

MISSION 1 : VERS LA DIVISION EUCLIDIENNE ...

1 Activité "Le Banquier": manipulation par groupe de 4 élèves

Objectif : mettre en place la technique opératoire de la division euclidienne suite à la manipulation de la situation n°2

Situation n°1 Somme de 4 122 € à partager équitablement entre 4 personnes

4 billets de 1 000 € (4M), 1 billet de 100 € (1C), 2 billets de 10 € (2D) et 2 pièces de 1 € (2U)

Le moyen le plus simple est de commencer les partages et les échanges de monnaie avec les billets de plus grande valeur :

on distribue 1M à chacun : il reste 1M qu'on échange avec 10C, on a donc 11C

on distribue 3C à chacun : il reste 2C qu'on échange avec 20D, on a donc 22D

on distribue 7D à chacun : il reste 1D qu'on échange avec 10U, on a donc 12U

on distribue 4U à chacun : il ne reste plus de monnaie, le partage est terminé!

Chacun a reçu
1M 3C 7D 4U
soit 1 374 €
et il ne reste plus
de monnaie.

Situation n°2 Somme de 5 201 € à partager équitablement entre 3 personnes:

5 billets de 1 000 € (5M), 2 billets de 100 € (2C), et 1 pièce de 1 € (1U).

on donne 1M à chacun : il reste 2M qu'on échange avec 20C, on a donc 22C

on donne 7C à chacun : il reste 1C qu'on échange avec 10D, on a donc 18D

on donne 3D à chacun : il reste 1D qu'on échange avec 10U, on a donc 11U

on donne 3U à chacun : il reste 2U et le partage est terminé.

Chacun a reçu 1M 3C 3D 3U soit 1 736 € et il reste 2U soit 2 €.

M	C	D	U		M	C	D	U
5	0	1			3			
-	3				1	7	3	3
-	2	2						
-	2							
		1	0					
-		9						
		1	1					
-		9						
			2					

2 Division partage :

Manipulation avec des kaplas

Situation n°1

Il y a 20 Kaplas sur la table.

Distribue
équitablement les
kaplas à 4 camarades



- Combien à chaque personne ?

Chacun a 5 kaplas.

- Combien en reste-t-il ?

Il reste 0 kapla.

- Écris l'égalité :

$20 = 4 \times \text{"kaplas par personne"} + \text{"ce qui reste"}$

soit $20 = 4 \times 5 + 0$

	2	0	4
-	2	0	5
		0	

Situation n°2 : Maintenant, distribue les 20 kaplas équitablement à 3 camarades :

- Combien à chaque personne ? 6

- Combien en reste-t-il ? 2

- Écris l'égalité :

$20 = 3 \times \text{"kaplas par personne"} + \text{"ce qui reste"}$

soit $20 = 3 \times 6 + 2$

	2	0	3
-	1	8	6
		2	

3 Division groupement :

Manipulation avec des stylos

Situation n°1

Il y a 14 stylos sur la table.

Regroupe ces
stylos par 4



	1	4	4
-	1	2	3
		2	

- Combien de groupes complets obtiens-tu ?

On obtient 3 groupes complets

- Combien reste-t-il de stylos?

Il reste 2 stylos.

- Écris l'égalité :

$14 = 4 \times \text{"nombre de groupes"} + \text{"ce qui reste"}$

$14 = 4 \times 3 + 2$

Situation n°2 : Il y a 14 stylos.

Regroupe-les maintenant par 5.

	1	4	5
-	1	0	2
		4	

- Combien de groupes complets obtiens-tu ?

On obtient 2 groupes complets

- Combien reste-t-il de stylos?

Il reste 4 stylos.

- Écris l'égalité :

$14 = 5 \times \text{"nombre de groupes"} + \text{"ce qui reste"}$

$14 = 5 \times 2 + 4$

MISSION 2 : COMMENT EFFECTUER UNE DIVISION EUCLIDIENNE ?

Méthode : Comment effectuer la division euclidienne de 1459 par 6 ?

