos elementos fundamentais para o trabalho em sala de aula no processo de construção do conceito de probabilidade, que vão desde a compreensão da aleatoriedade até a quantificação e comparação de probabilidades. Também discutimos a necessidade de incentivar o uso de diferentes estratégias nas aulas de matemática, através do uso de histórias infantis. Essa proposta se justifica, na medida em que, acreditamos que o uso desse recurso, nas aulas de matemática, possibilita a potencialização do processo de ensino e aprendizagem, ao permitir o desenvolvimento da imaginação e da inteligência da criança, construir novos conhecimentos, conceitos e ampliar o universo literário do leitor, suas expectativas e referências.

Por fim, considerando a importância de desenvolver compreensões sobre probabilidade, desde os anos iniciais de escolarização, destacamos a necessidade de fornecer uma variedade de estratégias, atividades e recursos para auxiliar os professores e facilitar a construção das diferentes compreensões sobre probabilidade pelos estudantes. Também acreditamos que as discussões e proposições tecidas poderão proporcionar debates acerca do conceito de probabilidade e do seu ensino, em processos de formação inicial e continuada com professores e futuros professores que ensinam(rão) Matemática na Educação Básica. Ademais, esperamos que as discussões aqui

apresentadas suscitem reflexões e problematizações sobre o conceito de probabilidade e contribuam para novas abordagens em sala de aula.

Referências

BATISTA, R.; BORBA, R. Lançando dados e moedas: relação de (in)dependência sob a ótica de crianças dos anos iniciais. *Revista Em Teia*, Recife, v. 7, n. 1, p. 1-20, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.

BRYANT, P.; NUNES, T. *Children's understanding of probability: a literature review*. London: Nuffield Foundation, 2012.

CAMPOS, T.; CARVALHO, J. I. F. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. *Revista Em Teia*, Recife, v. 7, n. 1, p. 1-18, 2016.

CARVALHO, J. I. F.; ROCHA, C. A. Probabilidade nos primeiros anos escolares. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Educação Estatística*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

PESSOA, C.; BORBA, R. O Desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. *Revista Em Teia*, Recife, v. 1, n. 1. 2010.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 17, n. 31, jan./jun. 2009.

RITER, C. *A formação do leitor literário em casa e na escola*. São Paulo: Biruta, 2009.

SILVA, R. B. *É a moeda que diz não é a gente que quer não*: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SMOLE, K. *A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

TONOUTI, R. R. *Avaliação de um programa de ensino para aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. 2013. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.

VIALLI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, SP, v. 8, p. 85-97, 2008.

CAPÍTULO 13

ARTICULANDO ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE: CURVA NORMAL E MÉDIA ARITMÉTICA NO ENSINO MÉDIO, A PARTIR DA INFERÊNCIA INFORMAL

André Fellipe Queiroz Araújo
Diêgo Bezerra de Melo Maciel

Constantemente, por diversos meios de comunicação, são veiculadas uma gama de dados e informações de natureza estatística e probabilística sobre diferentes aspectos que permeiam nossas vidas e que exigem de nós, enquanto cidadãos, habilidades e conhecimentos necessários para interpretar e compreender o mundo ao nosso redor. Essas informações evidenciam que os conhecimentos estatísticos e probabilísticos constituem saberes essenciais para o desenvolvimento de habilidades que possam propiciar, aos indivíduos, a capacidade de analisar, interpretar e compreender uma variedade de fenômenos, dados e informações, além de favorecer a tomada de decisões e fazer previsões que influenciam na vida pessoal e social.

Nesse contexto, acreditamos que, na etapa da escolaridade básica, devem ser sistematizadas possibilidades para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico dos estudantes (GAL, 2002; 2005) e, conseqüentemente, favorecer a apropriação e compreensão dos significados dos conceitos relativos a essas duas áreas de conhecimento.

Em se tratando do processo de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (2018), principal documento orientador para o ensino no Brasil, propõe que esse processo deve ser iniciado já nos primeiros anos do Ensino Fundamental, e, em seguida, aprimorado e ampliado no Ensino Médio. Esse documento, em linhas gerais, destaca a necessidade da abordagem de conceitos, fatos e procedimentos relativos a essas áreas de conhecimentos que estão presentes em muitas situações-problema do nosso dia a dia.

Lopes (2008) aponta a importância da inserção do ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica, ao citar a constante necessidade de leitura e interpretação de dados estatísticos em muitas profissões e na vida cotidiana das pessoas, bem como o papel do raciocínio probabilístico na tomada de decisões. A autora também defende a pertinência de se desenvolver o estudo da Estatística interligado ao da Probabilidade, tendo em vista que informações provenientes de situações que envolvem a aleatoriedade, geralmente, necessitam da Estatística para serem analisadas e interpretadas, através da organização e representação dos dados (LOPES, 2012).

