

$$A \text{ s'écrit } \begin{pmatrix} \boxed{x \ 0} & a \ c \\ \boxed{0 \ \bar{x}} & b \ d \\ \hline \boxed{0 \ 0} & \boxed{x \ e \\ 0 \ 0} & \boxed{0 \ \bar{x}} \end{pmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{A'}$

$$\alpha = a + ib.$$

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & \bar{x} \end{pmatrix} \text{ IR semblable } \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

$A' \in M_2(\mathbb{C})$ est diagonalisable donc $\mathbb{C}$ semblable à

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & \bar{x} \end{pmatrix} \text{ qui lui est semblable à } \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

Donc A est IR semblable à $\begin{pmatrix} z & c \\ 0 & \bar{z} \end{pmatrix}$

Exercice 459: (Évariste)

$$M \in M_3(\mathbb{R}) \text{ tq } M^2 = \mathcal{O}_{(3,3)}$$

$$\text{rg}(M) = 0 \quad M = 0 \Rightarrow M^2 = 0$$

$$\text{rg } M = 1: M \text{ nilpotente} \Leftrightarrow \text{tr}(M) = 0$$

si $\text{rg} = 1$

$$\Rightarrow \det M = 0$$

$$\chi_M = X^3 \Rightarrow \text{tr}(M) = 0$$

$$\boxed{\text{E}} \quad \dim \text{Ker } M = 2$$

$$\chi_M = X^2(X - \alpha) = X^3 - \alpha X^2$$

$$\text{identification à } \chi_M = X^3 - \text{tr } M X^2$$

$$\alpha = \text{tr } M = 0.$$

$$\text{donc } \chi_M = X^3 \text{ donc } M \text{ nilpotente.}$$

$$\bullet \text{rg} \geq 2: \dim \text{Ker } M \leq 1.$$

$$\text{pas possible d'avoir } M^2 = 0$$

$$S = \{M \in M_3(\mathbb{R}) : \text{tr}(M) = 0 \text{ et } \text{rg}(M) \leq 1\}.$$