Exercice 145 (Martin)

Soit $P \in \mathbb{C}[X]$ tel que $P' | P$.

$\exists Q \in \mathbb{C}[X]$ tq $P = Q\, P'(X)$

$Q = \lambda\, .(X - \alpha)$

$\forall x \in \mathbb{C}$, $P(x) = \lambda(x-\alpha)P'(x) \Rightarrow \frac{dP}{dx} - \frac{n}{(x-\alpha)} P(x) = 0$

avec $\lambda = \frac{1}{n}$ (identification du coeff dominant)

$\Rightarrow P(x) = K e^{n \ln(x-\alpha)}$

$= K(x-\alpha)^n$, $K \in \mathbb{R}$.

Synthèse. $P' = nK(X-\alpha)^{n-1} | P$

Ccl : sol $= \{ P = K(X-\alpha)^n, (K,\alpha,n) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^* \}$