Entretanto, apesar da importância de se tratar Probabilidade e Estatística de forma articulada, ainda é evidente a preponderância das técnicas tradicionais de ensino, nas quais

se priorizam os cálculos das medidas estatísticas (média, por exemplo), em detrimento da interpretação inferencial dos resultados obtidos, especialmente no contexto da utilização de amostras. É comum, nesses casos, que o estudante, erroneamente, acredite que a média amostral obtida represente, exatamente, a média populacional, não realizando nenhuma reflexão acerca da natureza aleatória/probabilística do resultado médio fornecido pela amostra.

Diante dessa realidade, a Educação Estatística vem realizando esforços para contornar esse “determinismo didático”, propondo alternativas para o ensino da Estatística. Nesse sentido, a partir de meados da primeira década do século XXI, desenvolveu-se uma nova linha de pesquisa, a qual lida com os principais conceitos e tipos de argumentos de cunho inferencial, mas sem o uso do formalismo matemático clássico. A ideia foi focar na discussão preliminar do assunto, tornando-o explorável na Educação Básica, criando a chamada Inferência Estatística Informal (ZIEFLER *et al.*, 2008).

Nessa direção, com vistas a contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica, o presente texto tem o objetivo de apresentar atividades que podem ser utilizadas pelos professores de Matemática do Ensino Médio, buscando uma aproximação entre a Probabilidade e a Estatística. Para tanto, propõe-se uma abordagem informal entre o principal modelo probabilístico utilizado na Inferência Estatística – a Curva Normal – (BATANERO, TAUBER E SÁNCHEZ, 2004) e uma das mais importantes medidas estatísticas descritivas: a média aritmética.

Diante disso, apresentamos aos professores uma proposta de atividades apoiada na pesquisa estatística com dados reais,

a qual possibilitará, a partir de uma perspectiva de inferência informal, o estudo dos conceitos estatísticos e probabilísticos presentes na Curva Normal, além das noções de aleatoriedade e variabilidade associadas ao estudo da média amostral. Com isso, será possível apresentar essa média, não como um valor determinístico, mas como uma variável aleatória, a qual possui uma distribuição de probabilidade, que, não por acaso, é bem aproxima do modelo da Curva Normal.

Inferência Estatística e Curva Normal: algumas ideias iniciais

Para compreendermos o conceito da Curva Normal, é preciso primeiramente entender que a Estatística, em sua estrutura, contempla duas áreas de conhecimento: a Descritiva e a Inferencial. Em linhas gerais, a Estatística Descritiva reúne métodos para organização, resumo e descrição de dados e informações, como por exemplo: tabelas, gráficos, medidas de tendência central e medidas de variabilidade ou dispersão. Em complemento, a área Inferencial é responsável por dar suporte ao pesquisador, apresentando um conjunto de técnicas que buscam caracterizar o comportamento de uma população a partir de informações observadas em uma amostra. Como exemplos, pode-se inferir, a partir de uma amostra, a proporção de peças defeituosas produzidas por uma fábrica; a magnitude da diferença salarial entre homens e mulheres em determinado setor da economia; o percentual de votos dos candidatos em uma eleição; a porcentagem da população que sofrerá efeitos colaterais de um determinado remédio, entre outras informações.

Nessa direção, subjacentes à Estatística Inferencial, estão outros dois campos de conhecimento: a Amostragem e a Probabilidade. O primeiro é identificado como a área responsável pelo desenvolvimento de estudos e técnicas para escolha das unidades populacionais que formarão uma determinada amostra. O segundo é classificado como a área que trata de fenômenos aleatórios, contemplando aspectos de análise combinatória, experimentos aleatórios, operações com eventos e comportamentos probabilísticos de variáveis discretas e contínuas (BAYER *et al.*, 2005).

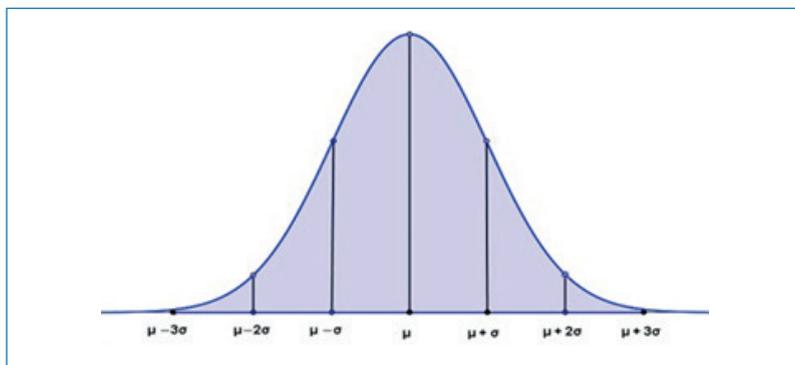
Assim, podemos compreender que a Probabilidade, por se ocupar do estudo e modelagem de fenômenos aleatórios, está inter-relacionada com a Estatística. Dessa forma, serve de alicerce para a Estatística Inferencial, proporcionando a formulação de técnicas e modelos matemáticos, que possibilitam o cálculo da probabilidade de eventos, além de estar presente nos processos inferenciais, os quais caracterizam uma população de interesse, a partir das evidências amostrais. Nesse sentido, o mecanismo indutivo presente na Estatística Inferencial percorre, necessariamente, um caminho probabilístico. Nessa esteira, a Distribuição Normal, também chamada de Curva Normal, é considerada o principal modelo de probabilidade utilizado nos mais diversos tipos de técnicas estatísticas inferenciais.

