
OS ASPECTOS SEMIÓTICOS DO PENSAMENTO MATEMÁTICO

Willian José da Cruz¹¹
Ana Claudia Ribeiro Martins²²

RESUMO

Este texto traz alguns resultados iniciais de uma pesquisa de caráter bibliográfico em andamento, no âmbito da licenciatura em matemática do Instituto Federal do Sul de Minas Gerais, a qual tem a finalidade de discutir a importância dos experimentos mentais na construção do conhecimento matemático, conhecer os processos semióticos do pensamento e da cognição em matemática. Entende-se por experimentos mentais, as formas que o sujeito tem de colocar seus próprios pensamentos, como objeto de consideração, por meio de uma representação, sendo considerados determinados contextos, servindo a um duplo papel: mostrar a coerência do conteúdo e a possibilidade de aplicação desse conteúdo. Para alcançar esse objetivo, estrutura-se o pensamento baseando-se na semiótica de Peirce e no princípio da complementaridade de Otte.

Palavras Chave: Experimentos Mentais. Semiótica. Cognição Matemática. Conceitos.

ABSTRACT

This text presents some initial results of an ongoing bibliographical research, within the scope of the degree in mathematics of the Federal Institute of the South of Minas Gerais, whose purpose is to discuss the importance of mental experiments in the construction of mathematical knowledge, Semiotic processes of thought and cognition in mathematics. It is understood by mental experiments, the forms that the subject has to put their own thoughts, as object of consideration, through a representation, being considered certain contexts, serving a double role: to show the coherence of the content and the possibility of Application of this content. In order to achieve this goal, the thought structure is based on the semiotics of Peirce and on the principle of complementarity of Otte.

Keywords: Mental Experiments. Semiotics. Mathematical Cognition. Concepts.

1 – INTRODUÇÃO

Este texto apresenta os resultados iniciais de uma pesquisa em andamento, cujo objetivo é conhecer os processos semióticos do pensamento e da cognição em matemática e quais são seus

1 - Doutor em Educação Matemática pela UNIAN –Docente do IFSULDEMINAS - Campus Pouso Alegre – willian.cruz@ifsuldeminas.edu.br.

2 - Aluna do curso de Licenciatura em Matemática do IFSULDEMINAS-Campus Pouso Alegre- annaribeiromat@gmail.com.

reflexos no ensino desta disciplina e apresentar os experimentos mentais como alternativas para construção de conceitos em matemática.

Esta perspectiva é bem conhecida na filosofia da ciência como uma contribuição para entender a questão de como as descobertas científicas são possíveis e mostra a necessidade de representar o que se sabe sobre algo, no intuito de resolver os problemas e estimular a criatividade.

Semiótica é a ciência que trata dos signos e de suas relações com outros signos. Charles Sanders Peirce e Ferdinand de Saussure são considerados os mentores da semiótica. Nosso trabalho se apóia na semiótica sob a perspectiva Peirciana.

Os experimentos mentais são formas que o sujeito tem de colocar os seus próprios pensamentos, a luz de uma teoria, como objeto de consideração em uma dada prova (CRUZ, 2015). Mas os experimentos mentais não fornecem novos dados, daí a pergunta: Se os experimentos mentais não fornecem novos dados, como pode fornecer informações novas? A resposta talvez resida no fato de que ele nos possibilita termos algumas ações, por isto são importantes no aprendizado da matemática.

Este é o aspecto da complementaridade entre intensão e extensão, entre sentido e referência, colocando em evidencia a relação entre o contexto da descoberta (construção) e o contexto de justificação. Na Educação Matemática procuramos ensinar os alunos a serem criativos. Portanto, não existe um conceito completo das coisas, são apenas possibilidades, representações, ideias, intuições.

2 – SEMIÓTICA

O que é semiótica? Esta se torna a primeira pergunta desse texto. Pode-se responder que é a ciência que trata dos signos de todos os tipos e da relação desses com os seus objetos. Mas o que são signos? Para Cruz (2015, p.35) signo ou representâmen é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Este signo é interpretado por um potencial sujeito, criando na mente desse indivíduo um outro signo (interpretante). O signo representa algo, o seu objeto.

Um signo é tudo aquilo que está relacionado com uma segunda coisa, seu objeto, com respeito a uma qualidade, de tal modo a trazer uma terceira coisa, seu interpretante, gerando significado a esse signo (Cruz, 2015).

