

Exe 522 Martin A.

a) fait dans le cours

b) $A \in M_n(\mathbb{R})$

$$\operatorname{sp} A \subset i\mathbb{R}$$

soient $(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ les valeurs propres de A

d'après le complément de cours, A est diagonalisable dans $M_n(\mathbb{C})$

$$\exists P \in GL_n(\mathbb{C}),$$

$$A = P D P^{-1} \quad \text{avec } D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_p \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rg} A =$ nombre de valeurs propres non nulles avec multiplicité

$$\text{On } \lambda_i \in i\mathbb{R} \quad \forall i \in \llbracket 1, p \rrbracket$$

donc les valeurs propres non nulles vont par paires, car A est réelle
de conjugués