Teoricamente, essa Distribuição foi derivada para descrever o comportamento de variáveis aleatórias contínuas, as quais possuem características mensuráveis por qualquer valor da reta real. Além disso, sabe-se que, em grandes amostras, as variáveis, que possuam outros tipos de distribuições de probabilidade associadas (Binomial, Poisson, T-Student,

entre outras), podem ter seu comportamento probabilístico bem aproximado pelo Modelo Normal. Dessa forma, o referido Modelo consegue ser utilizado para uma grande variedade de fenômenos do nosso cotidiano (ARAÚJO E CARVALHO, 2019; GONÇALVES, 2014; TAUBER, 2001).

Prosseguindo, a Curva Normal é definida a partir dos parâmetros média (μ) e o Desvio padrão (σ) dos dados e graficamente possui a seguinte representação:

Figura 1. Representação da Curva Normal



FONTE: Os autores (2019).

A partir dessas informações, em termos matemáticos, devemos compreender que a curva reúne 100% dos dados da amostra e a área sob seu gráfico e o eixo das abscissas é sempre igual a 1. Além disso, a Curva Normal possui algumas importantes propriedades: 1) A Distribuição dos dados é simétrica em relação à média (μ), ou seja, ao centro. 2) Em toda Curva Normal, os valores de média, moda e mediana coincidem. 3) A Curva Normal possibilita determinar probabilidades associadas aos valores da área de intervalos da

distribuição. 4) A probabilidade de uma variável assumir um valor entre dois pontos é determinada pela área sob a curva que os contém.

Além disso, o formato da Curva Normal sempre depende dos referidos parâmetros média (μ) e desvio padrão (σ) estabelecidos em cada situação. Como o valor da média (μ) determina o centro da Curva Normal e o desvio padrão (σ) indica a dispersão do conjunto, isso significa que, ao variá-los, o gráfico apresentará movimentos de translação e achatamento. Assim, quanto maior for o desvio padrão de uma Distribuição Normal, maior será o achatamento do gráfico, ou seja, a amplitude dos dados. Deste modo, os dados estarão mais dispersos ou distantes da média da Distribuição, implicando, naturalmente, em um nível maior de variabilidade.

Média Aritmética e Curva Normal: decifrando conexões a partir da Inferência Informal

Conforme exposição anterior, a Curva Normal é considerada o principal modelo probabilístico utilizado na Inferência Estatística. Esse tema é discutido de maneira formal em disciplinas de Estatística de cursos superiores, pois envolve conceitos matemáticos mais elaborados. Entretanto, entende-se que a compreensão sobre o processo de inferência estatística é importante para todos, incluindo os estudantes de nível médio. Nesse escopo, a Inferência Informal foi proposta para possibilitar que esses estudantes tivessem a oportunidade de aprofundar a compreensão do propósito e utilidade do raciocínio inferencial, utilizando instrumento matemático adequado ao nível de ensino básico.

Isso posto, a Inferência Informal é descrita como um processo de raciocínio informal, que usa dados disponíveis como evidência para fazer generalizações probabilísticas, sem a necessidade de cálculos mais complexos. Caracteriza-se, assim, por três princípios: 1) fazer previsões, estimativas de parâmetros e conclusões, as quais se estendem ‘para além dos dados’; (2) utilizar dados como evidência para as generalizações; e 3) usar linguagem probabilística na descrição das generalizações (MAKAR e RUBIM, 2009).

No caso da média amostral, sob a perspectiva inferencial, pode-se entendê-la como uma aproximação para o valor de uma determinada média populacional. Naturalmente, a média fornecida por uma amostra não coincide, necessariamente, com a média populacional, pois os elementos amostrais não reúnem toda a informação presente na população. Mais ainda: o valor da média pode variar, de acordo com a amostra obtida. Sendo assim, a média amostral deve ser apresentada ao estudante como uma variável aleatória, possuindo, por isso, uma distribuição de probabilidade específica.

Teoricamente, grosso modo, essa distribuição é derivada a partir do estudo do comportamento da média em uma coleção de amostras, de mesmo tamanho, extraídas de uma população. A partir daí, demonstra-se que, independentemente da distribuição de probabilidade associada ao fenômeno de interesse, a sua média possui distribuição amostral aproximadamente Normal, com média igual à média populacional (μ).

