

T.D. Maths :

16/02

Marie-Alix

ex 716

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$\forall t \in \mathbb{R}, f(x+t) = f(x) \Leftrightarrow t=0$ car f est injective

$g_x: t \mapsto f(x+t) - f(x)$ ne s'annule que en 0
donc g_x est de signe constant sur $\mathbb{R}^*$

plus, g_x est strictement positive sur $\mathbb{R}^{++}$ alors

$\forall t \in \mathbb{R}^{++}, f(x+t) > f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$

donc $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, y > x \Rightarrow f(y) > f(x)$

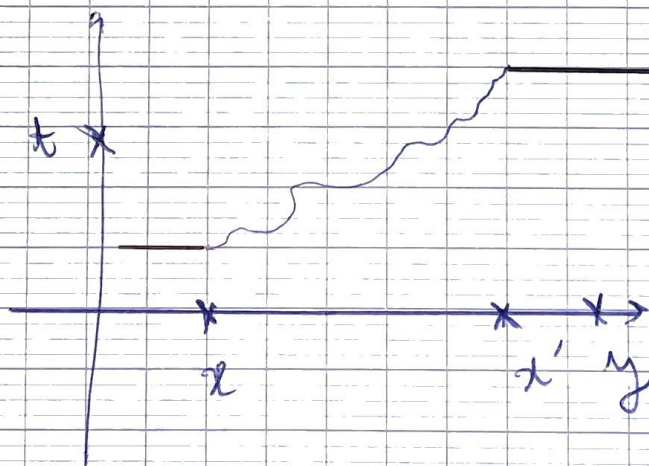
Si pour un x donné, $g_x > 0$ sur $\mathbb{R}_+^*$

x' donné, $g_{x'} < 0$ sur $\mathbb{R}_+^*$

$\forall t \in \mathbb{R}_+^*, g_x(t) > 0 \Rightarrow f(x+t) > f(x)$

$g_{x'}(t) < 0 \Rightarrow f(x'+t) < f(x')$

Si $x' > x$, on prend $t = x' - x$



IV: $\forall t \in [f(x), f(x')]$

$\exists c \in [x, x'], t = f(c)$

f injective $\Rightarrow \forall y \geq x', f(y) \notin [f(x), f(x')]$

$f(y) < f(x)$

$\Rightarrow f(y) < f(x) \Rightarrow \lim_{y \rightarrow x'} f < f(x) < f(x')$