# PLANETA IDEAS

**Un espacio para explorar, aprender y compartir**

## 🧭 ¿Cómo resolver un problema en matemáticas (o ciencias) paso a paso?

Una buena forma de resolver problemas en ciencias (y en las pruebas SABER) es seguir una estrategia ordenada como hacen los científicos:

1. **Lee con atención el enunciado**
   📌 ¿De qué trata? ¿Qué se quiere saber?

2. **Subraya lo importante**
   🖍️ Datos, variables, condiciones especiales, relaciones.

3. **Haz un esquema o dibujo**
   ✏️ Representa la situación. Ayuda a visualizar.

4. **Plantea relaciones o fórmulas**
   🧠 Usa lo que sepas: proporciones, leyes físicas, ecuaciones, etc.

5. **Organiza en tabla si es útil**
   📋 Es ideal cuando hay muchos datos o comparaciones.

6. **Representa gráficamente (si es posible)**
   📈 Esto te permite detectar patrones o errores fácilmente.

7. **Verifica y elige la mejor opción**
   ✅ Revisa si tu respuesta tiene sentido con lo que preguntan.

### 🎯 ¿Cómo aplicar esto en las preguntas SABER?

- Si la pregunta **ya tiene gráfico o tabla**, **apóyate en eso**. Observa tendencias, valores extremos, relaciones.
- Si el enunciado es **muy textual**, **haz tú mismo el esquema, tabla o gráfico**. Eso te dará claridad.
- **No te saltes pasos**. A veces creemos que leer y hacer una cuenta rápida es suficiente, pero en preguntas complejas, esquematizar es clave.
- **Entrena con diferentes formatos**: resolver solo preguntas con gráficos puede darte confianza, pero necesitas practicar también las que tienen solo texto.

### 📝 Recomendación final

**Resolver bien un problema no es hacerlo rápido, sino hacerlo con método.**

Cada paso que haces (subrayar, esquematizar, plantear una ecuación, revisar el gráfico) te acerca a una mejor comprensión y una respuesta correcta.

---

## 📄 Problema #1 – ¡Diseña el huerto del colegio!

**Lee con atención el siguiente enunciado y luego usa el método de los 7 pasos (leer, subrayar, esquematizar, ...) para resolverlo.**

La profesora de ciencias quiere construir un huerto rectangular de 12 m de largo por 8 m de ancho en el patio del colegio.

En una de las esquinas dejará un triángulo isósceles libre para colocar un tanque de agua; dicho triángulo tiene base 4 m (sobre uno de los lados del rectángulo) y lados iguales de 5 m cada uno. Se quiere conocer cuál es el área útil donde se puede sembrar y el perímetro de esa zona para la construcción de una cerca.

1. **Dibuja** un esquema a escala del terreno, indicando claramente el rectángulo y el triángulo eliminado.
2. Calcula:
   a. **Área de la zona útil** que se sembrará.
   b. **Longitud total de la cerca** que rodeará solo la zona útil (no se cerca el triángulo libre).
3. Explica **qué fórmulas** decidiste usar en cada cálculo y **por qué**.

**Entrega**: tu esquema rotulado, operaciones y respuestas finales con unidades.

### 📊 Formulario disponible

| Figura | Fórmula de área | Fórmula de perímetro / circunferencia |
|---|---|---|
| Rectángulo | $A = b \times h$ | $P = 2(b + h)$ |
| Triángulo | $A = \dfrac{b \times h}{2}$ | Suma de todos sus lados |
| Triángulo isósceles | $h = \sqrt{l^2 - \left(\dfrac{b}{2}\right)^2}$ (para hallar la altura) | — |
| Círculo | $A = \pi r^2$ | $C = 2\pi r$ |

*(b = base, h = altura, l = lado igual, r = radio, π ≈ 3,14)*

💡 **Pistas metodológicas para el estudiante**

- **Subraya** primero los datos (medidas) y lo que se pide (área y cerca).
- En el **esquema**, usa colores distintos para:
    - Terreno sembrado
    - Triángulo eliminado
- Pregúntate:
    - ¿Conviene restar áreas o descomponer figuras por separado?
    - ¿Qué lados del rectángulo siguen "abiertos" después de quitar el triángulo?
- **Revisa unidades**: todas las longitudes en metros, el área en $m^2$.
- **Verifica tu respuesta** estimando: el área no puede ser mayor que la del rectángulo completo (96 $m^2$).

---

📄 **Problema #2 – "La pista + jardín central"**

**Lee con atención el enunciado** y resuelve usando los **7 pasos** del método (leer → subrayar → esquematizar → ...).

El colegio quiere construir una pista de atletismo con forma de estadio:

- Un rectángulo central de 30 m × 20 m.
- En los lados cortos se añaden dos semicírculos cuyo radio es la mitad del lado corto.