A partir disso, todas as propriedades da Curva Normal, discutidas na Seção 2, valem também para a média amostral, enquanto variável aleatória. Isso significa, dentre outras coisas, que podemos utilizar a área sob uma curva normal para

calcular probabilidades de a média amostral assumir determinado valor em uma amostra específica. Vale ressaltar que esse entendimento se trata de um dos resultados mais importantes da inferência estatística e, formalmente, é conhecido como Teorema Central do Limite (TCL).

O TCL possibilita análises estatísticas mais avançadas, como cálculo de margem de erro de uma pesquisa e realização de Testes de Hipóteses. Essas análises são comumente tratadas em cursos de Estatística, no Ensino Superior, não sendo trabalhadas na etapa do Ensino Médio. Por conta disso, o foco deste estudo ficará restrito à derivação informal da distribuição de probabilidade da média amostral, e não propriamente à aplicação dos resultados do TCL. Assim, as atividades apresentadas, a seguir, permitirão que os professores de Matemática do Ensino Médio articulem os conceitos relacionados ao Modelo Normal com o da média aritmética amostral, possibilitando, ao estudante, a compreensão do caráter aleatório dessa importante medida descritiva.

Atividades

As três atividades elaboradas foram adaptadas, para o presente texto, a partir do estudo de Araújo (2020), o qual teve o objetivo de investigar uma proposta de ensino, com professores de Matemática do Ensino Médio, sobre a inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade, por meio da Curva Normal. A primeira atividade objetiva a coleta de dados e análise descritiva das tendências centrais e de variabilidade de uma determinada variável aleatória. Em seguida, investiga-se

o comportamento probabilístico dessa variável, aproximando-o a partir do Modelo Normal. Na atividade 2, aprofunda-se o estudo da Curva Normal, por meio da análise de suas propriedades e pelo cálculo das probabilidades de ocorrência de eventos normalmente distribuídos. Finalmente, na atividade 3, é proposto um procedimento para extração de várias médias amostrais relacionadas a uma determinada população e, a partir disso, mostra-se que o comportamento probabilístico dessas médias amostrais é bem aproximado pela Curva Normal.

Atividade 1

Etapa 1: Caro estudante, para darmos início ao nosso estudo sobre a Curva Normal, realize os seguintes procedimentos:

- a) Faça uma pesquisa com seus colegas da classe e colete¹ a altura (em cm) de cada um deles.
- b) Determine a Média, a Moda, a Mediana e o Desvio-Padrão² das alturas (em cm) informadas.
- c) Esboce em um gráfico de barras³ para as medidas das alturas (em cm) coletadas. Localize, no gráfico, as medidas de tendência central calculadas no item anterior. Você identifica alguma relação entre elas?

1 Recomenda-se que o professor mobilize os alunos para medir a altura dos colegas com a utilização de fitas métricas e adote os valores das alturas em até duas casas decimais.

2 Para o cálculo do desvio-padrão não se tornar trabalhoso, recomenda-se a utilização de uma calculadora ou um *software*, como exemplo, o Excel.

3 Para posterior aprofundamento do conteúdo estatístico, essa atividade também pode abordar as variáveis contínuas pela representação em histogramas e os valores dos dados por intervalos de classes

Etapa 2: Analisando as informações fornecidas, se escolhermos uma pessoa entre todos os estudantes ao acaso, qual a probabilidade de que ela possua a altura maior que a média do grupo?

Análise da Atividade 1

Essa primeira atividade deve ser utilizada pelo professor, em sala de aula, antes da abordagem do modelo da Curva Normal, com o objetivo de instigar os estudantes a uma reflexão sobre o significado e a relação dos conceitos estatísticos das medidas de centralidade e dispersão, como também, o conceito de probabilidade, tendo em vista que esses conceitos estão presentes no modelo da Curva Normal. Exploram-se, também, as relações entre a média, mediana e moda, as quais, no modelo normal, apresentam valores iguais.

Inicialmente, cada estudante deve fazer a coleta da altura (cm) de seus pares. A escolha dessa variável a ser trabalhada se dá pelo fato de ser uma variável contínua e a Curva Normal descrever comportamento de variáveis com essa característica. Posteriormente, devem proceder com o cálculo da média, moda, mediana e o desvio padrão das alturas, o esboço do gráfico de barras com as medidas das alturas e o cálculo de probabilidades, sem utilizar ainda o modelo Normal.

Na socialização da atividade, é importante o professor indagar aos estudantes sobre o significado de cada conceito estabelecido nessa situação. Como também, é essencial levantar a seguinte questão: E se, em vez de uma amostra com apenas uma classe de estudantes, tivéssemos um conjunto de 2.000, ou 5.000 estudantes ou ainda 10.000 estudantes? Como

ficaria a representação gráfica das alturas desses dados e como poderíamos fazer a análise desses conceitos estatísticos e o cálculo de probabilidades?

