

Chapitre 15 – Probabilités

Définition

La probabilité exprime la "chance" qu'un événement se réalise.
En équiprobabilité :

La probabilité d'un événement E est égale à :

$$P(E) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à E}}{\text{nombre total d'issues}}$$



Exemple : (non équiprobable)

Un sac contient 1 jeton rouge, 4 jetons verts et 5 jetons bleus qu'on ne peut pas distinguer au toucher.
On a **4 chances sur 10** de tirer un jeton vert.

On dit que **la probabilité de l'évènement A** : « tirer un jeton vert » est $\frac{4}{10}$. On note $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$

Propriété 1

★ Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

★ La somme des probabilités de chaque issue est égale à 1

Exemple

On lance un dé truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
Voici un tableau récapitulatif des probabilités de chaque issue. Quelle est la probabilité B d'obtenir un 2 ?

Issues	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	?	0,15	0,05	0,45	0,2

La somme des probabilités de chaque issue est égale à 1

$$P(B) = 1 - (0,1 + 0,15 + 0,05 + 0,45 + 0,2)$$

$$P(B) = 1 - 0,95 = 0,05$$



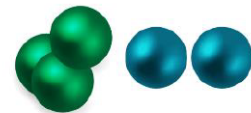
Propriété 2

non A est l'évènement contraire de A :

$$P(A) + P(\text{non A}) = 1$$

Exemple

On a une urne contenant des boules bleues et vertes indiscernables au toucher.
La probabilité d'obtenir une boule bleue est de 0,4. Quelle est la probabilité p d'obtenir une boule verte ?
« obtenir une boule verte » est l'évènement contraire de l'évènement « obtenir une boule bleue »
donc d'après la propriété $0,4 + p = 1$ autrement dit $p = 1 - 0,4 = 0,6$



Propriété 3

Si les évènements A et B sont incompatibles (qui ne peuvent pas se réaliser en même temps) on a :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Exemple

On lance un dé cubique non truqué et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessous.
On note A l'évènement « obtenir 2 » et B l'évènement « obtenir un nombre impair ».
Calculer $P(A \text{ ou } B)$.

Les évènements A et B n'ont aucune issue en commun, donc ils sont incompatibles :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{4}{6}$$



Expérience à deux épreuves

Dans son armoire, Maxence possède **trois pulls** : **un vert (V)**, **un rouge (R)** et un gris (G).
Il possède également **deux jeans** : **un bleu (B)** et un noir (N).
Pour s'habiller, il prend au hasard un pull et un jean.



- 1) Quelle est la probabilité qu'il soit habillé en gris et bleu ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'il porte un vêtement gris ?

On peut s'aider d'un tableau pour représenter toutes les issues :

	Bleu	Noir
Vert	(V ; B)	(V ; N)
Rouge	(R ; B)	(R ; N)
Gris	(G ; B)	(G ; N)

- 1) Il y a 6 issues et une seule qu'il soit habillé en Gris et Bleu :

$$P(G ; B) = 1/6$$

Donc la probabilité qu'il soit en gris et bleu est 1/6.

- 2) Il y a 6 issues et deux qu'il porte un vêtement gris :

$$P(\text{Gris}) = P(G ; B) + P(G ; N) = 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3$$

Donc la probabilité qu'il soit en gris est 1/3.

Fréquences et probabilités

Lorsqu'on répète n fois une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue varie d'une série à l'autre mais on observe qu'elle tend à se stabiliser autour d'un nombre lorsque n devient de plus en plus grand. Ce nombre est la **probabilité** de cette issue.

Exemple

On lance un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note le numéro obtenu sur la face supérieure. L'expérience compte six issues de même probabilité $\frac{1}{6}$.

À l'aide du tableur, on réalise une simulation de cette expérience aléatoire et on répète n fois cette simulation.

Voici des valeurs des fréquences observées de chaque issue suivant le nombre n de simulations :

D	E	F	G	H	I	J
	Fréquence du 1	Fréquence du 2	Fréquence du 3	Fréquence du 4	Fréquence du 5	Fréquence du 6
$n = 100$	0,11	0,15	0,15	0,16	0,2	0,23
$n = 1000$	0,149	0,14	0,162	0,177	0,179	0,193
$n = 10000$	0,159	0,1676	0,167	0,1703	0,1706	0,1655

On observe que la fréquence de chacune des issues tend à se stabiliser vers sa probabilité $\frac{1}{6}$ lorsque n devient de plus en plus grand.

Pour simuler un lancer de dés sur tableur on saisit la formule : **= ALEA.ENTRE.BORNES (1 ;6)**