Exercice 1187 (Annal)

Pour $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ presque nulle

$\mathcal{D}_a = \{ p \in \mathbb{N} \ , \ \forall k \geq p \ , \ a_k = 0 \}$

$\mathcal{D}_a$ est une partie de $\mathbb{N}$ non vide
donc $\mathcal{D}_a$ possède un plus petit élément p_a

$N_p = \{$ suites d'entiers presque nulle tq $p_a = p \}$

$\Rightarrow$ On peut construire une injection
de N_p dans $\mathbb{N}^p$

$$\varphi : (a_n)_{n\in\mathbb{N}} \longmapsto (a_1, \dots, a_p)$$

$\mathbb{N}^p$ est apd donc N_p est apd

On note $\mathcal{E} = \{$ ensemble des suites presque nulles $\}$

$$\mathcal{E} = \bigcup_{p\in\mathbb{N}} N_p$$

$\mathcal{E}$ est une union dénombrable
d'ensembles apd
donc $\mathcal{E}$ est apd

Pour les suites stationnaires, même raisonnement