A partir disso, o docente deve apresentar o modelo da Curva Normal, descrito na Seção 2 deste texto, ressaltando que, quanto maior for o tamanho de uma amostra, mais haverá uma tendência para que sua representação gráfica seja uma Distribuição Normal, a qual é centrada em torno da Média Populacional. Além disso, deve-se trabalhar os conceitos estatístico e probabilísticos associados ao Modelo Normal.

Após a finalização dessa primeira atividade, o estudo prossegue com realização sequencial da Atividade 2, que irá abordar o cálculo das probabilidades, sob o Modelo Normal, além da análise de algumas propriedades teóricas.

Atividade 2

Em uma escola, um professor realizou um estudo, no qual coletou a altura, em cm, de todos os estudantes do Ensino Fundamental, obtendo $\mu = 155\text{cm}$ e $\sigma = 4\text{cm}$.

A partir dessas informações, reflita sobre as seguintes situações:

- a) Se o professor escolher um aluno do Ensino Fundamental, ao acaso, qual a probabilidade que o aluno escolhido tenha a altura entre 151 cm e 155 cm?
- b) Qual a probabilidade de um aluno do Ensino Fundamental ter a altura entre 155 cm e 159 cm?
- c) Com base nas propriedades teóricas do Modelo Normal, como você explicaria a relação entre as respostas dos itens “a” e “b”?

- d) Suponha agora que $\sigma = 2\text{cm}$. Nesse caso, você espera que as probabilidades encontradas nos itens a e b aumentem ou diminuam? Utilize o cálculo probabilístico adequado, e apresente uma justificativa estatística para diferenciar esses novos resultados daqueles encontrados quando $\sigma = 4\text{cm}$.

Análise da Atividade 2

A referida atividade apresenta uma situação-problema que contempla uma pesquisa, realizada por um professor, acerca das alturas de todos os estudantes do ensino fundamental de uma determinada escola. A pesquisa forneceu que a altura média desses estudantes foi 155 cm com um desvio padrão de 4 cm. A partir dessas informações, a alternativa “a” questionou a probabilidade de um estudante, escolhido aleatoriamente, possuir altura entre 151 cm e 155 cm. Em seguida, na alternativa “b”, indagou-se sobre a probabilidade de se escolher um estudante e ele apresentar altura entre 155 cm e 159 cm. Para o item c, foi explorada a relação existente entre as probabilidades encontradas nos itens “a” e “b”. Por fim, no item “d” buscou-se explorar a relação entre o desvio padrão e o cálculo das probabilidades.

Para as duas primeiras alternativas, o professor deve explorar, a partir dos dois parâmetros da Curva Normal, a média e o desvio padrão, assim como o cálculo de probabilidades associado à área dos intervalos sob a Curva. Tipicamente, é comum recorrer ao uso da “Tabela Z” para resolver esse tipo de problema. Isso ocorre, pois a obtenção das referidas probabilidades envolve técnicas avançadas do Cálculo Integral.

Dessa forma, a Tabela Z dispensa o uso desse instrumental matemático, dado que apresenta, calculadas, as probabilidades de ocorrência dos eventos. O entrave inicial é que essas probabilidades foram resolvidas para uma variável aleatória (Z), normalmente distribuída, mas que possui média populacional igual a 0 e desvio padrão populacional igual a 1.

Por conta disso, para utilizar as probabilidades fornecidas pela Tabela, o estudante deve transformar a variável aleatória X do problema (altura dos estudantes do ensino fundamental), em uma variável aleatória Z , na forma $Z = (x - \mu) / \sigma$. Assim, pode-se provar que, se X é normalmente distribuída, com média populacional μ e desvio populacional σ , a variável Z também é normalmente distribuída, com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.

Alternativamente, o docente pode fazer uso de *softwares* para obtenção dessas probabilidades. Entre eles, destacamos o Geogebra. Para o seu uso, na ferramenta “probabilidade”, basta informar os parâmetros da variável original do problema (média e desvio padrão) e os eventos sobre os quais desejam as probabilidades de ocorrência. Ainda é possível visualizar, graficamente, as respostas fornecidas por esse *software*.

Prosseguindo, na alternativa “c”, de forma mais intuitiva, os estudantes devem observar que os intervalos de valores dos itens a e b são simétricos, em relação à média. Por isso, as probabilidades de ocorrência desses intervalos são iguais. Isso decorre da propriedade da simetria da Curva Normal, a qual foi discutida na Seção 2. Desse modo, pode-se reforçar a representação gráfica da Curva Normal, associada ao cálculo de probabilidades.

Finalmente, no item “d”, o professor deve ressaltar o significado do desvio padrão, no contexto da Distribuição

Normal. Assim, o estudante refletirá sobre a variabilidade de sua população de interesse e a repercussão dessa variabilidade sobre o cálculo das probabilidades. Diante disso, um desvio padrão menor implica que os dados estão mais concentrados. Dito de uma outra forma, as alturas dos estudantes, nesse novo cenário, estão mais próximas da média. Com isso, as probabilidades dos intervalos tornam-se maiores, pois mais estudantes estarão “dentro” dos referidos intervalos.

