PC*2 **Compte rendu d'oral** **Concours 2024**

Nom, Prénom : BIERRENBACH LIMA Carolina
Concours, Epreuve : Centrale, Maths
Examinateur :
Note : (éventuellement)

A scanner de préférence sous forme PDF et à envoyer à pcetoile2@gmail.com.
Sinon envoyer à M. Fagebaume , Lycée Louis-Le-Grand, 123 rue St-Jacques, 75005 Paris

Merci de noter le maximum d'informations sur le déroulement à proprement parler de l'oral : questions de cours, réactions/remarques de l'examinateur, dialogues croustillants, indications données pendant le déroulement de l'oral, etc ...

Soient A et $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ tq $A^3 = B$ et $rg(B) = 1$

1) $(Tr(A))^3$ en fonction de $Tr(B)$?

Je commence par dire que je pourrais montrer que $B \sim \begin{pmatrix} Tr B & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$ (aussi il me dit que c'est hors programme)

Mais l'examinateur me dit de plutôt regarder $\chi_B(X)$ et montrer que $X^{n-1} \mid \chi_B(X)$

J'utilise le théorème du rang : $rg B + \dim Ker B = n \Rightarrow \dim Ker B = n-1$

donc 0 est valeur propre d'ordre $\geq n-1$

or si $= n$: matrice nulle or $rg B = 1$

Ainsi $X^{n-1} \mid \chi_B(X)$

Alors on peut écrire $\chi_B(X) = X^{n-1}(X+a)$

or $\chi_B(X) = X^n - Tr B X^{n-1} \ldots + (-1)^n \det B$

Par identification, $a = -Tr B$: $\chi_B(X) = X^{n-1}(X - Tr B)$

χ_B est scindé donc B est trigonalisable $B \sim \begin{pmatrix} Tr B & * \\ & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix}$

On dans $\mathbb{C}$, (th d'Alembert - Gauss), A est aussi trigonalisable

$A \sim \begin{pmatrix} \lambda_1 & * \\ & \lambda_n \end{pmatrix}$ or $A^3 = B$ donc $\begin{cases} \lambda_1^3 = Tr B \\ \lambda_i^3 = 0 \quad \forall i \in [\![2, n]\!] \end{cases}$

Là j'écris au tableau :

$$A \sim \begin{pmatrix} (\mathrm{Tr}\, B)^{1/3} & & * \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

et je vois mon examinateur presque bondir de sa chaise

Il me demande sur quel ensemble est définie la fonction $x \mapsto x^{1/3}$

(Je pensais qu'elle était définie sur $\mathbb{R}$)

Bon en fait elle est définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ (puisque $= e^{\frac{1}{3}\ln x}$) et on peut la prolonger par continuité en 0.

Il me demande la même chose pour $\sqrt[3]{\ }$ et honnêtement je ne savais pas mais je dis $\mathbb{R}$ puis il me dit que c'est parce que cette fonction est définie comme la réciproque de $x \mapsto x^3$

Bref cet incident passé je conclus la question en écrivant $(\mathrm{Tr}\, A)^3 = \mathrm{Tr}\,(B)$ (et je prie pour qu'il m'enlève pas trop de points)

2) Si $\mathrm{Tr}\, B = 0$ montrer que A n'est pas diagonalisable.

Si $\mathrm{Tr}\, B = 0$, alors B est semblable à une matrice strictement triangulaire sup, donc est nilpotente.

Or $A^3 = B$ donc A est aussi nilpotente donc non diagonalisable.

PC*2 **Compte rendu d'oral** **Concours 2024**

Nom, Prénom : BIERRENBACH LIMA Carolina
Concours, Epreuve : Centrale, Maths - Info
Examinateur :
Note : (éventuellement)

A scanner de préférence sous forme PDF et à envoyer à pcetoile2@gmail.com.
Sinon envoyer à M. Fagebaume , Lycée Louis-Le-Grand, 123 rue St-Jacques, 75005 Paris

Merci de noter le maximum d'informations sur le déroulement à proprement parler de l'oral : questions de cours, réactions/remarques de l'examinateur, dialogues croustillants, indications données pendant le déroulement de l'oral, etc ...

