Exo 1123 : (Issam)

$p_n = \prod$ des chiffres de n.

- $p_n \not\to 0$ donc $R \leq 1$.

- $n = c_1 c_2 \cdots c_k = c_1, c_2 \cdots c_k \times 10^{k-1}$

$\log(n) = k-1 + \underbrace{\log(c_1, c_2 \cdots c_k)}_{\in [0,1[}$.

d'où $k = 1 + \lfloor \log n \rfloor$.

donc $p_n \leq 9^{1+\lfloor \log n \rfloor} \leq 9^{1+\log n}$
$\leq 10^{1+\log n}$.
$= 9n$.

or $RCV(\sum 9n x^n) = 1$. $R \geq 1$ Ainsi $R = 1$.

Exo 1112 (Simon).

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$$

a) d'Alembert : $R = +\infty$.

b)

mq $\sum_{n \geq 0} \underbrace{\frac{x^n}{(n!)^2 e^x}}_{u_n(x)} \xrightarrow[x \to \infty]{} 0$?

$$u_n'(x) = \frac{1}{(n!)^2}\left(n x^{n-1} e^x - x^n e^x\right).$$

$$= \frac{1}{(n!)^2} e^x x^{n-1}(n - x).$$

	0		$+\infty$
$u_n(x)$	$\nearrow$	$u_n(n)$	$\searrow$

$u_n(n) \geq u_n(x)$.

$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$.

$$\Rightarrow u_n(n) \sim \frac{n^n e^n}{n^{2n} \cdot 2\pi n} \sim \underbrace{\frac{e^n}{2\pi n n^n}}_{\text{tq serie CV.}} \text{ CC} \longrightarrow 0.$$

donc $\sum u_n(x) \longrightarrow$ CVN.

$\hookrightarrow$ le TDL s'applique $\Rightarrow \boxed{f(x) = o(e^{-x})}$.