En el centro de la pista se dejará un jardín con forma de pentágono regular; cada lado del pentágono mide 6 m. Se quiere conocer cuál será el área total del estadio, su perímetro exterior ya que deberá ser pintado y el área libre para correr (no se podrá correr en el jardín).

1. Dibuja un esquema a escala que muestre el estadio completo y el pentágono centrado.
2. Calcula:
    a. **Área total del estadio** (rectángulo + dos semicírculos).
    b. **Perímetro exterior** de la pista (solo el borde que se pintará).
    c. **Área libre para correr** después de excavar el jardín central (área estadio − área pentágono).
3. **Explica** qué fórmulas usaste y por qué en cada paso.

**Entrega**: esquema rotulado, operaciones claras y respuestas con unidades correctas.

### 📊 Formulario disponible

| Figura | Fórmulas útiles |
|---|---|
| Rectángulo | $A = b \cdot h \quad P = 2(b+h)$ |
| Círculo | $A = \pi r^2 \quad C = 2\pi r$ |
| Semicírculo | $A = \frac{\pi r^2}{2}$ Borde curvo $= \pi r$ |
| Pentágono regular | $P = 5s \quad A = \frac{P \cdot a}{2}$ con $a = \frac{s}{2\tan(\frac{\pi}{5})}$ |

*(usa $s = 6$ m, $\pi \approx 3{,}14$)*

### 💡 Pistas metodológicas

- **Subraya** primero: 30 m, 20 m, radio 10 m, lado pentágono 6 m.
- El estadio es *rectángulo + 2 semicírculos* → piensa en un **círculo completo** unido a un rectángulo.
- Para el **perímetro**, suma:
  1. Borde recto largo $2 \times 30$ m,
  2. Borde curvo total $= 2 \times (\pi r)$.
- **Pentágono**: calcula apotema con la fórmula; después área $= \frac{Pa}{2}$.
- **Comprueba** que el área libre sea menor que el área del estadio y mayor que cero.

---

### 📄 Problema #3 – "Maqueta del edificio cultural"

Durante la feria escolar, un grupo de estudiantes construye una **maqueta de un edificio cultural**, formada por:

1. Cuerpo principal: un prisma rectangular de 12 cm de largo, 8 cm de ancho y 6 cm de alto (simula las salas).
2. Cúpula: un hemisferio que cubre todo el techo (el radio de la semiesfera es 4 cm).
3. Torre de observación: un cilindro ubicado en un extremo, con radio 2 cm y altura 10 cm.

Todas las partes son huecas y se quiere pintar solo las superficies exteriores visibles.

### 🧠 Orientaciones a seguir:

1. Dibuja un esquema claro con las 3 figuras y sus medidas.

2. Calcula el volumen interior total (prisma + hemisferio + cilindro).
3. Halla el área a pintar si se quiere cubrir:
    a. Laterales del prisma (no base inferior).
    b. Mitad de esfera expuesta por fuera.
    c. Lateral del cilindro (no tapa inferior ni superior).
4. Da los resultados en centímetros cuadrados y cúbicos, con una conclusión final sobre cuánta pintura se necesita para cubrir el exterior.

📐 **Formulario útil**

| Figura | Volumen $V$ | Área superficial visible $A$ |
|---|---|---|
| Prisma rect. | $V = L \cdot A \cdot H$ | $A = 2LH + 2AH$ |
| Hemisferio | $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ | $A = 2\pi r^2$ |
| Cilindro | $V = \pi r^2 h$ | $A = 2\pi r h$ |

*(Usa $\pi \approx 3{,}14$.)*

---

✏️ **Autor:** L. Nova
📅 **Fecha de creación:** 15 de agosto de 2025

## 📝 Soluciones de referencia (docente)

*(No la muestres antes de que terminen; úsala para corrección rápida.)*

### 📄 Problema #1

1. **Área tierra sembrada**
   - Área rectángulo = $12m \times 8m = 96m^2$.
   - Altura triángulo = $\sqrt{5^2 - (4/2)^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21} \approx 4,58m$.
   - Área triángulo = $\dfrac{4m \times 4,58m}{2} \approx 9,16m^2$.
   - **Área útil** = $96m^2 - 9,16m^2 \approx 86,8m^2$.
2. **Cerca**
   - Perímetro original rectángulo = $2(12m + 8m) = 40m$.
   - Se elimina **solo** la base del triángulo (4 m) **y** los dos lados iguales (5 m + 5 m) quedan **dentro** de la zona libre (no se cercan).
   - **Longitud total** = $40m - 4m - 5m - 5m - 26m$.

