En fait, le résultat est en faux :

C. exple : $A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$ symétrique mais pas diago car $\chi_A = X^2$ et $A \neq \frac{I_d}{2}$

$\hookrightarrow$ c. exple pour th. spectral

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix}$

$AA^T = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{pmatrix}$ $\quad A^TA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

ne marche pas.

ex 269 (William encore)

$f_n : x \in \mathbb{R}^+ \longmapsto \frac{\ln(n+x)}{n^2+x^2}$ $\quad$ CVS / CVU / CVN de $\sum f_n$

$f_n(x) = \frac{\ln n + \ln(1+\frac{x}{n})}{n^2+x^2}$

$\leq \frac{\ln n + x/n}{n^2+x^2} = \frac{\ln n}{n^2} + \underbrace{\frac{x}{n^3+nx^2}}_{g_n(x) = n \times h_n}$

On a alors :

$h_n(x) = \frac{x}{n^2+x^2}$

$h_n'(x) = \frac{n^2-x^2}{(n^2+x^2)^2}$

donc $f_n(x) \leq \frac{\ln n}{n^2} + \frac{1}{2n^2}$

donc $\|f_n\|_\infty \leq a_n$ donc CVN, CVU, CVS

<u>ex 165</u> (Ex. Quentin Klein)

$k=0$ nous donne $\det(A) = \pm 1$

$\to A$ inversible

$\det(A + kB) = \det(A) \times \det(I_n + kA^{-1}B) = \pm 1$

Si on considère :

$P(x) = \det(A + xB)$

$= \pm 1$ pour $k \in [\![0, 2n]\!]$

$\deg P \leq n$

On introduit : $Q_1 = P + 1$

$Q_2 = P - 1$

D'où P est valant 1 ou -1.

- <u>Si $P = 1$:</u>

$\det A = 1$

$\det\left(B + \frac{1}{x}A\right) = \frac{1}{x^n}$

Par continuité du det : $\det(B) = 0$