O diagrama seguinte nos permite entender esse aspecto semiótico do pensamento:

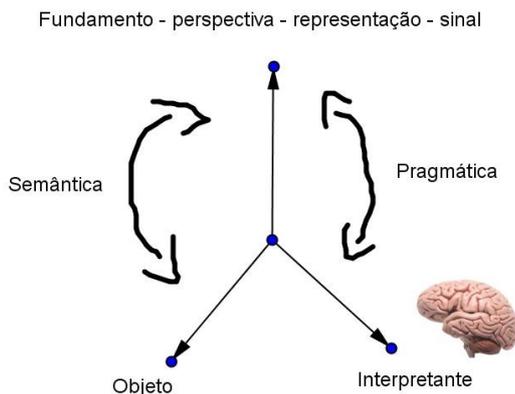


Figura 1: O aspecto semiótico do pensamento.³

A ciência semiótica tem três ramos: a gramática especulativa pura, a lógica e a retórica pura.

A gramática especulativa é a doutrina das condições gerais dos símbolos e signos e tem um caráter significante. A lógica é a ciência do que é quase verdadeiro, com a intenção de que possa ser aplicada a qualquer objeto. Retórica pura tem o objetivo de determinar leis pelas quais um signo dá origem a outro signo.

Para Pierce, todo raciocínio é definido por tríades e uma tríade particularmente importante é a que envolve os três tipos de signos: o ícone, o índice e o símbolo (CP, 2010, p. 303 e 304).

O ícone é um signo que é a imagem ou representação do objeto. (CRUZ, 2015).

Utilizando por exemplo a figura abaixo, notamos que ela se assemelha a estrutura de um sistema linear, nesse caso, a Figura 1 pode ser utilizada como ícone de um sistema linear.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

Figura 2: Representação de um sistema linear.

O índice é um signo que se refere ao objeto em virtude de ser realmente afetado por esse objeto. O índice envolve uma espécie de ícone, um ícone do tipo especial e não uma mera semelhança com o seu objeto. Tem alguma qualidade em comum com o objeto, é um nome ou uma indicação. (CRUZ, 2015, p.34)

³ (CRUZ & MARTINS, 2017).

Por exemplo:

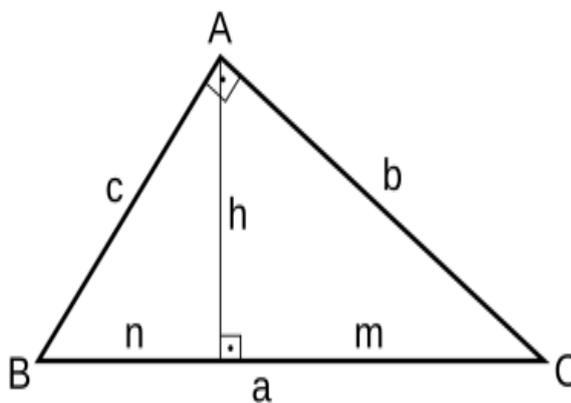


Figura 3: O triângulo ABC.⁴

O símbolo é um signo que se refere ao seu objeto denotando uma virtude ou uma lei, normalmente, associando ideias gerais que operam no sentido de fazer com que o símbolo seja interpretado como se referindo ao seu objeto, ou seja, é uma convenção (CRUZ, 2015, p.34).

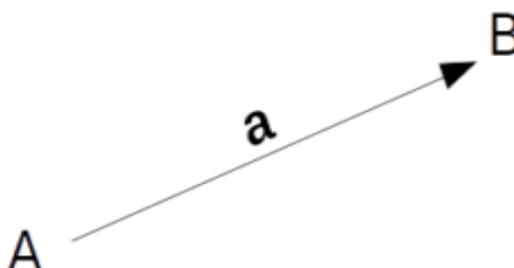


Figura 4: O vetor AB⁵

Em termos gerais, um índice representa uma relação direta com algum existente, um ícone refere-se a seu objeto por semelhança e um símbolo tem um significado definido em termos de convenção social.