L'examinateur est souriant et a l'air sympathique. Cependant je passe juste après Karim : aïe. Je m'installe, il me présente le dispositif (ordi + feuilles avec les instructions python) et me donne le sujet.

1) $f_n(x) = \frac{x^n}{1-x} e^{\frac{1}{1-x}}$ $\forall x \in [0,1[$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Montrer que $f_n(x)$ CVS et vers quelle limite

A-t-on CVU sur $[0;1[$? et sur $[0,a]$ avec $a \in [0,1[$?

Réponse : $f_n(x) \xrightarrow{CVS} 0$ $\forall x \in [0,1[$ car suite géométrique x cst et $x \in [0,1[$

En revanche pour la CVU je panique un peu : c'est la 1ère question et j'y arrive déjà pas. Je tente de mq $|f_n(x)| \leq \alpha_n \underset{n\to\infty}{\to} 0$ sur $[0,1[$

En fait pendant la préparation je m'étais persuadée qu'il fallait montrer que c'était bien CVU sur $[0,1[$, au vu des questions suivantes, mais en réalité ce n'était pas le cas donc c'était normal que je n'y arrivais pas

En réalité, sur $[0,1[$, comme $f_n(x) \underset{x\to 1}{\longrightarrow} +\infty$ pas de CVU

Sur $[0,a]$ par contre $|f_n(x)| \leq f_n(a)$ car on montre que f_n est croissante en passant par le ln et $f_n(a) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ (c'est l'examinateur qui me dit de regarder $\ln(f_n)$)

→ on a une somme de fonctions croissantes
D'ailleurs f_n est même strictement croissante.

2) Bon j'arrive à la question 2) quelque peu déstabilisée, mais au moins celle-ci je l'avais faite pendant la préparation...

On pose $I_n = \int_0^a f_n(x)\,dx$

nature de $\sum_{n \geq 0} I_n$?

Réponse : On utilise un TITATSUS (les hypothèses sont vérifiées : $\sum f_n$ CVU sur $[0,a]$, f_n $\mathcal{C}^0$ sur $[a,b]$)

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \int_0^a f_n(x)\,dx = \int_0^a \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{1-x} e^{\frac{1}{1-x}}\,dx$$

$$= \int_0^a \frac{1}{1-x} e^{\frac{1}{1-x}} \cdot \frac{1}{1-x}\,dx = \int_0^a \underbrace{\frac{1}{(1-x)^2} e^{\frac{1}{1-x}}}_{\text{de la forme } u'e^u}\,dx$$

$$= \left[e^{\frac{1}{1-x}} \right]_0^a = e^{\frac{1}{1-a}} - e$$

3) Soit $n \in \mathbb{N}^*$ Mq $\exists!\, x \in [0,1[,\ f_n(x) = 1$

Je pose $g_n(x) = f_n(x) - 1$ On va utiliser le théorème de la bijection continue.

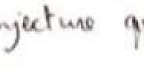
Pendant la préparation, comme je n'avais pas fait jusqu'au bout la question 1) (où on montre la stricte monotonie en passant par le ln), je m'étais lancée dans des calculs de dérivée pas très jolis... Il me demande pourquoi je fais tous ces calculs et je comprends alors l'inutilité de la chose.

Puis $g_n(0) = -1 < 0$

$\lim_{x \to 1^-} g_n(x) = +\infty > 0$ ok

On pose par la suite u_n tq $f_n(u_n) = 1$

4) Fonction python qui renvoie $f(n,x)$

Il y avait aussi une fonction Graphe(n,x) déjà implémentée qui traçait $f_k(x)$ $\forall k \in [\![0,n]\!]$. On demande de l'utiliser pour conjecturer quant à la convergence de $(I_n)_n$ et celle de $(u_n)_n$. (*) $\begin{cases} I_n(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 \\ u_n(x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 1 \end{cases}$  (*) Je conjecture que :

5) Mq $(u_n)_n$ cvg et calculer sa limite.

Je m'étais arrêtée à cette question lors de la préparation.

Je propose, comme on sait que (u_n) bornée entre $[0,1[$, de montrer qu'elle est monotone (croissante d'après ce qu'on avait sur le graphe).