### 📄 Problema #2

| Paso | Cálculo | Resultado |
|---|---|---|
| **1. Área del estadio** | Rectángulo: $A_{\text{rect}} = 30\,\text{m} \times 20\,\text{m} = 600\ \text{m}^2$<br>Dos semicírculos ⇒ **1 círculo** de radio $r = 10\,\text{m}$: $A_{\text{circ}} = \pi r^2 = 3{,}14 \times 10^2 = 314\ \text{m}^2$ | $A_{\text{estadio}} = 600 + 314 = 914\ \text{m}^2$ |
| **2. Perímetro exterior** | Lados rectos largos. $2 \times 30 = 60\ \text{m}$<br>Borde curvo (un círculo completo): $C = 2\pi r = 2 \times 3{,}14 \times 10 = 62{,}8\ \text{m}$ | $P_{\text{estadio}} = 60 + 62{,}8 = 122{,}8\ \text{m}$ |
| **3. Área del pentágono regular** | - Perímetro: $P_5 = 5s = 5 \times 6 = 30\ \text{m}$<br>- Apotema: $a = \dfrac{s}{2\tan(\pi/5)} = \dfrac{6}{2\tan 36^\circ} \approx \dfrac{6}{1{,}453} \approx 4{,}13\ \text{m}$<br>- Área: $A_5 = \dfrac{P_5\, a}{2} = \dfrac{30 \times 4{,}13}{2} \approx 61{,}9\ \text{m}^2$ | $A_{\text{jardín}} \approx 61{,}9\ \text{m}^2$ |
| **4. Área libre para correr** | $A_{\text{libre}} = A_{\text{estadio}} - A_{\text{jardín}}$ | $914 - 61{,}9 \approx 852{,}1\ \text{m}^2$ |

**Respuestas finales**

- a) Área total del estadio: $914 \text{ m}^2$
- b) Perímetro exterior que se pintará: $122{,}8 \text{ m}$
- c) Área libre para correr después de excavar el jardín: ≈ $852 \text{ m}^2$

> *Verifica que las unidades estén correctas y que el área libre sea menor que la del estadio completo (coherente) y mayor que cero.*

