

Methode 2 (nummer 148) (Fagebaum)

$$X = P(X) [P(X) - X]$$

$$\Rightarrow P(X) = P_0 P(X) [P(X) - X]$$

$$\Rightarrow P(P(X)) = X [P(X) - X] \quad (\text{kanonik})$$

$$\Rightarrow \underline{P(X) - X = P(P(X)) - X.}$$

Exer 181 (Mark)

$$1\,000\,000 = 10^6 = 2^6 \times 5^6$$

$$d \mid 2^6 \quad \text{ou} \quad d \mid 5^6$$

$\rightarrow 7$ possibilités $\rightarrow 7$ possibilités

D'où 49 diviseurs.

Exer 154 (Ulysse)

$$\text{Mq } P(n)P''(n) - P'(n)^2 \leq 0$$

$$\left(\frac{P'(n)}{P(n)} \right)' = \frac{P''(n) P(n) - P'(n)^2}{P(n)^2}$$

Soit $(n_1, \dots, n_d)$ racines de P , $1 \leq n$, non comptées une multiplicité.

$$P(n_k) = 0 \Rightarrow \underline{P(n_k)P''(n_k) - P'(n_k)^2} \leq 0$$

$$P(X) = \prod_{i=1}^d (X - a_i)^{\alpha_i}$$

$$P'(X) = \sum_{i=1}^d \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^d (X - a_j)^{\alpha_j} \times \alpha_i (X - a_i)^{\alpha_i - 1}$$