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ - 12 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ - 12 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 19 \\ - 18 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1459 \overline{) 6} \\ - 12 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 19 \\ - 18 \\ \hline 1 \end{array}$$

L'égalité euclidienne s'écrit ici : $1459 = 6 \times 243 + 1$

1 Effectue les 3 divisions euclidiennes suivantes :

$$\begin{array}{r} 3024 \overline{) 4} \\ - 28 \\ \hline 22 \\ - 20 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4251 \overline{) 4} \\ - 39 \\ \hline 35 \\ - 30 \\ \hline 51 \\ - 48 \\ \hline 31 \\ - 30 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5442 \overline{) 13} \\ - 52 \\ \hline 24 \\ - 23 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

2 Observe la division euclidienne puis complète les phrases suivantes :

6 est le diviseur,
76 est le quotient,
2 est le reste,
458 est le dividende.

$$\begin{array}{r} 458 \overline{) 6} \\ - 42 \\ \hline 38 \\ - 36 \\ \hline 2 \end{array}$$

Quelle égalité peut-on écrire ?

$$458 = 6 \times 76 + 2$$

3 Pose et effectue les divisions euclidiennes suivantes :

$$\begin{array}{r} 475 \overline{) 6} \\ - 42 \\ \hline 55 \\ - 54 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1237 \overline{) 8} \\ - 08 \\ \hline 043 \\ - 40 \\ \hline 037 \\ - 32 \\ \hline 05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3254 \overline{) 15} \\ - 30 \\ \hline 025 \\ - 15 \\ \hline 104 \\ - 090 \\ \hline 014 \end{array}$$

$$475 = 6 \times 79 + 1$$

$$1237 = 8 \times 154 + 5$$

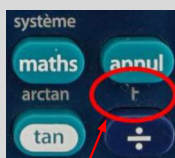
$$3254 = 15 \times 216 + 14$$

égalité euclidienne : **dividende** = **diviseur** × **quotient** + **reste**

EFFECTUER UNE DIVISION EUCLIDIENNE
AVEC LA CALCULATRICE



vidéo



touche "potence"

4 En utilisant la touche "potence" (division euclidienne) de ta calculatrice, précise si les phrases suivantes sont vraies ou fausses :

La division euclidienne de 47 par 9 a pour quotient 5 et pour reste 2.

☒ vrai ☐ faux

La division euclidienne de 125 par 12 a pour quotient 10 et pour reste 5.

☐ vrai ☒ faux

La division euclidienne de 100 par 14 a pour quotient 7 et pour reste 16.

☐ vrai ☒ faux

5 Complète le tableau suivant :

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Egalité euclidienne
568	7	81	1	$7 \times 81 + 1 = 568$
1 569	62	25	19	$62 \times 25 + 19 = 1\,569$
4 536	17	266	14	$17 \times 266 + 14 = 4\,536$

MISSION 3 : RÈGLES DE DIVISIBILITÉS PAR 2, 3, 5, 9, 10

Définition : Quand le **reste** de la division euclidienne d'un **nombre entier a** par un **nombre entier b** vaut **0**, on dit que :

nombre $\frac{a}{b}$
reste nul



a est **divisible** par b
a est un **multiple** de b
b est un **diviseur** de a

$$\begin{array}{r} 456 \\ -42 \\ \hline 36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array}$$

456 est **divisible** par 6

$$\begin{array}{r} 456 \\ -45 \\ \hline 06 \\ -05 \\ \hline 1 \end{array}$$

456 **n'est pas divisible** par 5
le reste n'est pas nul

1 En utilisant la touche "potence" (division euclidienne) de ta calculatrice, vérifie si :

- 1) 165 364 est divisible par 359 : **Faux** car le reste est 224
- 2) 2021 est divisible par 26 : **Faux** car le reste est 19
- 3) 4 814 784 est divisible par 39 : **Vrai** car le reste est 0
- 4) 54 321 est divisible par 1 234 : **Faux** car le reste est 25

2 **Divisibilité d'un nombre :** divisions euclidiennes

$$\begin{array}{r} 36 \\ -35 \\ \hline 01 \end{array}$$

36 est divisible par 5 ?
Faux (reste non nul)

$$\begin{array}{r} 256 \\ -24 \\ \hline 016 \\ -12 \\ \hline 04 \end{array}$$

256 est divisible par 12 ?
Faux (reste non nul)

$$\begin{array}{r} 364 \\ -35 \\ \hline 014 \\ -14 \\ \hline 00 \end{array}$$

b) 364 est divisible par 7 ?
Vrai (reste nul)

$$\begin{array}{r} 738 \\ -6 \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 018 \\ -18 \\ \hline 00 \end{array}$$