J'essaie des choses qui ne marchent pas forcément et il me donne l'indication de regarder $f_{n+1}(u_n)$

En effet, on cherche à mq $u_{n+1} \geq u_n$

$$\Rightarrow f_{n+1}(u_{n+1}) \geq f_{n+1}(u_n)$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq \frac{u_n^{n+1}}{1-u_n} e^{\frac{1}{1-u_n}}$$

or $\frac{u_n^{n+1}}{1-u_n} e^{\frac{1}{1-u_n}} = u_n \cdot f_n(u_n) = u_n < 1$ donc $(u_n)_n$ cvg

Calcul de la limite :

on a $\frac{u_n^n}{1-u_n} e^{\frac{1}{1-u_n}} = 1 \qquad (*)$

Il ne reste plus de temps donc il me demande comment je ferais. Je dis que je procéderais par l'absurde en supposant que $u_n \not\xrightarrow[n\infty]{} 1$ pour aboutir à une contradiction avec $(*)$. Il me dit que c'est la bonne idée et l'oral se finit.

Il y avait encore une ou deux questions que je n'ai pas lues.

Bilan : grosse perte de temps sur la question 1 mais après ça allait mieux.

ORAUX 2024

Nom : MESSAGER Tristan Concours : Centrale

Épreuve : Maths

Note attendue : 18 Note obtenue : 19

Pour $n \in \mathbb{N}^*$; on pose $P_n(X) = \prod_{k=0}^{n} (X-k)$

1) Montrer que $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \underset{n\to+\infty}{\sim} \ln(n)$

2) Pour $n \in \mathbb{N}^*$; montrer que P_n' admet une unique racine entre $]0;1[$. On la note α_n.

3) En utilisant $\frac{P_n'}{P_n}$; trouver un équivalent de α_n.

<u>Déroulé</u> : L'examinateur me dit de réfléchir et de commencer quand je le souhaite. Les deux premières questions étant classiques, je me lance rapidement.

1) On obtient le résultat par comparaison série-intégrale comme dans le cours.

2) On applique le théorème de Rolle sur chaque intervalle $[k; k+1]$ pour $k \in [\![0; n-1]\!]$. On obtient ainsi les n racines de P_n', ce qui garantit l'existence et l'unicité de α_n.

Il m'a demandé l'énoncé précis du théorème de Rolle dans le cas le plus général d'une fonction f avec un segment $[a;b]$.

3) J'utilise l'indication de l'énoncé et j'écris :

$$\frac{P_n'(x)}{P_n(x)} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{x-k} \quad \text{pour } x \in \mathbb{R}^+ \setminus [\![0;n]\!]$$

<u>D'où:</u> $P_n'(\alpha_n) = \underbrace{P_n(\alpha_n)}_{\neq 0} \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\alpha_n - k} \right) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\alpha_n - k} = 0}$$

J'ai aussi envie d'utiliser la $1^{ère}$ question, et comme $\alpha_n \in]0;1[$ je me dis qu'on peut encadrer les termes. Il me laisse faire sans rien dire, je me dis que ça doit être la bonne idée.

<u>On a:</u> $\boxed{\frac{1}{\alpha_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k-\alpha_n}}$

Soit $k \geq 2$; on a $k-1 \leq k-\alpha_n \leq k \Rightarrow \frac{1}{k} \leq \frac{1}{k-\alpha_n} \leq \frac{1}{k-1}$

<u>D'où:</u> $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - 1 \leq \underbrace{\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k-\alpha_n}}_{= \frac{1}{\alpha_n} - \frac{1}{1-\alpha_n}} \leq \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}}_{= S_n}$

$$\boxed{S_n - 1 \leq S_n - 1 + \frac{1}{1-\alpha_n} \leq \frac{1}{\alpha_n} \leq S_n + \frac{1}{1-\alpha_n}}$$

ORAUX 2024

Nom : **Concours :**

Épreuve :

Note attendue : Note obtenue :

Or $S_n - 1 \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ donc $\frac{1}{\alpha_n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ donc