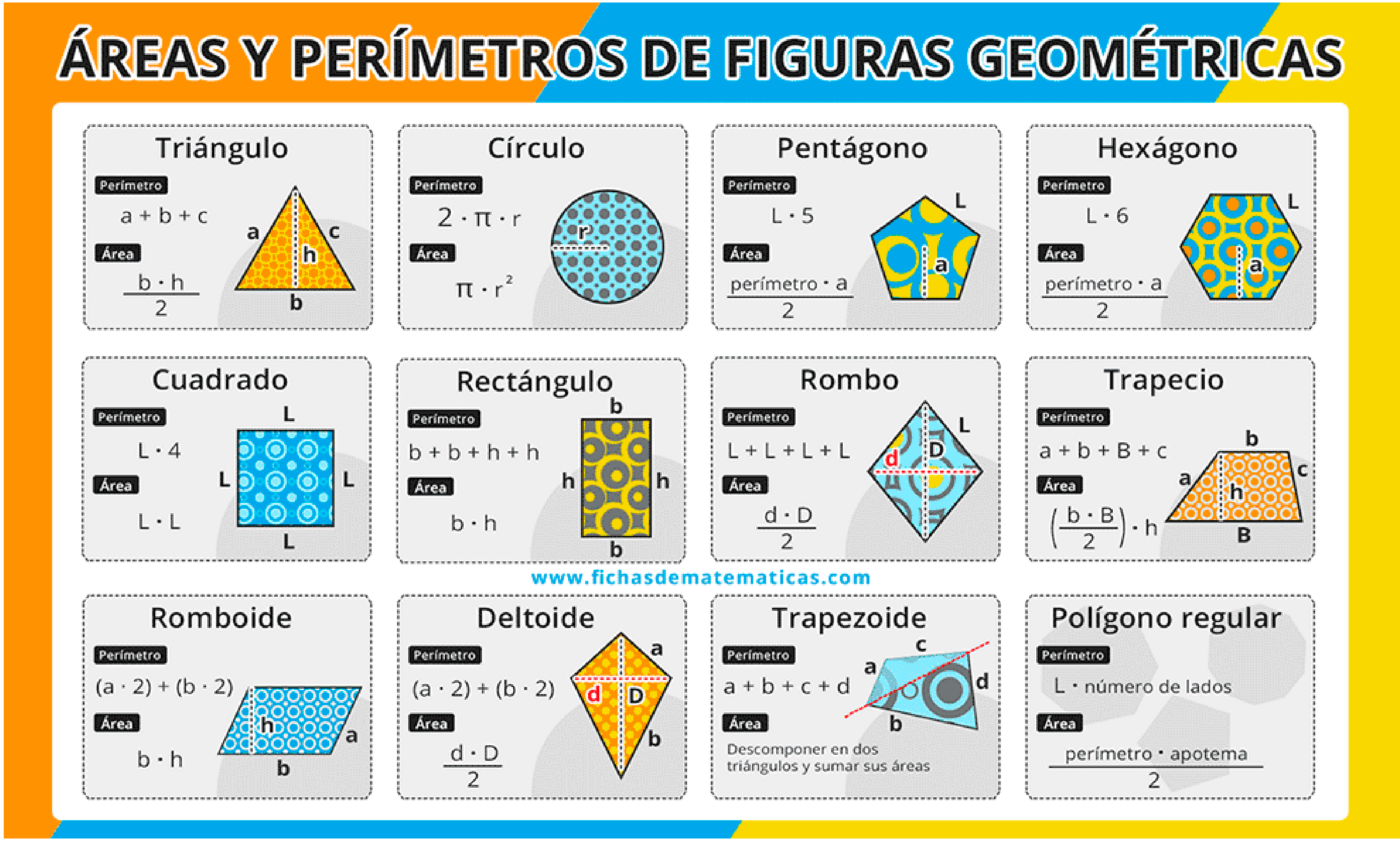
### 📄 Problema #3

| Parte | Cálculo | Resultado |
|---|---|---|
| Prisma (salas) | $V = 12 \times 8 \times 6 = 576 \text{ cm}^3$ | Área lateral: $2 \times 12 \times 6 + 2 \times 8 \times 6 = 144 + 96 = 240 \text{ cm}^2$ |
| Hemisferio | $V = \frac{2}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 64 \approx 133{,}9 \text{ cm}^3$<br>$A = 2\pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 16 = 100{,}5 \text{ cm}^2$ | |
| Cilindro | $V = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10 = 125{,}6 \text{ cm}^3$<br>$A = 2\pi r h = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 10 = 125{,}6 \text{ cm}^2$ | |

### Totales finales

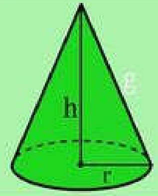
- Volumen interior total ≈ **835,5 $\text{cm}^3$**
- Área externa a pintar ≈ **240 + 100,5 + 125,6 = 466,1 $\text{cm}^2$**

## 💡 FORMULAS ÚTILES PARA RECORDAR



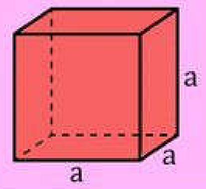
# Volumen
## Formulas, figuras geométricas

### Cono



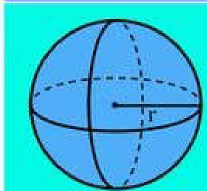

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

### Cubo



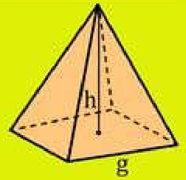

$$V = a^3$$

### Esfera



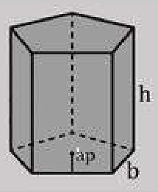

$$V = \frac{4}{3}\,\pi\, r^3$$

### Piramide



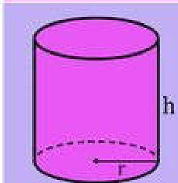

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

### Prisma




$$V = \frac{5b \cdot ap}{2} \cdot h$$

### Cilindro



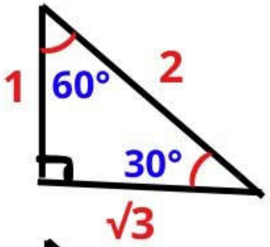

$$V = \pi\, r^2 \cdot h$$

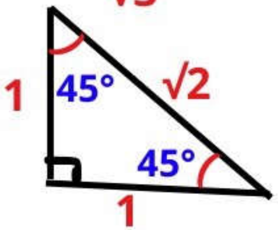
V = volumen
h = altura
r = radio

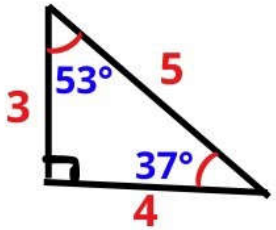
b = longitud del pentágono
ap = apotema

www.converter-to.com

# R.T DE ÁNGULOS NOTABLES I




| ∡ \ R.T | sen | cos | tg | csc | sec | ctg |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30° | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $2$ | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ |
| 45° | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{4}$ | $1$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ | $1$ |
| 60° | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | $2$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| 37° | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{4}{3}$ |
| 53° | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{3}{4}$ |

Mundo Math

# Identidades trigonométricas fundamentales

## Recíprocas

$$\csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

$$\boxed{\csc x * \operatorname{sen} x = 1}$$

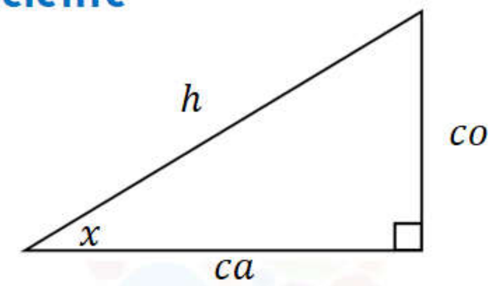
$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\boxed{\sec x * \cos x = 1}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\boxed{\cot x * \tan x = 1}$$

