

exa 457 (Amis)

→ généralisation de l'exa 390

On veut montrer que $\forall A, B \in M_n(K)$, $\chi_{AB} = \chi_{BA}$.

Ici on prend $A \in M_{n,p}(K)$, $B \in M_{p,n}(K)$.

On suppose $n > p$.

On pose $A' = \left(\begin{array}{c|c} A & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \in M_n(K)$

$\xleftarrow{p} \quad \xleftarrow{n-p}$

$B' = \left(\begin{array}{c|c} B & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \in M_n(K)$

$\xleftarrow{p} \quad \xleftarrow{n-p}$

$A'B' = \left(\begin{array}{c|c} AB & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right)$

$\xleftarrow{p} \quad \xleftarrow{n-p}$

$B'A' = \left(\begin{array}{c|c} BA & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right)$

$\xleftarrow{p} \quad \xleftarrow{n-p}$

$\chi_{A'B'} = \chi_{B'A'}$ car $\chi_{AB} = \chi_{BA} \times X^{n-p}$

$\Rightarrow \boxed{\chi_{BA} \mid \chi_{AB}}$

exa 382 (Tristan)

a) Dégà fait

b) Soit $\lambda \in \mathbb{C}$ valeur propre de A

$\Leftrightarrow (A - \lambda I_n) \notin GL_n(\mathbb{C})$

$\exists i \in \llbracket 1, n \rrbracket, |a_{ii} - \lambda| \leq \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$