

Nathanaël

ex. 719

a) $f \in C^0$ surjective $[0, 1] \rightarrow]0, 1[$?

Th. des bornes atteintes, on a $M \leq 1$ & $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq M \leq 1$

Donc f n'atteint pas $]M, 1[\neq \emptyset$

Donc NON

b) $f \in C^0$ surjective $]0, 1[\rightarrow [0, 1]$

$$f: x \mapsto \frac{1}{2} (\sin(2\pi x) + 1)$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 1$$

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = 0$$

OK

Arthur

ex. 726

$f \in C^1$ de $\mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$

a) $\ln x \rightarrow +\infty$

et $(\ln x)' \rightarrow 0$

NON

b) $f(x) = \frac{\sin(x^4)}{x} \rightarrow 0$

$$f'(x) = \underbrace{4 \cos(x^4) x^3}_{\text{div}} - \underbrace{\frac{\sin x^4}{x^2}}_{\rightarrow 0}$$

NON

c) $f(x) \rightarrow a$

donc $f(x+1) - f(x) \rightarrow 0$

Th. acc. finie entre x et $x+1$, $\exists c_x \in]x, x+1[$ &

$$f(c_x) = f(x+1) - f(x)$$

quand $x \rightarrow +\infty$,

$$c_x \rightarrow +\infty$$

et $f'(c_x) \rightarrow b$

Or $f'(c_x) = f(x+1) - f(x) \rightarrow 0$

donc $b = 0$