$\alpha_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$

<u>D'où:</u> $\frac{S_n}{\ln(n)} + o(1) \leqslant \frac{1}{\alpha_n \ln(n)} \leqslant \frac{S_n}{\ln(n)} + o(1)$

Donc par encadrement $\frac{1}{\alpha_n \ln(n)} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 1$

<u>D'où:</u> $\boxed{\alpha_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\ln(n)}}$

Candidat, session: Timoléon Rescan, 2024 **Classe:** PCX2
Epreuve: Maths **Concours:** Centrale

Note attendue: 12
Note obtenue: 18

Enoncé

Soit f: $\mathbb{R}_{*+} \rightarrow \mathbb{R}_{+}$ continue, telle que f^2 soit intégrable en 0 . On suppose que

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) \int_0^x f^2(t)\, dt = l > 0$$

1/ On suppose que f admet une limite en +∞. Quelle est-elle?
2/ Déterminer les fonctions f qui vérifient

$$\forall x > 0,\ f(x) \int_0^x f^2(t)\, dt = l$$

3/En revenant dans le cas général, donner un équivalent de f en +∞.

Déroulé et éléments de résolution

Troisième oral de la journée, à 18h. Il faut réussir à rester attentif, surtout parce que l'oral ne dure que 30 min, et que ça passe vite.
Je commence à écrire sans forcément avoir toutes les idées en place. Avec l'examinateur qui m'encourage à prendre cette voie, je suppose que l'intégrale converge en +∞, pour donner une idée de la limite possible. On voit en effet que si la limite est non nulle, l'intégrale diverge, et donc f tend vers 0. C'est ça qu'il faut chercher à formaliser en première question. J'y arrive après quelques échanges avec l'examinateur, qui voulait une manière de le faire quand j'en avais une autre en tête. Il demande au passage certaines justifications (notamment sur les hypothèses de positivité, continuité et d'intégrale nulle pour avoir f nulle).
Pour la deuxième question, j'ai l'impression de reconnaître un résultat analogue, je me dis qu'il n'y a pas de fonction vérifiant cela. Il me corrige, et je pars donc sur une analyse synthèse pour trouver le résultat:

Analyse:

On montre que f est C^1. On dérive l'égalité et on remplace:

$$\frac{f'}{f} l + f^3 = 0$$

$$Qu'on\ écrit\ \frac{f'}{f^4} = -\frac{1}{l}$$

f *est donc de la forme* $x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{\frac{x}{l}+C}}$ *avec C une constante d'intégration*

Synthèse:
Le résultat marche pour $C = 0$

Je finis la 2e question quand l'on me dit que l'oral touche à sa fin. L'examinateur me demande quel équivalent j'aurais choisi pour la dernière question, puis c'est la fin.

Bilan
Je ne sais pas trop quoi penser. J'ai perdu du temps au début, avec quelques étourderies et une légère incompréhension avec l'examinateur. L'exercice semble difficile à finir dans les temps, mais j'aurais aimé en faire plus. Examinateur assez neutre, qui intervient vite.

Commentaire après la note: okay l'examinateur a très bien caché son jeu. Et l'exercice n'était pas forcément fait pour être finissable

RETOUR D'ORAL

CHAMBON inès

Mathématiques - CENTRALE

Soit $n \in \mathbb{N}$, $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $S(x) = \sum_{n\geq 0} f_n(x)$

avec $f_n(x) = \tanh(n+x) - \tanh(n)$

1) Mq S est C^0 + croissante sur $\mathbb{R}_+$

2) S admet-elle une limite en $+\infty$?

- Un exo un peu tordu d'analyse qui demande une bonne maîtrise des th. sur les séries de suites de fcts (dont je n'avais pas pensé à réviser les hypothèses, malheureusement)
- Examinateur bienveillant, donnait des indications

1) Je dis que je vais appliquer le th de C^0 + de dérivation d'une série de suite de fcts en montrant la CVN

Dans un premier temps, j'essaye juste de tout développer en mode bourrin mais il m'arrête assez vite. Il me demande si cette différence ne me fait pas penser à qqc :

j'écris $\int_n^{n+x} \tanh'(x)dx = \tanh(n+x) - \tanh(n)$

Donc il me fait calculer et étudier $\tanh' = \frac{1}{\cos^2 h}$, qui est décroissante sur $\mathbb{R}_+$

