

Exo 1123 : (Ismam)

$p_n = \pi$ des chiffres de n .

• $p_n \not\rightarrow 0$ donc $R \leq 1$.

$$\begin{aligned} n &= c_1 c_2 \dots c_k = c_1 c_2 \dots c_k \times 10^{k-1} \\ \log(n) &= k-1 + \underbrace{\log(c_1 c_2 \dots c_k)}_{\in [0, 1]} \end{aligned}$$

d'où $k = 1 + \lfloor \log n \rfloor$.

$$\begin{aligned} \text{donc } p_n &\leq 9^{1 + \lfloor \log n \rfloor} \leq 9^{1 + \log n} \\ &\leq 10^{1 + \log n} \\ &= 9n. \end{aligned}$$

or $R \leq 1 / \sum 9n 9^n = 1$. $R \geq 1$ Ainsi $R = 1$.

Exo 1112 : (Simon)

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$$

a) d'Alembert : $R = +\infty$.

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n!)^2 e^x} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0?$

$$u_n(x) = \frac{1}{(n!)^2} (n x^{n-1} e^x - x^n e^x).$$

$$= \frac{1}{(n!)^2} e^x x^{n-1} (n - x).$$