O signo não representa o objeto em todos seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia. O signo é conscientemente reconhecido pelo sujeito cognoscente e, para isso, o sujeito tem

⁴ As letras maiúsculas indicam os vértices ou os ângulos do triângulo, e as letras minúsculas indicam os seguimentos que formam a figura geométrica (CRUZ & MARTINS, 2017).

⁵ Este símbolo pode ser representado, nessa forma, por um vetor, ou um segmento de reta. (CRUZ & MARTINS, 2017).

de criar outros signos e interpretações do primeiro. Significado é uma interpretação de um signo dentro de outro sistema de signos.

Segundo Santaella (2005, p.8), tanto o próprio signo como o objeto do signo também podem ser qualquer coisa de qualquer espécie. Essa coisa qualquer, está na posição de objeto, pois é representada pelo signo. A definição de signo, objeto e interpretante é dada pela forma de como esses três elementos ocupam o processo representativo.

Otte (2012) afirma que todo raciocínio é uma interpretação de signos de algum tipo, e a interpretação de um signo é apenas uma construção de um signo novo e assim sucessivamente, ou seja, não existe um sentido definitivo e absoluto de uma representação.

Para que um sujeito reconheça uma representação de um determinado objeto, este objeto já tem que significar algo para ele. O sujeito não consegue identificar, ou reconhecer uma determinada representação, sem um conhecimento prévio do objeto em questão, isto é, ter uma noção do objeto representado.

3 - OS EXPERIMENTOS MENTAIS

Os experimentos mentais são formas que o indivíduo tem de representar seus pensamentos. Esta forma de representação está associada a um contexto definido, servindo tanto para esclarecer confusões no modo de pensar, como encontrar contradições no conteúdo ensinado.

O experimento mental tem a característica de ser baseado num sistema de atividades supostas, no qual as coisas são implicitamente assumidas. Permite o uso da intuição, combinando em si, experiências e conhecimentos. Apresenta-se como um poderoso instrumento no aprimoramento e na compreensão sobre a natureza do conhecimento matemático, no entanto a situação imaginada deve possibilitar ao cientista, ou ao experimentador, aplicar seus conceitos do mesmo modo como aplicavam anteriormente, não procurando novos fatos (KUHN, 2011).

Mas também serve como fatos ou formas de estabelecer algum fenômeno, permitindo buscar algumas hipóteses para explicar tal fenômeno. Os experimentos mentais facultam ao cientista o acesso às informações que estão disponíveis para ele, porém não lhe são acessíveis, intensificando a crença na existência de objetos na Matemática e nas ciências em geral (CRUZ, 2015).

A importância de sua utilidade revela-se por ser uma reflexão à base de dados conhecidos, ajudando a resolver confusões do modo de pensar. As verdades são consideradas sintéticas, do ponto de vista de Kant (1997), e estão relacionadas ao desenvolvimento do raciocínio teorematizado, na concepção de Peirce, na busca de generalidade.

A realidade do conhecimento pode ser conceituada como um processo semiótico que envolve o próprio sujeito. Otte (2012) conceitua cognição como o resultado de uma contradição dialética entre o sujeito cognoscente e a realidade objetiva que, no final, muda tanto o sujeito como a realidade objetiva.

O objeto de investigação não se revela de forma clara e óbvia, de modo a atingir o conhecimento com apenas a leitura de suas propriedades mais relevantes. É preciso que se estabeleça uma interação entre a sensação consciente e a reação objetiva, por meio de uma forma ou representação fixa, isto é, essa interação deve ser desenvolvida por meio de experimentos mentais (CRUZ & MARTINS, 2017).

Segundo Cruz (2015), os experimentos mentais são conceituados como formas que o sujeito tem para colocar seu próprio pensamento, -aportando-se em uma teoria de base, por meio de uma representação. Os experimentos mentais servem tanto para mostrar a coerência do conceito do ponto de vista do conteúdo, quanto para melhorar a compreensão das possibilidades de aplicação de tal conceito.

Este tipo de experimentos está à base de um sistema de atividades supostas, aceitando certas relações implicitamente assumidas, permitindo o uso da intuição, que combina experiências e conhecimentos.

Os experimentos mentais estabelecem algum fenômeno, permitindo buscar algumas hipóteses para explicar tal fenômeno. “Os experimentos mentais facultam ao cientista o acesso às informações que estão disponíveis para ele, porém não lhe são acessíveis, intensificando a crença na existência de objetos na Matemática e nas ciências em geral” (CRUZ, 2015, p.211).

