$= a\,\mathrm{tr}(N^T M) + b\,\mathrm{tr}(NM)$

$= \langle N \mid \phi_{a,b}(M) \rangle$.

CCL : $\phi_{a,b}$ est auto-adjoint

Exercice 575 : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ tq $A^2 = A^T$ $(*)$

a) $(A^4)^T = A$

$(*)^2 \Rightarrow A^4 = (A^T)^2 = (A^2)^T = A$

donc $X^4 - X$ annulateur de A

$P = X^4 - X = X(X^3 - 1) = X(X-1)(X^2+X+1)$

$= (X)(X-1)(X-j)(X-\bar{j})$

$Sp(A) \subset \{0, 1, j, \bar{j}\}$

b)

$$A = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & & \\ -\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & & (0) \\ & & 1 & \\ & (0) & & \ddots \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

fonctionne.