En se plaçant sur le segment $[a,b]$:

$$|f_n(x)| \leqslant \int_n^{n+x} \left|\frac{dt}{\cosh(t)^2}\right| \leqslant \frac{x}{\cosh(n)^2} \leqslant \frac{b}{\cosh(n)^2} = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$$ d'où la CVN

Ensuite, je cherche à calculer $S'(x)$ mais ne me rappelle plus clairement des hypothèses. Je finis par me rappeler, suite à ses qu. insistantes, que la $\sum f_n$ doit CVS et $\sum f_n'(x)$ doit CVN / CVU.

$$|f_n'(x)| = \left|\frac{1}{\cosh(n+x)^2}\right| \leqslant \frac{1}{\cosh(n+a)^2} = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

Finalement, $S' \geqslant 0 \Rightarrow S \nearrow$ sur $\mathbb{R}_+$

2) J'essaye d'appliquer le théorème de la double limite, sans succès car la CVN n'est démontrable que sur un <u>segment</u>.

Donc il me dit de m'intéresser à $\overline{S(x+1)}$

J'essaie de faire apparaître $S(x)$ par un changement d'indice mais ça ne fct pas. C'est la fin de l'oral

<u>ccl</u> : j'ai été lente, j'ai fait des erreurs de calcul grossières à cause du stress et j'ai mis trop de temps à me rappeler des hypothèses du théorème = vraiment pas une réussite

note attendue : 10

note obtenue : 6 (j'ai trouvé qu'il avait été dur !

Morale : connaître impeccablement le cours à Centrale)

<u>Pour la 2</u> : (proposition)

$$S(x+1) = \sum_{k\geq 0} th(k+x+1) - th(k)$$
$$= \sum_{k\geq 0} th(k+x+1) - th(k+1) + th(k+1) - th(k)$$) télescopage
$$= \sum_{k\geq 0} f_{k+1}(x) - \underbrace{th(0)}_{=0} + 1$$

d'où $S(x+1) - S(x)$

$= 1 + \sum_{k\geq 0} (f_{k+1}(x) - f_k(x))$

$= 1 - f_0(x)$

$= 1 - th(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} 0$

PC*2	Compte rendu d'oral	Concours 2023

Nom, Prénom : CHAMBON inès
Concours, Epreuve : Maths-info, CENTRALE
Examinateur : homme plutôt sympathique avec un look décontracté, mais très pointilleux
Note : (éventuellement)

A scanner de préférence sous forme PDF et à envoyer à pcetoile2@gmail.com.
Sinon envoyer à M. Fagebaume , Lycée Louis-Le-Grand, 123 rue St-Jacques, 75005 Paris

Merci de noter le maximum d'informations sur le déroulement à proprement parler de l'oral : questions de cours, réactions/remarques de l'examinateur, dialogues croustillants, indications données pendant le déroulement de l'oral, etc ...

Énoncé : sujet très long (8 ou 9 questions ?), je n'ai eu le temps de regarder que les six premières

$E_n = \{P \in \mathbb{R}_n[X], P(0) = P(1) = 0\}$ et $E = \{f \in \mathcal{C}^1([0,1], \mathbb{R}), f(0) = f(1) = 0\}$

1) Mq E est un espace vectoriel

- tte combinaison linéaire de fcts $\in E$, appartient à E
- la fct $\begin{vmatrix} [0,1] \to \mathbb{R} \\ x \to 0 \end{vmatrix}$ appartient à E

} E est un sev + $E \subset \{f \in \mathcal{C}^1([0,1], \mathbb{R})\}$ qui est un espace vectoriel

2) Déterminer une base + dimension de E_n

$P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$

$P(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$
$P(1) = 0 \Rightarrow a_1 + \dots + a_n = 0$
} je dis qu'on a deux conditions indépendantes sur les coefficients, $\Rightarrow$ dim $n-1$, il dit que la justification ne suffit pas mais je ne sais pas quoi dire de plus ?