## Cociente




$$\operatorname{sen} x = \frac{co}{h} \qquad \cos x = \frac{ca}{h}$$

$$co = h * \operatorname{sen} x \qquad ca = h * \cos x$$

$$\tan x = \frac{co}{ca} \qquad \cot x = \frac{ca}{co}$$

$$\tan x = \frac{h * \operatorname{sen} x}{h * \cos x} \qquad \cot x = \frac{h * \cos x}{h * \operatorname{sen} x}$$

$$\boxed{\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}} \qquad \boxed{\cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}}$$

## Pitagóricas

$$\boxed{1 = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen}^2 x}$$

$$\boxed{\csc^2 x = 1 + \cot^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\boxed{\sec^2 x = \tan^2 x + 1}$$

WWW.LASMATESFACILES.COM

## 1 Figuras planas básicas

*(Perímetros y áreas fundamentales)*

| Figura | Parámetros clave | Perímetro $P$ | Área $A$ | Observaciones de uso rápido |
|---|---|---|---|---|
| **Cuadrado** | lado $s$ | $P = 4s$ | $A = s^2$ | Útil para sub-cuadricular otras figuras. |
| **Rectángulo** | base $b$, altura $h$ | $P = 2(b+h)$ | $A = b \cdot h$ | Aparece en problemas de pisos, muros, tableros. |
| **Paralelogramo** | base $b$, altura $h$ | $P = 2(b+c)$ (si $c$ es el otro lado) | $A = b \cdot h$ | Mismo área que rectángulo equivalente; observa la **altura**, no el lado oblicuo. |
| **Triángulo** (cualquiera) | lados $a, b, c$, base $b$, altura $h$ sobre $b$ | $P = a+b+c$ | $A = \frac{b \cdot h}{2}$ | Para hallar $h$ puedes usar Pitágoras o trigonometría según el caso. |
| – Triángulo **equilátero** | lado $s$ | $P = 3s$ | $A = \frac{\sqrt{3}}{4}s^2$ | Derivado de la altura $h = \frac{\sqrt{3}}{2}s$. |
| – Triángulo **isósceles** | lados iguales $l$, base $b$ | $P = 2l + b$ | $A = \frac{b \cdot h}{2}$, con $h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ | Muy común en diseño y problemas de simetría. |
| **Trapecio** | bases $B, b$ (mayor y menor), lados no paralelos $c, d$, altura $h$ | $P = B+b+c+d$ | $A = \frac{(B+b)\,h}{2}$ | El reto suele ser hallar $h$; descomponer en triángulos rectángulos ayuda. |
| **Rombo** | lado $s$, diagonales $d_1, d_2$ | $P = 4s$ | $A = \frac{d_1\,d_2}{2}$ | Si solo sabes $s$ y un ángulo, usa $A = s^2 \sin\theta$. |

### 🔑 Notas didácticas rápidas

- **Variables claras** → Antes de usar una fórmula, rotula siempre lados, alturas o diagonales en tu esquema.
- **Unidades coherentes** → Si mezclas cm y m, convierte primero.
- **Triángulos auxiliares** → Para trapecios y rombos, traza diagonales o alturas: transformas el problema en triángulos rectos.
- **Área negativa / resta** → Para figuras con "huecos", calcula el área grande y réstale el área que no cuenta (como hicimos con el huerto).

## 2 Círculos y figuras derivadas

*(longitudes, áreas y notas de uso práctico)*

| Figura | Parámetros clave | Longitud / Perímetro $L$ ó $P$ | Área $A$ | Observaciones rápidas |
|---|---|---|---|---|
| **Círculo completo** | radio $r$, diámetro $d = 2r$ | **Circunferencia**: $C = 2\pi r = \pi d$ | $A = \pi r^2$ | La base para todas las demás fórmulas. |
| **Arco circular** | radio $r$, ángulo central $\theta$ (rad) | $L = r\,\theta$ | — | Si $\theta$ está en grados, usa $L = \frac{\theta^\circ}{360^\circ}\,2\pi r$. |
| **Sector circular** | radio $r$, $\theta$ | **Arco** $L = r\theta$<br>**Perímetro sector**: $L + 2r$ | $A = \frac{r^2\theta}{2}$ | Para $\theta$ en grados: $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ}\,\pi r^2$. Muy frecuente en problemas de "rebanadas". |
| **Semicírculo** | radio $r$ | Borde curvo: $\pi r$<br>Perímetro total: $\pi r + 2r$ | $A = \frac{\pi r^2}{2}$ | Útil en figuras compuestas (p. ej. ventanas). |
| **Cuadrante** (¼ de círculo) | radio $r$ | Arco: $\frac{\pi r}{2}$<br>Perímetro total: $\frac{\pi r}{2} + 2r$ | $A = \frac{\pi r^2}{4}$ | Se combina mucho con cuadrados. |
| **Corona (anillo) circular** | radio externo $R$, interno $r$ | **Perímetro**: $2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R + r)$ | $A = \pi\left(R^2 - r^2\right)$ | Piensa en "área grande – área pequeña". |
| **Segmento circular** (rebanada menos triángulo) | radio $r$, $\theta$ | **Arco** $L = r\theta$<br>**Perímetro segmento**: $L + 2\,r\sin\frac{\theta}{2}$ | $A = \frac{r^2}{2}\left(\theta - \sin\theta\right)$ | Poco frecuente en SABER, pero aparece en retos avanzados. |
| **Sector anular** | $R,\ r,\ \theta$ | Arcos: $R\theta$ y $r\theta$<br>Perímetro total: $R\theta + r\theta + 2(R - r)$ | $A = \frac{\theta}{2}\left(R^2 - r^2\right)$ | Básicamente "porción de dona". |

