FICHE 1

Règles de calcul sur les puissances

- a désigne un nombre relatif et n un nombre entier positif.

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ $(n \geqslant 2)$ $\quad a^1 = a \quad a^0 = 1$ $(a \neq 0)$ $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$

- Pour calculer des expressions comprenant des puissances, on revient à la définition.
Néanmoins, petit à petit, on peut mémoriser les propriétés ci-dessous.
a, b désignent des nombres relatifs et m, n des nombres entiers relatifs.

$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a \neq 0)$ $\quad (a \times b)^m = a^m \times b^m \quad (a^m)^n = a^{m \times n}$

- **Priorités opératoires**

Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions.

★

1 Compléter.

a. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ **b.** $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$

2 Compléter.

a. $3^5 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$

b. $7^2 \times 7 \times 7^3 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$

3 Compléter.

a. $\dfrac{5^6}{5^4} = \dfrac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = 5^2$

b. $\dfrac{2^2}{2^5} = \dfrac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{2^3} = 2^{-3}$

4 Compléter.

a. $4^3 \times 5^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5$

$4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3$ c'est-à-dire que $4^3 \times 5^3 = 20^3$

$4^3 \times 5^3 = 8\,000$

b. $(7 \times 6)^4 = (7 \times 6) \times (7 \times 6) \times (7 \times 6) \times (7 \times 6)$

$(7 \times 6)^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

$(7 \times 6)^4 = 7^4 \times 6^4$

5 Compléter.

a. $(5^3)^2 = 5^3 \times 5^3 = 5^{3+3} = 5^6$

b. $(2^5)^3 = 2^5 \times 2^5 \times 2^5 = 2^{5+5+5} = 2^{15}$

★★

6 $A = 20 - 3 \times 2^3$ $\quad B = (5 + 3^2) \times 10$

Calculer A et B à la main.

$A = 20 - 3 \times 8$
$A = 20 - 24$
$A = -4$

$B = (5 + 9) \times 10$
$B = 14 \times 10$
$B = 140$

7 $C = 3 \times 5^2 + 4$ $\quad D = (3 \times 5)^2 + 4$
$E = 3 \times (5^2 + 4)$ $\quad F = 3 \times (4 + 5)^2$

Calculer C, D, E et F à la main.
Contrôler à la calculatrice.

$C = 3 \times 25 + 4$
$C = 75 + 4$
$C = 79$

$D = 15^2 + 4$
$D = 225 + 4$
$D = 229$

$E = 3 \times (25 + 4)$
$E = 3 \times 29$
$E = 87$

$F = 3 \times 9^2$
$F = 3 \times 81$
$F = 243$

8 Écrire avec une seule puissance de 2.

a. $2^{15} \times 2^{11} = 2^{15+11} = 2^{26}$ **b.** $2^5 \times 2^{-7} = 2^{5+(-7)} = 2^{-2}$

c. $\dfrac{2^8}{2^{14}} = 2^{8-14} = 2^{-6}$ **d.** $\dfrac{2}{2^{-5}} = 2^{1-(-5)} = 2^6$

e. $(2^7)^2 = 2^{7 \times 2} = 2^{14}$ **f.** $8^5 = (2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$

9 Entourer les nombres égaux à 6^{20}.

- $6^{19} \times 6$
- $2^{10} \times 3^{10}$
- $2^{20} + 3^{20}$
- $\dfrac{6^{13}}{6^{-7}}$
- $(6^5)^4$
- $\dfrac{6^{19} \times 6^5}{6^4}$

2 Calculs avec des puissances de 10

- n désigne un nombre entier ($n \geqslant 1$).

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}$ $\qquad 10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0 \ldots 01}_{n \text{ chiffres}}$

- m et n désignent deux nombres entiers relatifs.
  - $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$
  - $\dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
  - $(10^m)^n = 10^{m \times n}$

★

1 Compléter.

a. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 =$ 10 000

b. $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1\,000} =$ 0,001

2 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.

a. Cent mille : 10^5 **b.** Un dix-millième : 10^{-4}

c. Un centième : 10^{-2} **d.** Un million : 10^6

3 Une formule 1 met **$13{,}4 \times 10^{-3}$ s** pour parcourir 1 m.
Un escargot met **$7{,}2 \times 10^4$ s** pour parcourir 100 m.
Donner l'écriture décimale de ces durées.