Base : $(X - X^2, \dots, X^{n-1} - X^n)$ famille de $n-1$ polynômes $\in E_n$, de degré étagé

3) On définit le produit scalaire $\langle f, g \rangle_1 = \int_0^1 f(t) g(t) dt$, $\forall (f,g) \in E^2$

Mq $\langle f, g \rangle_2 = \int_0^1 f'(t) g'(t) dt$ est un produit scalaire. (N_1 et N_2 = normes associées)

- bilinéarité : évidente
  Il me demande quand même de la justifier. Je dis : linéarité de l'intégrale + dérivée
- symétrie : OK
- défini + positive, $\int_0^1 f'(t)^2 dt \geq 0$ $(f' \in \mathcal{C}^0([0,1], \mathbb{R}))$
  + $\langle f | f \rangle_2 = 0 \Rightarrow f' = 0$
  $\Rightarrow f = cste$, or $f(0) = 0$ d'où...

Je pensais que je n'aurais pas besoin de tout justifier exhaustivement mais il veut quand même que je détaille chaque petit point.

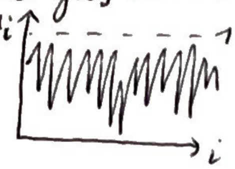
4) Question Python

Une fct phi.alea() est déjà codée. Je lis le sujet un peu vite et crois comprendre qu'elle renvoie simplement un polynôme aléatoire de E_3.

En réalité, elle renvoie $\dfrac{N_1(P)}{N_2(P)}$.

On doit faire un tracé de $\left(\frac{\pi^2 N_1(P_i)^2}{N_2(P_i)^2}\right)_{i\in[\![0,999]\!]}$ et émettre une conjecture.

Le code ne pose pas vraiment souci (boucle puis plt.plot(...))
Les bibliothèques à importer sont données. Le gros du travail a été effectué puisqu'on nous donne phi.alea(). Graphe moche :



Conjecture : les termes sont < 1

$\Rightarrow N_1(P) \leqslant \frac{1}{\pi} N_2(P)$

$\Rightarrow$ on nous demandait d'émettre une conjecture de type $\exists M_3 \in \mathbb{R}, N_1(P) \leqslant M_3 N_2(P)$

5) Mq $\int_0^1 |f(t)|^2 dt \leqslant \int_0^1 |f'(t)|^2 dt$ pour valider la conjecture

Je veux utiliser Cauchy-Schwartz $\left(|\int fg| \leqslant \sqrt{\int f^2} \times \sqrt{\int g^2}\right)$ mais je ne sais pas trop avec quoi. J'étais passée à la question suivante pendant la préparation
Au tableau il me dit : essaye d'exprimer un lien entre f et f'

$\Rightarrow \underset{f\in E}{f(t)-f(0)=} f(t) = \int_0^t f'(u)du$ puis $|f(t)| = \left|\int_0^t f'(u)du\right| \underset{IT}{\leqslant} \int_0^t |f'(u)|du$

Puis $(|f(t)|)^2 \leqslant \left(\int_0^t |f'(u)|du\right)^2 \underset{\substack{\text{car}\\ |f'|\geqslant 0\\ \text{sur } [0,1]}}{\leqslant} \left(\int_0^1 |f'(u)|du\right)^2 \underset{\substack{\text{CS}\\ \text{appliquée}\\ \text{à } |f'| \text{ et } 1\\ \text{avec prod. sca. canonique}}}{\leqslant} \int_0^1 |f'(u)|^2 du$

Enfin on intègre : $\int_0^1 |f(t)|^2 dt \leqslant \int_0^1 |f'(t)|^2 dt$

Globalement ce n'était pas très compliqué mais il voulait que je justifie tout très soigneusement et il me bombardait de questions («ok vous appliquez Cauchy-Schwartz, mais à quelles fonctions ? avec quel produit scalaire ?») de sortes qu'on a passé beaucoup de temps là-dessus et qu'à force de m'arrêter pour répondre à ses questions, je perdais un peu le fil.
Bref, on est obligé de s'arrêter là.