### 🔑 Notas didácticas

- **Ángulos**: usa radianes si el problema ya lo hace; si no, convierte:

$$\theta = \frac{\pi}{180}\,\theta^{\circ}$$

- **Perímetros mixtos**: cuando el sector o el segmento forman parte de una figura compuesta, distingue entre borde curvo y lados rectos que sí se cercan o pintan.
- **Corona**: si solo te dan el grosor $t$ y el radio interno $r$, recuerda $R = r + t$.
- **Errores comunes**: olvidar sumar los radios rectos en el perímetro de un sector; confundir arco con circunferencia completa.

## 3 Polígonos regulares

*(mismo lado y mismo ángulo en cada vértice)*

| Figura / dato | Parámetros clave | Perímetro $P$ | Área $A$ | Observaciones rápidas |
|---|---|---|---|---|
| **$n$-gono regular (general)** | número de lados $n$, lado $s$, apotema $a$ | $P = n\,s$ | $A = \dfrac{P\,a}{2} = \dfrac{n\,s\,a}{2}$ | Base de todas las demás fórmulas; recuerda que $a$ es la distancia del centro al punto medio de un lado. |
| | mismo $n$, $s$ (sin apotema) | — | $A = \dfrac{n\,s^2}{4\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}$ | Útil cuando no conoces $a$. |
| | radio circunscrito $R$ | — | $A = \dfrac{n\,R^2\,\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{2}$ | Para problemas donde el polígono está "inscrito" en un círculo. |
| **Pentágono regular ($n = 5$)** | lado $s$ | $P = 5s$ | $A = \dfrac{5\,s^2}{4\tan(36^\circ)} \approx 1{,}720\,s^2$ | Aparece en mosaicos y jardinería. |
| **Hexágono regular ($n = 6$)** | lado $s$ | $P = 6s$ | $A = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\,s^2$ | Se descompone en 6 triángulos equiláteros; pavimenta sin huecos. |
| **Octágono regular ($n = 8$)** | lado $s$ | $P = 8s$ | $A = 2(1+\sqrt{2})\,s^2$ | Útil en marcos y diseño urbano (glorietas). |

### 📏 Datos angulares y diagonales (válidos para cualquier polígono regular)

| Fórmula | Significado / uso |
|---|---|
| $\text{Ángulo interior } \alpha = \dfrac{(n-2)\,180^\circ}{n}$ | Lo que mide cada esquina interna. |
| $\text{Ángulo exterior} = \dfrac{360^\circ}{n}$ | El giro necesario para "rodear" el polígono. |
| $\text{Suma de ángulos interiores} = (n-2)\,180^\circ$ | Muy preguntado en problemas de reparto de ángulos. |
| $\text{Número de diagonales} = \dfrac{n\,(n-3)}{2}$ | Para preguntas de conteo y grafos. |

## 🔑 Notas didácticas

1. **Apotema como "altura"**: descomponer el polígono en $n$ triángulos isósceles iguales; cada triángulo usa $a$ como altura → de ahí nace
$$A = \frac{P\,a}{2}$$
2. **Conversión rápida**: si conoces el lado $s$ de un hexágono, su apotema es
$$a = \frac{\sqrt{3}}{2}s.$$
3. **Circunradio vs. inradio**:
- Circunradio $R = \dfrac{s}{2\sin(\pi/n)}$ (del centro a un vértice).
- Inradio (= apotema) $a = \dfrac{s}{2\tan(\pi/n)}$.
4. **Teselaciones regulares**: solo triángulo equilátero, cuadrado y hexágono pavimentan el plano sin huecos → dato cultural que a veces aparece en preguntas conceptuales.