- $13{,}4 \times 10^{-3}$ s $= 0{,}0134$ s
- $7{,}2 \times 10^4$ s $= 72\,000$ s

4 Compléter avec une puissance de 10.

a. 1 cm = 10^{-5} km **b.** 1 hm = 10^3 dm

c. 1 dm² = 10^{-2} m² **d.** 1 m² = 10^4 cm²

e. 1 m³ = 10^3 dm³ **f.** 1 cm³ = 10^{-6} m³

5 Écrire sous la forme 10^p où p est un nombre entier relatif.

a. $10^3 \times 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$

b. $1\,000 \times 10^{-5} = 10^3 \times 10^{-5} = 10^{3+(-5)} = 10^{-2}$

c. $0{,}01 \times 10^9 = 10^{-2} \times 10^9 = 10^{-2+9} = 10^7$

d. $\dfrac{100}{10^7} = \dfrac{10^2}{10^7} = 10^{2-7} = 10^{-5}$

e. $\dfrac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^{-2-(-3)} = 10^1 = 10$

f. $(10^{-3})^2 = 10^{-3 \times 2} = 10^{-6}$

★★

6 1 L d'air pèse environ 1,3 g.
La masse moyenne d'une des molécules qui le constituent est environ 25×10^{-24} g.
Calculer le nombre N de molécules contenues dans un litre d'air.

$N = \dfrac{1{,}3}{25 \times 10^{-24}} = \dfrac{1{,}3}{25} \times 10^{24}$

$N = 0{,}052 \times 10^{24} = 52 \times 10^{-3} \times 10^{24}$

$N = 52 \times 10^{-3+24} = 52 \times 10^{21}$

Il y a 52×10^{21} molécules dans 1 L d'air.

7 L'épaisseur d'une feuille de papier est 100 micromètres (1 micromètre = 1 µm = 10^{-6} m).

a. Calculer la hauteur h, en m, d'une pile de 500 de ces feuilles.

b. Une pile de ces feuilles a une hauteur de 80 cm. Combien contient-elle de feuilles ?

a. 100 µm = 100×10^{-6} m = $10^2 \times 10^{-6}$ m

Donc 100 µm = $10^{2+(-6)}$ m = 10^{-4} m

$h = 500 \times 10^{-4}$ m $= 5 \times 10^2 \times 10^{-4}$ m

$h = 5 \times 10^{2+(-4)}$ m $= 5 \times 10^{-2}$ m ou $h = 0{,}05$ m

La hauteur de la pile est 0,05 m.

b. 80 cm = 0,8 m

$\dfrac{0{,}8}{10^{-4}} = 0{,}8 \times 10^4 = 8 \times 10^{-1} \times 10^4$

Donc $\dfrac{0{,}8}{10^{-4}} = 8 \times 10^{-1+4} = 8 \times 10^3$

La pile contient 8 000 feuilles.

8 Donner l'écriture décimale de $A = \dfrac{4{,}8 \times 10^{14}}{(10^8 \times 4)^2}$.

$A = \dfrac{4{,}8 \times 10^{14}}{(10^8)^2 \times 4^2} = \dfrac{4{,}8 \times 10^{14}}{10^{8 \times 2} \times 16}$

$A = \dfrac{4{,}8 \times 10^{14}}{10^{16} \times 16} = \dfrac{4{,}8}{16} \times \dfrac{10^{14}}{10^{16}} = 0{,}3 \times 10^{14-16}$

$A = 0{,}3 \times 10^{-2}$ $\qquad$ Donc $A = 0{,}003$.

3 Notation scientifique

• **La notation scientifique** d'un nombre décimal différent de 0 est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ où :
• a est un nombre décimal écrit avec **un seul chiffre autre que 0 avant la virgule** ;
• n est un **nombre entier** relatif.

$14\,300 = 1{,}430\,0 \times 10^4$ soit $14\,300 = 1{,}43 \times 10^4$ $0{,}075 = 007{,}5 \times 10^{-2}$ soit $0{,}075 = 7{,}5 \times 10^{-2}$

★

1 Donner la notation scientifique du nombre.

a. $8\,193{,}4 = 8{,}193\,4 \times 10^3$

b. $0{,}000\,82 = 8{,}2 \times 10^{-4}$

2 $A = 0{,}047\,3 \times 10^6$ $B = 735 \times 10^{-4}$

a. Donner les écritures décimales de A et B.

