(1189) x algébrique $\iff$ x racine de $P \in \mathbb{Z}[X]$

(AMBROISE DE SON PLEIN GRÉ) Soit $d \in \mathbb{N}^*$, $\text{card}\{P \in \mathbb{Z}[X], \deg P \leq d\} = \text{card}\,\mathbb{Z}^d = \text{card}\,\mathbb{N}$ car $\mathbb{Z}$ dénombrable

Or pour $P \in \mathbb{Z}_d[X]$, P admet au plus d racines

Donc l'ensemble des nombres algébriques de deg d est dénombrable : A_d

par produit cartésien.

b) $\bigcup_{d \in \mathbb{N}^*} A_d$ = union dénombrable d'ensemble dénombrable (par ⓐ)

<u>donc dénombrable</u>

(1337) $X(\Omega) \subset \mathbb{R}^+$, $a \in \mathbb{R}^{+*}$

(ULYSSE) hyp : $\mathbb{E}(X^2) = 1$ et $\mathbb{E}(X) \geq a$.

Mq :

Soit $\lambda \in [0,1)$, $\mathbb{P}(X \geq \lambda a) \geq (1-\lambda)^2 a^2$

- $X = X\mathbb{1}_{X \geq \lambda a} + X\mathbb{1}_{X < \lambda a}$

$$\mathbb{E}(X) \leq \underbrace{\mathbb{E}(X\mathbb{1}_{X \geq \lambda a})}_{\text{CS} : \leq \sqrt{\underset{1}{\mathbb{E}(X^2)} \times \underset{\mathbb{P}(X \geq \lambda a)}{\mathbb{E}(\mathbb{1}_{X \geq \lambda a}^2)}}} + \underbrace{\mathbb{E}(X\mathbb{1}_{X < \lambda a})}_{< \lambda a}$$

Donc $\underbrace{\mathbb{E}(X)}_{a \leq \text{ par hyp}} - \lambda a \leq \sqrt{\mathbb{P}(X \geq \lambda a)}$

$\overset{(\cdot)^2}{\Longrightarrow}$ $\boxed{\mathbb{P}(X \geq \lambda a) \geq (1-\lambda)^2 a^2}$

(1253) (KENAN) P : " avoir pile " , $\mathbb{P}(P) = p$

F : " avoir face "

X vad , X = " temps d'obtention du motif FP " ~~X = F~~

$(X = n) = (\ldots \underset{n-1}{F}\underset{n}{P})$ et jamais FP avant cela

- $\mathbb{P}(\underbrace{P \ldots P}_{k \text{ fois}}\underbrace{F \ldots F}_{n-k-1 \text{ fois}}) = p^k (1-p)^{n-k-1}$