

Exercice 10 (Augustin)

$$\phi \quad q_n \longrightarrow +\infty$$

Par l'absurde $(q_n \longrightarrow +\infty)^r$

$$\text{ie } \exists A \in \mathbb{R}, \forall N \in \mathbb{N}, \exists m \gg N, q_m < A.$$

$$\text{Or } q_m < 0, \forall m$$

On dispose d'une extractrice φ tq $(q_{\varphi(m)})_m$ bornée.

$\forall m$, DE :

$$p_{\varphi(m)} = l_{\varphi(m)} \times q_{\varphi(m)} + r_{\varphi(m)}$$

$$\text{avec } \begin{cases} l_{\varphi(m)} \in \mathbb{Z} \\ r_{\varphi(m)} \in [0, q_{\varphi(m)} - 1] \end{cases}$$

$$\text{Et } \forall m, \underbrace{a_{\varphi(m)}}_{\text{bornée}} = l_{\varphi(m)} + \underbrace{\frac{r_{\varphi(m)}}{q_{\varphi(m)}}}_{\in [0, 1[}$$

$(l_{\varphi(m)})_m$ bornée car entière, elle prend un nombre fini de valeurs entières

$$q_{\varphi(m)} \in [0, 4] \text{ \& } r_{\varphi(m)} \in [0, 4-1] \quad \forall m$$

donc $\left(\frac{r_{\varphi(m)}}{q_{\varphi(m)}}\right)_m$ prend un nombre fini de valeurs rationnelles
idem. notion $\mathbb{Q}_A$

$$a_{\varphi(n)} \longrightarrow \alpha$$

on peut trouver $\varepsilon > 0$,

$$[\alpha - \varepsilon; \alpha + \varepsilon] \cap \mathbb{Q}_A = \emptyset$$

} absurde