

Exercice 866

$$f: t \rightarrow \frac{\ln t}{1+t^2}$$

Existence

• $f \in \mathcal{C}^0$ sur $\mathbb{R}_+^*$

• en 0 : $\frac{\ln t}{1+t^2} \sim \ln t$

$$\int_0^1 \ln t \, dt = [t \ln(t) - t]_0^1 = -1 \text{ par croissances comparées}$$

OK

• en $+\infty$: $f(t) = o\left(\frac{1}{t^{3/2}}\right)$ intégrable par comparaison Riemann convergente

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{+\infty} \frac{\ln t}{1+t^2} dt \quad \left| \begin{array}{l} x = 1/t \\ dt = -\frac{dx}{x^2} \end{array} \right. \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{1+\frac{1}{x^2}} \frac{dx}{x^2} = - \int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = -I \end{aligned}$$

$$I = -I \Rightarrow I = 0$$