$A = 47\,300$ $B = 0{,}073\,5$

b. En déduire les notations scientifiques de A et B.

$A = 4{,}73 \times 10^4$ $B = 7{,}35 \times 10^{-2}$

3 $C = 42 \times 10^6$ $D = 2\,350 \times 10^{-9}$
On se propose de donner la notation scientifique de C et de D. Compléter.

$C = 4{,}2 \times 10^1 \times 10^6$ $D = 2{,}350 \times 10^3 \times 10^{-9}$

$C = 4{,}2 \times 10^{1+6}$ $D = 2{,}350 \times 10^{3+(-9)}$

$C = 4{,}2 \times 10^7$ $D = 2{,}350 \times 10^{-6}$

4 On estime qu'en 2015 les **$0{,}735 \times 10^{10}$** êtres humains ont envoyé **$4\,200 \times 10^9$** SMS. Un SMS a donc été envoyé toutes les **751×10^{-8}** s.
Donner la notation scientifique de chaque nombre écrit en gras.

• $0{,}735 \times 10^{10} = 7{,}35 \times 10^{-1} \times 10^{10} = 7{,}35 \times 10^9$
• $4\,200 \times 10^9 = 4{,}2 \times 10^3 \times 10^9 = 4{,}2 \times 10^{12}$
• $751 \times 10^{-8} = 7{,}51 \times 10^2 \times 10^{-8} = 7{,}51 \times 10^{-6}$

5 On compte 745,6 millions d'Européens.

1. Compléter l'écriture de ce nombre.

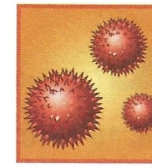
a. $745{,}6 \times 10^6$ **b.** $7{,}456 \times 10^8$

c. $74\,560 \times 10^4$ **d.** $0{,}074\,56 \times 10^{10}$

2. Entourer la notation scientifique.

★★

6 Voici les diamètres de deux types de bactéries et de deux virus.
• Bactérie typique : $0{,}2 \times 10^{-7}$ m ;
• Nano bactérie : 50×10^{-9} m ;
• Virus de la varicelle : $1\,750 \times 10^{-10}$ m ;
• Virus de la gastroentérite : $0{,}017 \times 10^{-6}$ m.
Donner la notation scientifique de chaque diamètre, puis ranger ces diamètres dans l'ordre croissant.



• $0{,}2 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-1} \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-8}$
$50 \times 10^{-9} = 5 \times 10^1 \times 10^{-9} = 5 \times 10^{-8}$
$1\,750 \times 10^{-10} = 1{,}75 \times 10^3 \times 10^{-10} = 1{,}75 \times 10^{-7}$
$0{,}017 \times 10^{-6} = 1{,}7 \times 10^{-2} \times 10^{-6} = 1{,}7 \times 10^{-8}$
• Les diamètres sont exprimés avec la même unité.
Dans l'ordre croissant :
$1{,}7 \times 10^{-8} < 2 \times 10^{-8} < 5 \times 10^{-8} < 1{,}75 \times 10^{-7}$

7 On considère les nombres :
$A = 810{,}70 \times 10^{-9}$ et $B = 5\,127 \times 10^5$

a. Déterminer la notation scientifique de A, puis de B.

b. Encadrer A et B par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs.

a. $A = 8{,}107 \times 10^2 \times 10^{-9}$ soit $A = 8{,}107 \times 10^{-7}$
$B = 5{,}127 \times 10^3 \times 10^5$ soit $B = 5{,}127 \times 10^8$
b. $10^{-7} < A < 10^{-6}$ et $10^8 < B < 10^9$.

8 On estime qu'un grain de sable a un volume de $0{,}18$ mm^3. Donner un ordre de grandeur du nombre de grains de sable que peut contenir le seau d'Alix qui a une capacité de 1 L.

• $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3 = 10^6 \text{ mm}^3$
$0{,}18 \text{ mm}^3 \approx 0{,}2 \text{ mm}^3$ soit $0{,}18 \text{ mm}^3 \approx 2 \times 10^{-1} \text{ mm}^3$.
• $\dfrac{10^6}{2 \times 10^{-1}} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{10^6}{10^{-1}} = 0{,}5 \times 10^{6-(-1)} = 0{,}5 \times 10^7$
$0{,}5 \times 10^7 = 5 \times 10^{-1} \times 10^7 = 5 \times 10^6$
Il y a environ 5 millions de grains de sable.