

**Problème 1 :** tiré de Maths 1 Mines Ponts 2024 MP**Rapport du jury Mines Ponts**

À la première question, beaucoup de candidats ont oublié de mentionner la continuité de la fonction, qui demandait d'ailleurs un minimum de justification en vérifiant que le dénominateur ne s'annulait pas. Une autre erreur fréquente consistait à utiliser une relation de comparaison sans prendre le module, ce qui revenait à une inégalité entre nombres complexes.

Il s'agissait, à la question suivante, d'appliquer le théorème de dérivation d'une intégrale à paramètre. Le théorème était en général bien connu et l'indication fournissait une aide importante. Les erreurs se situaient en général dans les majorations, avec, comme à la question précédente, quelques inégalités entre nombres complexes.

De manière surprenante, il y a eu un nombre assez important de candidats qui ont utilisé le théorème de dérivation d'une intégrale à paramètre pour déterminer la dérivée de la fonction  $g$ , alors qu'il s'agissait d'un produit de fonctions dérivables.

La question 4 était, comme de nombreuses autres, fermée, et elle a été l'occasion de pas mal de tentatives d'escroqueries. Il vaut mieux éviter, cela se repère en général facilement. Ici par exemple, si l'argument  $g(-\theta) = g(\theta)$  n'apparaissait pas, il était peu probable que la démonstration soit correcte.

Le défaut à la question suivante a été le manque de justification, dans les cas extrêmes on avait le changement de variable et l'expression finale, recopiée sans le moindre calcul intermédiaire. Ces utilisations des résultats donnés par l'énoncé relèvent tout de même d'une certaine naïveté.

À la question 6, la méthode était indiquée, le théorème de convergence dominée était en général bien connu, mais sa mise en place a été rarement parfaite.

La question 7 consistait simplement à utiliser les résultats des questions précédentes ; elle a été souvent bien traitée.

Les correcteurs ont été surpris par le nombre d'abandons à la question suivante. Le résultat était, encore une fois, donné, et l'intervalle d'intégration donnait des renseignements précieux sur la méthode à utiliser.

Les questions 9 et 10 ont été très mal traitées. La différence avec les questions précédentes, c'est que le théorème auquel on pensait en premier ne s'appliquait pas, ou du moins pas directement : la série des intégrales de la valeur absolue des fonctions intégrées est divergente, donc ce théorème d'inversion, qui ne donne qu'une condition suffisante, est inopérant. La meilleure solution consistait à faire un contrôle de reste, technique à laquelle on peut penser en présence d'une série alternée. En s'acharnant sur l'application du théorème, on arrivait à des solutions compliquées et rarement correctes.

Les questions 11 et 12 ne présentaient pas de difficultés, il suffisait d'utiliser à bon escient les résultats des questions précédentes.

À la question 13, on faisait une intégration par parties sur une intégrale généralisée. On avait montré avant que l'intégrale convergeait, donc montrer que la partie intégrée tendait vers zéro permettait de justifier l'intégration par parties et de conclure.

La question 14, purement technique, n'a pas posé de problème à ceux qui ont eu le temps de l'aborder.

La question suivante consistait, comme aux questions 9 et 10, à inverser une somme et une intégrale, mais cette fois on pouvait appliquer directement un théorème du cours puisqu'on intégrait sur un segment une

série normalement convergente. La question a été peu abordée, probablement par manque de temps, mais ceux qui l'ont tentée l'ont en général réussie.

La question 16 se traite sans grande difficulté en utilisant la question précédente.

La question 17 est classique, elle demande tout de même une bonne maîtrise de la manipulation de la formule du binôme de Newton. Le résultat de la question étant donné, certains candidats l'ont obtenu avec des calculs faux.

Il suffisait ensuite de compiler les résultats des questions 13 et 17 pour traiter la question 18.