

#4

Exercice 138 (Yam)

$$(a_n) \in]0, 1[^\mathbb{N} \quad \text{tg} \quad \sum \frac{a_n}{h(1/a_n)} \quad \text{CV.}$$

$$\text{Mq} \quad \sum \frac{a_n}{h(n)} \quad \text{CV}$$

Remarquons que $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{a_n}{h(1/a_n)} > 0$.

$$J_n = \left\{ q_k, ; \exists k \in \mathbb{N}, q_k \leq \frac{1}{k^2} \right\}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{h(k)} = \underbrace{\sum_{q_k \in J_n} \frac{a_k}{h(k)}}_{A_n} + \underbrace{\sum_{q_k \notin J_n} \frac{a_k}{h(k)}}_{B_n}$$

$$q_k \in J_n \Leftrightarrow q_k \leq \frac{1}{k^2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_k}{h(k)} \leq \frac{1}{h(k)k^2}$$

CV (série de Bertrand).

① (car A_n CV) (à terme positif et majoré par série CV).

$$q_k \notin J_n \Rightarrow q_k > \frac{1}{k^2}$$

$$\Rightarrow h\left(\frac{1}{q_k}\right) < 2 h(k)$$

$$\Rightarrow \frac{2a_k}{h(1/q_k)} > \frac{a_k}{h(k)}$$

Admi: $\boxed{\begin{matrix} B \\ L \\ CV \end{matrix}} \leq 2 \sum_{a \in \mathcal{I}_m} \frac{a_r}{w(a)} \leq 2 \sum_{b=1}^{+m} \frac{a_r}{w(b/a)}$

Done: $\boxed{\sum \frac{a_r}{a(a)} \quad CV}$