

homothétie.

Q: complète $(u, u(n))$ en une base $B = (u(n), y, z)$ base de E .

Q: prend 2 $x_q (u(n), z)$ base de $\text{Ker}(u)$

soit d_1, d_2, d_3 $x_q: d_1 x + d_2 u(n) + d_3 z = 0$
 $d_1 u(n) + 0 + 0 = 0$

donc $d_1 = 0$ donc $d_2 = d_3 = 0$.

alors: $\text{mat}_B(u) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = M$ donc $A \sim M$.

exo 247) E K -v. de dim. n .

$(u, v, w) \in \mathcal{L}(E)^3$ avec $w \in \text{GL}(E)$.

1) Mg u et w commutent $\Rightarrow u$ et w^{-1} commutent.

u, w commutent donc $uw = wu$.

soit $a = u \circ w^{-1} \Rightarrow wa = w \circ u \circ w^{-1}$
 $= (w \circ u) \circ w^{-1}$
 $= u \circ w \circ w^{-1}$
 $= u$.

donc $wa = u$ puis $a = w^{-1} \circ u$.

$\Rightarrow u \circ w^{-1} = w^{-1} \circ u$

2) hyp: $u \circ v + u + v = 0$. mg: u et v commutent.

$\Rightarrow u \circ (v + \text{id}_E) + v = 0$.

$\Rightarrow u \circ (v + \text{id}_E) + v + \text{id}_E = \text{id}_E$

$\Rightarrow \underbrace{(u + \text{id}_E)}_A \circ \underbrace{(v + \text{id}_E)}_B = \text{id}_E$

mg A inversible. $\text{Im} \cdot (A \circ B) \subset \text{Im}(A)$.

or: $\text{Im}(A \circ B) = E \Rightarrow E \subset \text{Im}(A)$.

A surjective $\Rightarrow A$ bijective car $A \in \mathcal{L}(E)$.

donc $A \circ B = \text{id}_E \Rightarrow B = A^{-1}$.