$Y \sim \mathcal{G}\left(\frac{1}{2}\right)$ $\underline{E(Y) = 2}$

1326 Anaïs

$X \perp\!\!\!\perp Y$

$X \perp\!\!\!\perp Y$

$$P(X = k \mid Y + X = n) = \frac{P((X=k) \cap (Y+X=n))}{P(Y+X=n)}$$

$$= \frac{P(X=k) \times P(Y=n-k)}{P(Y+X=n)}$$

or $X + Y \sim \mathcal{P}(\mu + \lambda)$

$$= \frac{e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \times e^{-\mu}\frac{\mu^{n-k}}{(n-k)!}}{e^{-\lambda-\mu}\frac{(\lambda+\mu)^n}{n!}} = \binom{n}{k}\frac{\lambda^k \mu^{n-k}}{(\mu+\lambda)^n}$$

1238 Nathanaël

$$\text{Mq} \sum_{k=n+1}^{3n-1} \binom{4n}{k} \geq \frac{n-1}{n} 2^{4n} \iff \sum_{k=n+1}^{3n+1} \binom{4n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{4n} \geq \frac{n-1}{n}$$

$$\iff \sum_{k=n+1}^{3n-1} \binom{4n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4n-k} \geq \frac{n-1}{n}$$

BT : $P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(X)}{\varepsilon^2}$

On considère $X \sim \mathcal{B}\left(4n, \frac{1}{2}\right)$, alors :

$E(X) = 4n \times \frac{1}{2} = 2n$ $V(X) = 4n \times \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = n$

On applique BT à X, $\varepsilon = n$:

$P(|X-2n| \geq n) \leq \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}$

donc $P(|X-2n| < n) \geq 1 - \frac{1}{n}$

Or, $P(|X-2n| < n) = P(X \in [\![n+1, 3n-1]\!])$

$= \sum_{k=n+1}^{3n-1} \binom{4n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{4n-k}$ Ok

1324 Mattéo

X_i = "évènement détecté par le capteur 1 à la seconde i"
Y_i = ——————————————— 2 ————

$N \leftarrow$ nombre de seconde dans une année

$E(X) = \sum_{i=1} P(X_i) = 5000$ or $P(X_i) = p \Rightarrow p = \frac{5000}{N}$

On cherche à calculer $P(A)$ où $A = \bigcup_{i=1}^{N} (X_i \cap Y_i)$

$\overline{A} = \bigcap_{i=1}^{N} (\overline{X_i \cap Y_i}) = \bigcap_{i=1}^{N} (\overline{X_i} \cup \overline{Y_i})$

$P(\overline{A}) = \prod_{i=1}^{N} P(\overline{X_i} \cup \overline{Y_i}) = \prod_{j=1}^{N} P(\overline{X_i}) + P(\overline{Y_i}) - P(\overline{X_i} \cap \overline{Y_i})$

$= \prod_{j=1}^{N} (1-p+1-p-(1-p)^2) = (1-p)^N (1+p)^N$

donc $P(A) = 1 - (1-p^2)^N = 1 - \left(1 - \left(\frac{5000}{N}\right)^2\right)^N$