

$$Q(\text{diag}(1, 2, \dots, n)) = \text{diag}(E_1, \dots, E_n \sqrt{n})$$

$$\Rightarrow Q(A^2) = A$$

$$\Rightarrow A \in \mathbb{R}[A^2]$$

$$\text{or, } A^2 \in T_n^+(\mathbb{R})$$

$$\Rightarrow A \in T_n^+(\mathbb{R})$$

[5-16] Quentin

Par théorème spectral $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ est dg :

$$A = P^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} P \quad \text{avec } D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

$$P \in GL_n(\mathbb{R})$$

$$\text{tr}(A^T A) = \text{tr}(A^2) = \text{tr}(D^2)$$

↓
produit scalaire
canonique

$$\Rightarrow \sum_{1 \leq i, j \leq n} a_{ij}^2 = \sum_{k=1}^n \lambda_k^2$$

[472] Nicolas

$$a) \text{sp}_{\mathbb{R}}(u) = \emptyset$$

$$\lambda = \alpha + i\beta \in \text{sp}_{\mathbb{C}}(u)$$

$$\bar{\lambda} = \alpha - i\beta \in \text{sp}_{\mathbb{C}}(u)$$

$$P(X) = (X - (\alpha + i\beta))(X - (\alpha - i\beta))$$

$$\deg P \geq 2$$

$$\text{et } \text{Ker}(P(u)) \neq \{0\}$$

$$A = \text{Mat}_{\mathbb{C}}(u)$$