## 4 Relaciones métricas en triángulos

*(Pitágoras, semejanza y trigonometría básica)*

### 🔑 Notas didácticas

1. **Orden de análisis**:
    1. ¿El triángulo es recto? → Pitágoras / razones trigonométricas.
    2. ¿Conozco un ángulo y su lado opuesto? → Ley de senos.
    3. ¿Conozco los tres lados o 2 lados + ángulo incluido? → Ley de cosenos → luego senos.
2. **Semejanza combinada con Pitágoras** resuelve muchos problemas de altura sin trigonometría (p. ej. reflector que proyecta sombra).
3. **Verificación rápida**: la suma de dos lados siempre > lado restante; si no, revisa tus cálculos.
4. **Unidades**: áreas en $m^2$ / $cm^2$; ángulos coherentes (° o rad).

| Categoría | Fórmula | Variables / condiciones | Observaciones clave |
| --- | --- | --- | --- |
| **Teorema de Pitágoras** | $a^2 + b^2 = c^2$ | $c$ = hipotenusa, $a, b$ = catetos | Solo en triángulos **rectángulos**. Comprueba si un triángulo es recto. |
| | $h^2 = pq$ | $h$ = altura a la hipotenusa, $p, q$ = proy. de catetos sobre $c$ | Relación catetos–altura muy útil para problemas de escalas y sombras. |
| | $a^2 = c \cdot p, b^2 = c \cdot q$ | Idem | Permite hallar un cateto sin trigonometría. |
| **Semejanza** | $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ | Triángulos semejantes | Las razones de sus lados son iguales → escalas, sombras, maquetas. |
| **Razones trigonométricas** | $\sin\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}}$ $\cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}}$ $\tan\theta = \frac{\text{op}}{\text{ady}}$ | En triángulo recto | Determinan catetos o ángulos; base de topografía. |
| **Ángulos especiales** | 45-45-90: $a = a,\ c = a\sqrt{2}$ 30-60-90: $a,\ a\sqrt{3},\ 2a$ | Lados en proporción | Acelera cálculos sin calculadora. |
| **Ley de senos** | $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ | Cualquier triángulo | Encuentra lados o ángulos faltantes; $R$ = circunradio. |
| **Ley de cosenos** | $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ | Cualquier triángulo | "Pitágoras generalizado"; útil cuando conoces dos lados y ángulo incluido (CAS) o los tres lados (SSS). |
| **Áreas alternativas** | $A = \frac{1}{2}ab\sin C$ | Lados $a, b$ y ángulo incluido $C$ | Cuando NO hay altura explícita. |
| | $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ | **Fórmula de Herón**; $s = \frac{a+b+c}{2}$ | Solo necesitas los 3 lados; frecuente en preguntas numéricas. |
| | $A = \frac{1}{2}P\,r$ | $P$=perímetro, $r$=inradio | Con circunferencia inscrita. |
| | $A = \frac{abc}{4R}$ | $R$=circunradio | Útil cuando el triángulo está inscrito en un círculo. |

## 5 Figuras compuestas y técnicas de descomposición

*(sumar, restar y reorganizar áreas / perímetros)*

| Estrategia | Descripción operativa | Fórmula / paso clave | Cuándo es ideal | Precauciones |
|---|---|---|---|---|
| A. Suma directa de áreas | Divide la figura en **partes simples** (rectángulos, triángulos, sectores) que no se traslapen. | $A_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{k} A_i$ | Cuando todas las piezas están "pegadas" sin huecos ni solapamientos. | Marca claramente líneas ( corte para no contar duplicado. |
| B. Resta de áreas ("área negativa") | Calcula el **área grande** que encierra todo y réstale las zonas vacías (agujeros, muescas). | $A_{\text{útil}} = A_{\text{grande}} - \sum_{j=1}^{m} A_{\text{hueco},j}$ | Ventanas en muros, jardines con estanques, coronas circulares. | Comprueba que la superf resultante sea < área gra |
| C. Desdoble con ejes de simetría | Si la figura es simétrica, resuelve **solo una fracción** y multiplica. | $A_{\text{total}} = n\, A_{\text{fracción}}$ | Estrellas regulares, flores, polígonos inscritos. | Verifica que la fracción elegida incluya TODAS la: partes únicas. |
| D. Repaso de perímetros mixtos | **Perímetro total = bordes externos**. Suma curvas + rectas que queden "expuestos". | $P = \sum L_{\text{externo}}$ | Sectores pegados, semicírculos sobre rectas, figuras en L. | No incluyas bordes compartidos internos: se "cancelan". |
| E. Uso de la rejilla o método de conteo | Superpone una cuadrícula; cuenta cuadros completos y fracciones. | $A \approx N_{\text{completos}} \cdot \Delta^2 + \frac{1}{2} N_{\text{parciales}} \cdot \Delta^2$ | Contornos irregulares (ríos, costas) cuando se permite aproximar. | Precisión depende del tamaño de la cuadrícula |
| F. Fórmula del zapatero (Shoelace) | Para un polígono definido por vértices $(x_i, y_i)$ en orden. | $A = \frac{1}{2} \left\| \sum_{i=1}^{n} (x_i\, y_{i+1} - x_{i+1}\, y_i) \right\|$ | $(x_{n+1}, y_{n+1}) \equiv (x_1, y_1)$ para cerrar el polígono | |
| G. Factor de escala en figuras semejantes | Si dos figuras son semejantes con razón $k$, entonces $A_2 = k^2 A_1$, $P_2 = k\, P_1$. | Razón lineal $k = \dfrac{\text{lado}_2}{\text{lado}_1}$ | Maquetas, ampliaciones o reducciones de planos. | Confirma que TODAS las longitudes se multiplican el mismo $k$. |
| H. Netos (desplegados) para 3D | Expande el sólido en un plano y calcula área como figura compuesta. | $A_{\text{superficie}} = \sum A_{\text{caras}}$ | Cajas desplegadas, prismas irregulares. | Dibuja el neto con medid claras antes de sumar. |

