

Exercice 630

(Martin)

E est un

$$u \in \mathcal{L}(F, \mathbb{R})$$

$$\forall x \in F \quad |u(x)| \leq \|x\|$$

Soit $x, z \in F^2$, Soit $y \in F$

$$u(x) + u(z) = u(x+z) \leq |u(x+z)| \leq \|x-y+y+z\|$$

$$\stackrel{IT}{\leq} \|x-y\| + \|y+z\|$$

Exercice 635 (William.)

$$\Omega = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3, (x, y) \text{ libre} \}$$

(a) Soit $(x_m, y_m) \in (\Omega^c)^{\mathbb{N}^2}$ tq

$$\begin{aligned} x_m &\longrightarrow x \in \mathbb{R}^3 \\ y_m &\longrightarrow y \in \mathbb{R}^3 \end{aligned}$$

Mq (x, y) liée ie $(x, y) \in \Omega^c$

$$\forall m \in \mathbb{N}, (x_m, y_m) \text{ est liée} \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{N}, \exists (\alpha_m, \beta_m) \text{ tq } \alpha_m x_m + \beta_m y_m = 0_{\mathbb{R}^3}$$

Soit $\varepsilon > 0$, $\exists m_1 \in \mathbb{N} : \forall m \geq m_1, \|x_m - x\| < \varepsilon$

$$\exists m_2 \in \mathbb{N} : \forall m \geq m_2, \|y_m - y\| < \varepsilon$$

Supposons que $\forall m \geq \max(m_1, m_2)$, $\alpha_m \neq 0$

$$\forall m \geq N, \begin{cases} \|y_m - y\| < \varepsilon \\ \left\| -\frac{\beta_m}{\alpha_m} y_m - y_m \right\| < \varepsilon \end{cases}$$