Atividade 3

Etapa 1: Apresentação da atividade.

Os estudantes devem ser divididos em trios, nos quais cada integrante representará um número, de modo que tenhamos, em cada grupo, sempre uma sequência de números consecutivos. Por exemplo, podemos ter os grupos: (1,2,3); (10,11,12) ou (19,20,21). Essas sequências representarão os valores assumidos por uma variável aleatória qualquer, e cada trio formará uma população de interesse.

Etapa 2: Cálculo da média populacional.

De posse dos valores escolhidos na etapa 1, cada trio deve calcular a média populacional, a qual será dada pela média aritmética simples entre os valores X_1 , X_2 e X_3 . Por exemplo, se a sequência da variável aleatória hipotética for dada pelos valores 1,2 e 3, a média populacional será: $(1+2+3)/3 = 2$.

Etapa 3: Extração das Amostras e Obtenção das Médias Amostrais.

Os estudantes devem extrair, com reposicionamento, todas as amostras possíveis de tamanho 2 dessa população, a partir dos pares: [$\{X_1, X_1\}$; $\{X_1, X_2\}$; $\{X_1, X_3\}$; $\{X_2, X_2\}$; $\{X_2, X_1\}$; $\{X_2, X_3\}$; $\{X_3,$

X_3 }; $\{X_3, X_1\}$; $\{X_3, X_2\}$]. Após isso, é preciso obter as médias de cada amostra, de modo que a quantidade de médias amostrais seja igual à quantidade de amostras extraídas.

Etapa 4: Construção da distribuição de probabilidades das médias amostrais.

Preferencialmente, em uma tabela, deverão ser reunidos todos os valores assumidos pela média amostral, em cada amostra, conjuntamente com suas respectivas probabilidades de ocorrência. Isso posto, as probabilidades serão obtidas pela abordagem clássica, ou seja, por meio da razão entre o número de casos favoráveis e a quantidade de casos possíveis. Por exemplo: a probabilidade de a média amostral assumir o valor dois, na população formada pelos valores (1,2,3), será dada por $3/9$. Isso acontece, pois temos três casos favoráveis ao valor dois – representado pela média dos pares (1;3); (3;1) e (2;2) – sendo possíveis nove resultados, ao todo.

Etapa 5: Cálculo da Média das Médias amostrais.

Essa etapa exige a soma dos valores de todas as médias amostrais e posterior divisão pela quantidade total de médias obtidas. Em seguida, deve-se comparar o valor obtido com o resultado da média populacional, o qual foi obtido na etapa 1.

Etapa 6: Elaboração do gráfico para as médias amostrais.

Os estudantes irão construir um gráfico de barras para representar os diferentes valores assumidos pela média amostral, associados com suas respectivas probabilidades.

Etapa 7: Comparar o gráfico das médias amostrais com o da curva normal.

Nessa etapa, o professor deve retomar a representação gráfica do modelo normal (discutida na Seção 2), comparando-a com o gráfico de barras construído na etapa 6.

Análise da Atividade 3

Nessa altura, os estudantes já possuem algum nível de intimidade com a Distribuição Normal e com o cálculo das probabilidades dos eventos. Por isso, já existem condições de apresentar a média como uma variável aleatória e derivar, informalmente, sua distribuição de probabilidade, a partir do Modelo Normal.

Diante disso, conforme apontado na Seção 3, a distribuição probabilística amostral da média é obtida a partir da investigação dos valores de várias médias amostrais, calculadas a partir da extração de repetidas amostras colhidas de uma mesma população de interesse. Na atividade, a população foi representada pelos integrantes do trio⁴. Especificamente, cada integrante assumiu o valor de uma determinada variável aleatória, tal como já foi discutido. Pode-se ter, por exemplo, uma população formada pelos valores 1, 2 e 3.

O objetivo principal dessa atividade é permitir que o grupo de estudantes construa, manualmente, a distribuição de probabilidade das médias amostrais obtidas. Nesse sentido, o professor deve reforçar a diversidade de valores que a média amostral pode assumir. Especificamente, demonstrar

4 Naturalmente, o tamanho dos grupos pode variar. Entretanto, o docente deve perceber que, no caso de grupos com mais de três integrantes, a quantidade de pares de amostras obtidas será expressivamente maior. Por exemplo, no caso de grupos com 4 pessoas, será necessário extrair $4^2 = 16$ amostras, com reposição.

a dependência desse valor, em relação à amostra escolhida, comprovando a aleatoriedade da média.

Ressalta-se o resultado obtido pela Etapa 5, o qual evidencia um importante fato: a média das médias é igual à média populacional – tal como anunciado na Seção 3. Isso significa que, mesmo não tendo acesso, na prática, a todas as amostras possíveis de uma população, sabe-se que, em média, o resultado fornecido por todas essas amostras será igual ao valor da média na população.