Na perspectiva dos experimentos mentais, a Matemática é compreendida como uma atividade, uma construção à base de possibilidades.

Veja um exemplo:

Provar que é possível $(b+c)^2 = a^2+2bc$, sendo a, b e c números reais positivos.

Constrói-se a referência:

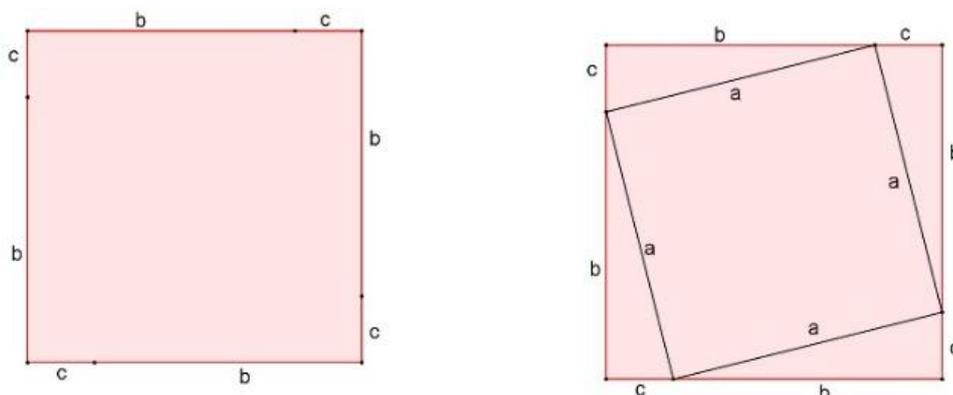


Figura 4: Construção das referências. ⁶

Com base na atividade anterior, é possível demonstrar o teorema de Pitágoras, $a^2=b^2+c^2$. Nenhum problema fornece meios para sua solução. Temos que procurar um contexto para que o problema seja resolvido, em certo sentido. A hipótese do contínuo de Cantor, por exemplo, ainda não tem solução. O grande problema é que na matemática muitas pessoas acham que tudo é consistente, mas não se faz matemática dessa forma.

A história da matemática mostra que os experimentos mentais sempre desempenharam um papel importante para o desenvolvimento do pensamento matemático e ainda desempenha. A nossa suposição é que os experimentos mentais desempenham um papel importante no ensino também.

Leibniz disse que cada coisa tem o seu conceito completo. Mas se fosse possível criar um conceito completo da realidade, o resto seria fácil. Descartes por exemplo, acreditava na realidade das intuições. Kant, por sua vez, acreditava que a existência não é somente conceito e isto fê-lo emancipar-se do leibnizianismo e, ao mesmo tempo voltar-se contra o sensacionalismo. Foi o que permitiu-lhe ver que nenhuma descrição geral da existência é possível.

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O aspecto essencial dos experimentos mentais e que não acontece num contexto de uma estrutura lógica definido em termos axiomáticos é a capacidade de desenvolver um contexto de situações imagináveis, ou seja, um espaço de meras possibilidades.

No experimento mental, cria-se a possibilidade de construção de referência à base de um pensamento especulativo. Não é simples intuição, mas uma referência à base de um contexto teórico, um pensamento abduutivo, um passo intermediário.

5 – REFERÊNCIAS

BRENT, J. *Charles Sanders Peirce: A life*. Revised and Enlarged Edition, 1998.

CRUZ, W. J. *Experimentos mentais e provas matemática formais*. São Paulo: UNIAN, 2015, 233 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-Graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

⁶ (CRUZ & MARTINS, 2017).

CRUZ, W. J. & MARTINS, A. C. R. *A semiótica e os experimentos mentais: características e analogias*. Ouro Preto: VI EEMOP – VIII EEPEM, 2017.

KANT, I. *Crítica a razão pura*. Trad. M. P. Santos e A. F. Morujão. Introdução e notas de A. F. Morujão. 4ª ed. Lisboa: Fundação Caloute Gulbenkian, 1997.

KUHN T. S. *A tensão essencial*. São Paulo: Editora UNESP, 2011. 257 – 282 pp.

PEIRCE, C. S. (CP). *Semiótica*. Trad. Jose Teixeira Coelho Neto. 4ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.