

Exercice 5:

$$C = 0,1234567891011 \dots$$

On suppose que l'on a $N_1 < N_2$ tq $N_1 \dots \dots N_2$

Soit la "période"

$$10^{\lfloor \log_{10}(N_2) \rfloor + 1} \notin [N_1, N_2]$$

or dans C , $\lfloor \log_{10}(N_2) \rfloor + 1$ "0" apparaissent consécutifs

ce qui est absurde car $\underbrace{0000 \dots 000}_{\lfloor \log_{10}(N_2) \rfloor + 1}$ n'est

pas dans la "période" $N_1 \dots N_2$

Exercice 4:

$x \in \mathbb{Q} \iff$ la suite des décimales est périodique APCR

$$\Leftrightarrow \text{hyp: } x = \lfloor x \rfloor + \{x\}$$
$$\in \mathbb{Z} \quad \in [0, 1[$$

$$\text{avec } \{x\} = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_{N_1} - a_{N_1+p} a_{N_1} - a_{N_1+p} \dots$$

$$= \underbrace{0, a_1 a_2 \dots a_{N_1-1}}_{\in \mathbb{R}} + 0, 0 \dots 0 \underbrace{a_{N_1} \dots a_{N_1+p}}_{=b}$$

$$= b \cdot (10^{-(N_1+p)} + 10^{-(N_1+2p)} + \dots)$$

$$= \underbrace{b \cdot 10^{-(N_1+p)}}_{\in \mathbb{Q}} (1 + 10^{-p} + 10^{-2p} + \dots)$$