Exercice 1148 (Martin)

Soit $x \in \mathbb{R}$ tq $\sum_{n\geq 0} (3n+1)^2 x^n = 0$

RCV : 1

Soit $x \in [-1;1]$

$$f(x) = \sum_{n\geq 0} (3n+1)^2 x^n$$

$$= \underbrace{9\sum_{n\geq 0} n(n-1)x^n}_{\frac{18x^2}{(1-x)^3}} + \underbrace{15\sum_{n\geq 0} n x^n}_{\frac{15x}{(1-x)^2}} + \underbrace{\sum_{n\geq 0} x^n}_{\frac{1}{1-x}}$$

Donc $f(x) = \dfrac{18x^2 + 15x - 15x^2 + 1 - 2x + x^2}{(1-x)^3}$

donc $f(x) = 0 \iff 4x^2 + 13x + 1 = 0$

$$\iff x = \frac{-13 \pm \sqrt{169-16}}{8}$$

$$= \frac{-13 \pm \sqrt{153}}{8}$$

$$\boxed{x = -\frac{13 + \sqrt{153}}{8}}$$

Solution en $-$ en dehors du RCV