A Etapa 7 talvez seja a mais importante. Nela, é possível perceber que a distribuição amostral da média é bem aproximada do modelo Normal. Em consequência, cerca de 68% dos valores assumidos pelas médias amostrais estarão razoavelmente próximos da média das médias amostrais, a qual, conforme evidenciado na Etapa 5, é a própria média populacional. O professor deve ressaltar a importância desse resultado, pois, na prática, as pesquisas trabalham com uma única amostra. Entretanto, por possuir distribuição aproximadamente normal, existe uma relativa proximidade entre o valor médio fornecido por essa amostra e a média da população, a qual sempre será desejada, porém, desconhecida.

Considerações finais

Diante das discussões apresentadas, são propostas atividades com o intuito de auxiliar o professor de Matemática no ensino do modelo da Curva Normal, para os estudantes do Ensino Médio. Mostra-se, ainda, a possibilidade de utilização do referido Modelo para uma abordagem da média aritmética amostral, enquanto variável aleatória. As atividades foram cons-

truídas por meio do suporte metodológico da inferência informal, permitindo priorizar o raciocínio inferencial, em detrimento do avançado instrumental matemático comumente exigido. Ademais, evidencia-se a potencialidade em trabalhar, na sala de aula, as relações entre Estatística e Probabilidade, áreas tipicamente ensinadas de forma independente.

Por fim, espera-se a promoção de novas reflexões acerca do processo de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica. Essa condição amplia a base de conhecimentos dos professores de Matemática do Ensino Médio, relativa aos conceitos estatísticos e probabilísticos abarcados pela Curva Normal e sua articulação com a média aritmética amostral. Acredita-se, com isso, na melhoria da qualidade das ações docentes em sala de aula, em favor da construção do letramento estatístico e probabilístico dos estudantes do Ensino Médio.

Referências

ARAÚJO, A. F. Q., CARVALHO, J. I. F. A inter-relação entre a estatística e a probabilidade: um estudo sobre os conhecimentos de professores de matemática do ensino médio sobre a curva normal. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática – Rebecem*, Cascavel, PR, v. 3, n. 2, 2019. p. 263-289.

ARAÚJO, A. F. Q. *A Inter-relação entre a Estatística e a Probabilidade: um estudo com professores de matemática do ensino médio sobre a curva normal*. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

BATANERO, C.; TAUBER, L.; SÁNCHEZ, V. Students' reasoning about the normal distribution. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Ed.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. [S. l.]: Springer-Science, Business Media BV, 2004. p. 257-276.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação, *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC, 2018.

BAYER, A.; ECHEVESTE, S.; BITTENCOURT, H; ROCHA, J. Preparação do formando em Matemática – Licenciatura Plena para lecionar Estatística no Ensino Fundamental e Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS – ENPEC, 5., 2005, Bauru, SP. *Atas [...]*. Bauru: Abrapec, 2006.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared. *Internacional Statistical Review*, Australia, v. 70, p. 1-33, Apr. 2002.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Jones, G. A. (Ed.). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. USA: Springer, 2005. p. 39-63.

GONÇALVES, P. *Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do software geogebra*. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, 2014.

LOPES, C. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Caderno Cedes*, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

LOPES, C. A educação estocástica na infância. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 160-174, 2012.

MAKAR, K.; RUBIN, A. A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, v. 8, n. 1, p. 82-105, 2009.

TAUBER, L. *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos*. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Departamento de Didáctica de las Matemáticas da Universidad de Sevilla, Sevilla, 2001.

ZIEFLER, A.; GARFIELD, J. B.; READING, C. A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, v. 7, p. 25-19, 2008.

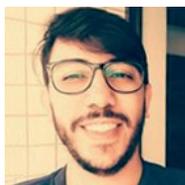
APRESENTAÇÃO DOS AUTORES



André Fellipe Queiroz Araújo

Licenciado em Matemática. Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. É professor da rede pública de Pernambuco, atuando no Ensino Fundamental e Médio. Pesquisa em Educação Matemática e Estatística e Probabilística. Gosta de ler e viajar.

andrefellipeq93@gmail.com



Diêgo Bezerra de Melo Maciel

Economista, Mestre em Estatística, Doutor em Desenvolvimento Urbano e doutorando em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professor da Pós-Graduação em Administração da Fundação Getúlio Vargas e da Pós-Graduação em Economia e Negócios da Universidade Católica de Pernambuco. Gosta de escrever e comer.

dbm.maciel@gmail.com



Emilly Rayane Moura Diniz Santos

Pedagoga, mestranda da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Docente dos anos iniciais do Ensino Fundamental e pesquisadora dos campos de Probabilidade, Estruturas Aditivas e Multiplicativas (Raciocínio Combinatório). Gosta de ler livros de ficção, assistir séries de aventura e escrever histórias infantis.