6) Justifier que $\left\{\frac{N_1(P)}{N_2(P)}, P \in E_n\right\}$ admet un max

Je voulais justifier que $f \left| \begin{array}{l} E_n \longrightarrow \mathbb{R} \\ P \longrightarrow \frac{N_1(P)}{N_2(P)} \end{array}\right.$ était C^0 + E_n était un compact et appliquer le TBA,

Mais pas le temps de le dire.

Puis encore d'autres questions qui permettaient de démontrer formellement que $M_3 = \frac{1}{\pi}$

__Ccl__ : exercice pas trop dur, partie Python très abordable
L'examinateur mettait tout de suite à l'aise mais était vraiment TRÈS pointilleux de sortes que je passais beaucoup de temps à démontrer des choses relativement simples. Je pense que j'aurais pu faire plus de choses (beaucoup de tps passé sur la qu. 5 quand même) mais globalement ça va.

__Note obtenue__ : 13

Rapport d'oral des concours

Kilian Rouge — $\text{PC}_2^\star$

Centrale

Épreuve

Oral	Maths 1
Date	1 juillet 2019
Lieu	Centrale Breguet
Examinateur	Mr Heaubert*Il me semble*
Remarques	

Exercice

Exercice

> 1. On considère $I_n = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(t)\mathrm{d}t$
>
>   Calculer I_n
> 2. Montrer que $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{2\sqrt{x}\sin(t)}\mathrm{d}t = \pi \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!^2}$

1. Problème : je ne reconnais pas Wallis et repars donc sur toute la démo sans vraie idée d'où je vais
   Je commence par une IPP : $[-\sin^{n-2}(t)\cos(t)] + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2}(t)\cos^2(t)\mathrm{d}t$
   J'utilise ensuite $\cos^2 = 1 - \sin^2$ pour me ramener à $nI_n = (n-1)I_{n-2}$
   L'examinateur insiste pour que j'écrive au tableau $n \geq 1$
   Je commence à faire une récurrence immédiate
   L'examinateur m'indique que je ne traite que le cas pair*En effet*
   Je fais de même pour le cas impair et en calculant $I_0 = \pi$ et $I_1 = 0$, je remarque que les termes impairs sont tous nuls
   Ensuite l'examinateur me demande de simplifier l'expression ce qui m'amène à galérer un peu. Finalement après pas mal de dur labeur j'arrive à $I_{2n} = \pi\frac{(2n)!}{n!^2 4^n}$
   L'examinateur me demande comment aboutir à ce résultat plus rigoureusement $\rightarrow$ On devrait poser la récurrence
2. Je comprends rapidement le coup de l'introduction du développement de l'exponentielle puis de l'interversion
   Je lui dis que n'étant pas sûr de ma démarche je vérifierais les hypothèses par la suite
   Une minute plus tard, l'examinateur me dit "Mais vous oubliez quelque chose là"
   Je lui demande si c'est la vérification des hypothèses du théorème d'intervention qui lui pose problème
   Oui, je lui dis que je compte vérifier les hypothèses une fois que la méthode se révèle concluante et je me fais réprimander pour ne pas l'avoir précisé avant :/
   J'arrive finalement au résultat

Exercice

Les choses se gâtent pour la vérification des hypothèses : je lui donne les bonnes hypothèses du TITATSUS puis devant son refus ("Il manque une hypothèse") je propose plein de choses qui n'ont pas vraiment de sens sans que l'examinateur ne me donne aucune information

Finalement je propose $\sum \int | \, |$ converge (Hypothèse du TITATSUIQ) et il acquiesce

Sentant que mon cas est déjà grave je n'essaye pas d'argumenter plus que ça

L'hypothèse se vérifie trivialement

L'oral se termine cinq minutes en avance sur "Il faudra être plus rigoureux la prochaine fois", ce qui ne présage rien de bon

---

Bilan

L'examinateur a été clairement insupportable

Le moindre petit manque de rigueur (Simplifications immédiate de termes, récurrences immédiates, méthodes légèrement différentes de l'habitude) m'est immédiatement reproché.

L'examinateur ne cherche clairement pas à mettre au jour le potentiel du candidat mais plutôt à vérifier qu'il sait appliquer bêtement des recettes apprises et connues sur le bout des doigts

Note attendue	10-11
Note obtenue	15