738 est divisible par 6 ?
Vrai (reste nul)

3 **Vrai ou Faux ?**

"58 est un multiple de 2" : **Vrai**
car $58 = 2 \times 29$

"784 est divisible par 5" : **Faux**
car $784 = 5 \times 156 + 4$ (reste non nul)

"12 est un diviseur de 50" : **Faux**
car $50 = 4 \times 12 + 2$ (reste non nul)

4 **Complète :**

- a) $17 \times 16 = 272$
- b) $21 \times 12 = 252$
- c) $1\,234 \times 9 = 11\,106$
- d) $285 \div 19 = 15$
- e) $3\,630 \div 55 = 66$
- f) $1\,365 \div 13 = 105$



5 Coche dans la bonne colonne lorsque le nombre est divisible par 2, 3, 5, 9 ou 10 :

Divisible par:	2	3	5	9	10
1 024	✓				
1 750	✓		✓		✓
459		✓		✓	

Divisible par:	2	3	5	9	10
12 381		✓			
27 369		✓		✓	
1 000 000	✓		✓		✓

6 **Défi :** Débloque ce cadenas à 4 chiffres en résolvant l'énigme suivante :



3 **6** **8** **0**

- Le nombre cherché est divisible à la fois par 2 et par 5
- La moitié du chiffre des dizaines est 4
- Le nombre de centaines est divisible par 9
- Le chiffre des centaines est deux fois plus grand que le chiffre des milliers

Puis flashe ce
Lockee pour
vérifier ton code!



MISSION 4 : RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

1 Exo :

1. On range 146 oeufs dans des boîtes pouvant contenir 6 oeufs. Combien de boîtes pleines a-t-on ? Reste-t-il des oeufs ? Si oui, combien ?

La question est : combien de 6 y a-t-il dans 146 ?

On pose la division $146 \div 6$. On a 24 boîtes pleines. Il reste 2 oeufs.



2. Brice veut faire des bracelets avec 240 perles. Il faut 14 perles pour en faire un. Combien pourra-t-il faire de bracelet ?

La question est : combien de 14 y a-t-il dans 240 ?

On pose la division $240 \div 14$. Il pourra faire 17 bracelets.



3. Trois amis jouent au loto. Ils gagnent 1250 €. Pourront-ils se partager équitablement la somme ?

Pour être divisible par 3, il faut que la somme des chiffres soit un multiple de 3. Or $1+2+5+0=8$ n'est pas multiple de 3. Non, ils ne pourront pas partager équitablement en 3.



4. Romain range ses 123 bouteilles dans des casiers de 8 bouteilles. De combien de casiers a-t-il besoin ? Reste-t-il de la place ?

La question est : combien de 8 y a-t-il dans 123 ? On pose la division $123 \div 8$. Il aura besoin de 16 casiers (15 seront pleins et le dernier ne contient que 3 bouteilles)



5. Le périmètre d'un losange mesure 132 cm. Quelle est la longueur d'un côté de ce losange ?

$4 \times \text{côté du losange} = 132 \text{ cm}$. Donc le côté du losange = $132 \text{ cm} \div 4$.

On pose la division $132 \div 4$. Le côté de ce losange mesure 33 cm.



2 Problème :

La distance de la Terre à la Lune est de 384 400 Km.

En 1969, les astronautes de la mission Apollo 11 ont mis 3 jours pour se rendre sur la lune.

- a. Combien de kilomètres ont-ils parcourus chaque jour ?

Ils ont parcouru environ 128133 Km chaque jour.

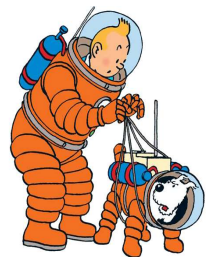
- b. Et chaque heure ?

3 jours correspondent en heures à $3 \times 24\text{h} = 72\text{h}$. On divise 384400 par 72.

Chaque heure, ils ont parcouru environ 5339 Km.

- c. Peux-tu en déduire la vitesse moyenne en nombre de kilomètres par heure ?

Ils ont fait 5339 Km en 1h. Donc la vitesse moyenne peut s'écrire 5339 Km/h.



$$\text{Vitesse} = \frac{\text{Distance}}{\text{Temps}}$$

3 Défi :

Quentin emprunte un livre de 232 pages. Il décide de lire 18 pages chaque jour.

