A mais

$\boxed{ex.735}$ $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$
$M_0 = \sup(|f|)$
$M_2 = \sup(|f''|)$

a/ Taylor-Lagrange à l'ordre 2 entre x et $x+h$

$$|f(x+h) - f(x) - f'(x)h| \leq \frac{M_2 h^2}{2}$$

$$|f'(x)h| = |f'(x)h + f(x+h) + f(x) - f(x+h) - f(x)|$$
$$\leq |f'(x)h - f(x+h) + f(x)| + \dots$$
$$|f(x+h) - f(x)|$$
$$\leq \frac{M_2 h^2}{2} + 2M_0$$

$$|f'(x)| \leq \frac{M_2 h}{2} + \frac{2M_0}{h}$$

b/ f' bornée d'après a)
Mq $\sup|f'| = M_1 \leq \sqrt{2M_0 M_2}$
Taylor reste intégral entre $x+h$ et x :

(1) $f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \int_x^{x+h} (x+h-t) f''(t)\,dt$

$x-h$ — x :

(2) $f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \int_x^{x-h} (x-h-t) f''(t)\,dt$

(1) − (2) : $f(x+h) - f(x-h) = 2hf'(x) + \int_x^{x+h} \dots$
$$- \int_x^{x-h} \dots$$

$$|2hf'(x)| \leq |f(x+h)| + |f(x-h)| + \left|\int_x^{x+h} (x+h-t) f''(t)\,dt\right|$$
$$+ \left|\int_x^{x-h} (x+h-t) f''(t)\,dt\right|$$

$$|f'(x)| \leq \frac{M_0}{h} + \frac{h}{2} M_2$$

$$g : h \to \frac{M_0}{h} + \frac{h}{2} M_2$$

$$g(\min) = \sqrt{2 M_0 M_2}$$

$$|f'(x)| \leq \sqrt{2 M_0 M_2}$$