

Martin

[517]

$$\|x\| = \|y\| = 1$$

$$\begin{aligned} \|(1-t)x + ty\|^2 &= (1-t)^2 + t^2 + 2t(1-t)\langle x|y \rangle \\ &\leq 2t^2 - 2t + 1 - 2t - 2t^2 = 1 \end{aligned}$$

C.S.

$$\left\{ \langle x|y \rangle \leq \sqrt{\|x\|\|y\|} = 1 \right.$$

$$\text{d'où } x = \lambda y \quad \lambda = \pm 1$$

si $\lambda = 1$: $x = y$ absurde car x et y sont distincts

d'où $\leq \rightarrow <$ dans l'inégalité de C-S
 i.e. $(1-t)x + ty$ pas unitaire

[418] Nicolas

[$\Rightarrow$] A dz

$$\exists Q \in GL_2(\mathbb{C}) \text{ q } A = Q^{-1} \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix} Q$$

Soit $P \in \mathbb{C}[X]$ non constant

Par d'Alambert - Gauss : $\exists (\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{C}^2$ tq

$$\begin{cases} \lambda = P(\alpha_1) \\ \mu = P(\alpha_2) \end{cases}$$

$$\text{donc } A = Q^{-1} P \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{pmatrix} Q$$

$$\text{donc } M = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{pmatrix}$$