- a. Effectue la division euclidienne de 232 par 18.

- b. Explique ce que représente chaque nombre dans cette situation : 12 , 18 et 16.

12 : nombre de jours où il lit 18 pages. 16 : nombre de pages restant pour le dernier jour.

(en tout il lui faut 13 jours de lecture)



Samia lit un livre qui compte moins de pages que celui de Quentin. Si elle lit le même nombre de pages chaque jour, elle peut terminer son livre en 10 jours, une semaine ou 3 jours selon le nombre de pages lues chaque jour. Combien de pages compte le livre de Samia ?

Le nombre cherché est donc divisible par 10 (se termine par 0), divisible par 3 (somme des chiffres multiple de 3) et enfin divisible par 7 (on fera la division:reste=0). On peut procéder par élimination:

~~10-20-30-40-50-60-70-80-90-100-110-120-130-140-150-160-170-180-190-200-210-220-230~~

MISSION 4 : RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

4 Exo : Jus de pomme



Des bouteilles de 2L de jus de pomme sont vendues par lots de 6 bouteilles. Pour produire le jus d'une bouteille, il faut presser 3 kg de pommes. Combien de lots peut-on produire avec 815 kg de pommes ?



Pour 1 bouteille il faut 3 kg de pommes.
Pour 1 lot (6 bouteilles) il faut $6 \times 3 = 18$ kg de pommes.

Pour trouver le nombre de lots produits avec 815 kg de pommes, on divise 815 par 18 (division euclidienne)

on trouve $815 = 18 \times 45 + 5$

On produira 45 lots de 6 bouteilles et il restera 5kg de pommes

5 Exo : Les rivets de la Tour Eiffel



Pour fixer les éléments de la Tour Eiffel, il a fallu 1 050 810 rivets.

En moyenne, les équipes d'ouvriers posaient 1 650 rivets par jour.

Combien de jours a duré le chantier ?



On effectue la division euclidienne de 1 050 810 par 1 650.

on trouve $1\,050\,810 = 1650 \times 636 + 1\,410$

il a fallu 636 jours pour poser 1650×636 rivets

et il a fallu un jour supplémentaire pour poser les 1 410 rivets (reste).

Le chantier a donc duré $636 + 1 = 637$ jours

6 Défi : Quel est le code du cadenas ?

Le code du cadenas de Lucie est un nombre à 4 chiffres : XXXX



Lucie est née en décembre 2008

Lucie a remarqué que lorsqu'elle divise ce nombre par son année de naissance, elle trouve un reste de 1.

$XXXX = 2008 \times \text{quotient} + 1$

Si le quotient est 1 alors $XXXX = 2008 \times 1 + 1 = 2\,009$

Si le quotient est 2 alors $XXXX = 2008 \times 2 + 1 = 4\,017$

Si le quotient est 3 alors $XXXX = 2008 \times 3 + 1 = 6\,025$

Si le quotient est 4 alors $XXXX = 2008 \times 4 + 1 = 8\,033$

Si le quotient est 5 alors $XXXX = 2008 \times 5 + 1 = 10\,041$ (solution impossible car c'est un nombre à 5 chiffres)

Quotients possibles pour XXXX : 1, 2, 3 ou 4 car XXXX est un nombre à 4 chiffres

Il y a quatre possibilités : $XXXX = 2\,009$, $XXXX = 4\,017$, $XXXX = 6\,025$ ou $XXXX = 8\,033$

Lucie est née en décembre 2008 : le numéro de son mois de naissance est donc 12

Lorsqu'elle divise ce nombre par son mois de naissance, elle trouve aussi un reste de 1.

$XXXX = 12 \times \text{quotient} + 1$



On teste cette égalité euclidienne pour les quatre propositions pour XXXX avec la calculatrice (on doit vérifier si le reste est bien égal à 1)

pour $XXXX = 2\,009$, on effectue la division euclidienne de ce nombre par 12 : le reste est 5

pour $XXXX = 4\,017$, on effectue la division euclidienne de ce nombre par 12 : le reste est 9

pour $XXXX = 8\,033$, on effectue la division euclidienne de ce nombre par 12 : le reste est 5

pour $XXXX = 6\,025$, on effectue la division euclidienne de ce nombre par 12 : le reste est 1

La solution est donc $XXXX = 6\,025$.

LE CODE EST 6025