### 🔑 Tips de aplicación rápida

1. **Traza primero**: un boceto bien rotulado evita omisiones y doble conteo.
2. **Color-código**: pinta partes que se suman vs. se restan; los estudiantes lo visualizan mejor.
3. **Orden estratégico**:
   - Si hay **huecos**, empieza por la resta (Estrategia B).
   - Si hay **simetría radial**, usa desdoble (C) antes que suma directa.
4. **Perímetro ≠ suma de lados originales**: al unir piezas, algunos segmentos desaparecen; repásalo bordeando con el lápiz.
5. **Redondeo consciente**: cuando combines áreas exactas (π, raíces) con decimales, mantén 2-3 cifras significativas hasta el final.

## 6 Cuerpos geométricos (3 D)

*(volumen, área superficial y notas de uso)*

| Cuerpo | Parámetros clave | Volumen $V$ | Área superficial total $A_{\text{tot}}$ | Observaciones rápidas |
|---|---|---|---|---|
| **Prisma recto** (cualquier base) | área de la base $B$, altura $h$; perímetro base $P_b$ | $V = B\,h$ | $A_{\text{lat}} = P_b\,h$<br>$A_{\text{tot}} = 2B + P_b\,h$ | "Caja" genérica; rectangular si la base es un rectángulo. |
| **Prisma rectangular (paralelepípedo)** | largo $l$, ancho $w$, alto $h$ | $V = l\,w\,h$ | $A_{\text{tot}} = 2(lw + lh + wh)$ | Suele usarse para volúmenes de piscinas, salas, cajones. |
| **Cilindro** | radio $r$, altura $h$ | $V = \pi r^2 h$ | $A_{\text{lat}} = 2\pi rh$<br>$A_{\text{tot}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ | "Prisma circular"; área lateral es el rectángulo $2\pi r \times h$. |
| **Pirámide recta** (cualquier base) | área base $B$, altura $h$; perímetro base $P_b$, apotema lateral $a_l$ | $V = \frac{1}{3}Bh$ | $A_{\text{lat}} = \frac{1}{2}P_b\,a_l$<br>$A_{\text{tot}} = B + A_{\text{lat}}$ | La apotema lateral es la altura de cada cara triangular. |
| **Pirámide cuadrada** | lado base $s$, altura $h$, apotema lateral $a_l$ | $V = \frac{1}{3}s^2 h$ | $A_{\text{tot}} = s^2 + 2sa_l$ | Caso especial muy frecuente en ejercicios. |
| **Cono recto** | radio $r$, altura $h$, generatriz (slant) $l$ | $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | $A_{\text{lat}} = \pi rl$<br>$A_{\text{tot}} = \pi r(l + r)$ | $l = \sqrt{h^2 + r^2}$. El sector del desarrollo plano mide $l$. |
| **Tronco de cono** | radios $R, r$, altura $h$, generatriz $l$ | $V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$ | $A_{\text{lat}} = \pi(R + r)l$<br>$A_{\text{tot}} = A_{\text{lat}} + \pi(R^2 + r^2)$ | Muy usado en silos y vasos. $l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$. |
| **Esfera** | radio $r$ | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | $A_{\text{tot}} = 4\pi r^2$ | Único cuerpo donde área depende solo del radio. |
| **Hemisferio** | radio $r$ | $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ | Curva: $2\pi r^2$<br>Total (incluye base): $3\pi r^2$ | En depósitos semiesféricos se pide a veces solo la parte curva. |

🔍 **Notas didácticas**

1. **Áreas laterales vs. totales**
   - $A_{lat}$ = parte que “envuelve” (sin tapas).
   - $A_{lat}$ + áreas de bases/tapas según corresponda.
2. **Apotema lateral vs. Altura**
   Para pirámides y conos, la *generatriz* $l$ (o apotema) se halla con Pitágoras: $l^2 = h^2 + r^2$ (o usando medio lado de la base en pirámide).
3. **Unidades**
   - Volumen en $m^3$ / $cm^3$.
   - Área en $m^2$ / $cm^2$.
   - 1 L = 1 $dm^3$ (útil para depósitos cilíndricos o cónicos).
4. **Desarrollos planos (netos)**
   - Cilindro → rectángulo $2\pi r \times h$ + dos círculos.
   - Cono → sector de círculo de radio $l$ (arco $2\pi r$).
   - Pirámide → polígonos triangulares alrededor de la base.
5. **Figuras compuestas 3D**
   Combina/recorta volúmenes igual que en 2 D: suma de prismas + cilindros, o resta de un cono a un cilindro, etc.