emillydiniz97@hotmail.com



Erica Michelle Silva Cavalcanti

Pedagoga, Doutora em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental das redes públicas de Recife e Jaboatão dos Guararapes. Gosta de estar com amigos na praia, ou em um café, e de ouvir música.

erica.mcavalcanti@gmail.com



Gilda Lisbôa Guimarães

Pedagoga, Professora Titular da Universidade Federal de Pernambuco e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Coordenadora do Gref, pesquisa e ministra disciplinas sobre ensino e aprendizagem de Estatística. Adora estar com amigos e viajar.

gilda.lguimaraes@gmail.com



Izabela Cristina Bezerra da Silva

Pedagoga, mestranda da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Pesquisa sobre Educação Matemática com ênfase nos processos de ensino e aprendizagem de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Gosta de praia, aproveitar os momentos com o filho, ler e praticar astrofotografia.

izabelacristinabs@gmail.com



José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Licenciado em Matemática, Professor Adjunto da UFPE/Campus do Agreste e dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE, e Educação em Ciências e Matemática – PPGECM. Coordenador do Gref, pesquisa e ministra disciplinas sobre o ensino e aprendizagem da Probabilidade na Educação Básica. Como um bom pernambucano, gosta de sol, mar e adora bolo de rolo.

ivanildo.carvalho@ufpe.br



Luan Costa de Luna

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), doutorando e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Atualmente é formador de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental e Ensino Médio. Gosta de viajar e fazer trilhas.

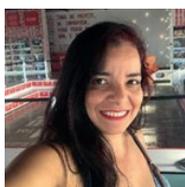
luancluna@gmail.com



Marcília Elane do Nascimento Pontes

Pedagoga, Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Especialista em Gestão Educacional e Coordenação Pedagógica. Desenvolve pesquisas na área de Educação Estatística. É professora dos anos iniciais da Prefeitura Municipal de Jaboação dos Guararapes e do Paulista. Gosta de ensinar, aprender e viajar.

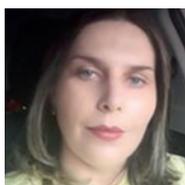
marciliapontes2@gmail.com



Maria Betânia Evangelista da Silva

Pedagoga, doutoranda e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental na Prefeitura Municipal de Olinda e Analista Educacional no Estado de Pernambuco. Realiza pesquisas relacionadas ao ensino-aprendizagem de Estatística. Gosta de ir ao cinema e ler.

mbevangelista@hotmail.com



Milka Rossana Guerra Cavalcanti de Albuquerque

Pedagoga e Doutora em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professora da Prefeitura da Cidade de Recife. Tem experiência em docência de anos iniciais, Ensino Superior e formação de professores. Desenvolve pesquisas na área de Educação, com ênfase em Educação Estatística e formação de professores. Gosta de viajar e estudar sobre gastronomia.

mirgca@gmail.com



Paula Cristina Moreira Cabral

Pedagoga, Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Graduada em Pedagogia, também pela UFPE. Atualmente é professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental das Redes Municipais do Recife e de Jaboatão dos Guararapes. Gosta de estar com a família, comer sushi e açaí.

paulacabral282019@gmail.com



Paulo Marcos Ribeiro da Silva

Licenciado em Matemática e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professor dos anos finais das redes municipais de Jaboatão dos Guararapes e do Ipojuca. Pesquisa sobre processos de ensino e aprendizagem em Educação e Estatística. Gosta de viajar com a família para conhecer novos lugares e culturas.

pmribeirogen2@hotmail.com



Rita de Cássia Gonçalves Muniz

Pedagoga, mestranda da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental nos municípios do Ipojuca e do Recife. Pesquisa sobre desenvolvimento da Linguagem Estatística. Adora viajar, aproveitar a família e conversar tomando um bom café com bolo.

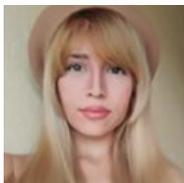
ritadcgm@hotmail.com



Tâmara Marques da Silva Gomes

Pedagoga, especialista em supervisão e coordenação escolar, com mestrado e doutorado em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Atua como professora dos anos iniciais da rede pública na Região Metropolitana do Recife. Nas horas livres gosta de ler, assistir filmes, viajar e estar com família e amigos.

tamara_msg@hotmail.com



Waleska Stefany Moura Diniz

Pedagoga, mestranda da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec/UFPE. Atua na Educação Infantil e pesquisa na área de Educação Matemática, em especial sobre Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Gosta de desenhar, ler livros de ficção e assistir animes.

stefanydiniz10@gmail.com

Título Probabilidade e estatística na escola
Organização Gilda Lisbôa Guimarães
José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Formato E-book (PDF)
Tipografia Palatino LT Std (texto) e Domus (títulos)
Desenvolvimento Editora UFPE



Rua Acadêmico Hélio Ramos, 20 | Várzea, Recife-PE
CEP: 50740-530 | Fone: (81) 2126.8397
E-mail: editora@ufpe.br | Site: www.editora.ufpe.br

